

## CHƯƠNG VII

### BÀI 25. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

**VD 1.1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Chỉ ra hệ số  $a$  và  $b$  tương ứng.

- a)  $x + 2 = 0$ ;                      b)  $x - 2x^2 = 1$ ;                      c)  $\frac{1}{5x} + 1 = 0$ ;  
d)  $3y = 0$ ;                      e)  $1 - 3y = 0$ ;                      f)  $0 \cdot x - 1 = 0$ .

**Giải**

Các phương trình là phương trình bậc nhất một ẩn là:

$$x + 2 = 0; \qquad 3y = 0 \qquad 1 - 3y = 0$$

Phương trình  $x + 2 = 0$  có  $a = 1; b = 2$

Phương trình  $3y = 0$  có  $a = 3; b = 0$

Phương trình  $1 - 3y = 0$  có  $a = -3; b = 1$

**VD 1.2.** Trong các phương trình sau, có bao nhiêu phương trình bậc nhất một ẩn?

- a)  $5 - \frac{1}{2x} = 1$ ;                      b)  $6 - 0x = 0$ ;  
c)  $x + 3x^2 = 4$                       d)  $3x - \sqrt{x} = 2$ .

**Giải**

Không có phương trình nào là phương trình bậc nhất.

**VD 2.1.** Tìm điều kiện của  $m$  để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn.

- a)  $(m - 2)x + 1 = 0$   
b)  $(m^2 - 4)x - 2 = 0$   
c)  $(m^2 - 4)x^2 - (m + 2)x - 4 = 0$

**Giải**

- a)  $m \neq 2$   
b)  $m \neq \pm 2$   
c)  $\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

**VD 3.1.** Giải các phương trình sau:

- a)  $3x - 1 = 3$                       b)  $4 - 2x = 7$

**Giải**

a)  $3x - 1 = 3 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{4}{3}$

$$\text{b) } 4 - 2x = 7 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -\frac{3}{2}$

**VD 3.2.** Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm

$$\text{a) } 2(x+3) - 4 = 2x - 5$$

$$\text{b) } 2(1-4x) - 7 = -8x$$

**Giải**

$$\text{a) } 2(x+3) - 4 = 2x - 5 \Leftrightarrow 2x + 6 - 4 = 2x - 5 \Leftrightarrow 2x + 2 = 2x - 5 \Leftrightarrow 2 = -5 \text{ (vô lí)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$\text{b) } 2(1-4x) - 7 = -8x \Leftrightarrow 2 - 8x - 7 = -8x \Leftrightarrow -5 = 0 \text{ (vô lí)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

**VD 3.3.** Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } (m-2)x = 3 \text{ khi } m = 3$$

$$\text{b) } (2m-1)x - 3 = x + 2m - 5 \text{ khi } m = -1$$

$$\text{c) } (m^2 - 4m + 9)x = x - 4 \text{ khi } m = 2$$

**Giải**

$$\text{a) } \text{Thay } m = 3 \text{ vào phương trình } (m-2)x = 3 \text{ ta được: } (3-2)x = 3 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 3$

$$\text{b) } \text{Thay } m = -1 \text{ vào phương trình } (2m-1)x - 3 = x + 2m - 5 \text{ ta được:}$$

$$[2(-1)-1]x - 3 = x + 2 \cdot (-1) - 5 \Leftrightarrow -3x - 3 = x - 7 \Leftrightarrow -4x = -4 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 1$

$$\text{c) } \text{Thay } m = 2 \text{ vào phương trình } (m^2 - 4m + 9)x = x - 4 \text{ ta được:}$$

$$(2^2 - 4 \cdot 2 + 9)x = x - 4 \Leftrightarrow (4 - 8 + 9)x = x - 4 \Leftrightarrow 5x = x - 4 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -1$

**VD 3.4.** Tìm giá trị của  $m$  sao cho phương trình:

$$\text{a) } (m-2)x = 3 \text{ nhận } x = 1 \text{ làm nghiệm;}$$

$$\text{b) } 4x - m = 3x + 5 \text{ nhận } x = -2 \text{ làm nghiệm.}$$

$$\text{a) ĐS: } m = 5.$$

$$\text{b) ĐS: } m = -7.$$

**VD 3.5.** Tìm giá trị của  $k$  sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$5(2x + 5) - 4 = 3(2x - 1) \quad (1) \text{ và } (2k - 1)x + 6 = 4x - 9k - 3 \quad (2).$$

**ĐS:**  $k = 13$ .

**VD 3.6.** Tìm giá trị của  $k$  biết rằng một trong hai phương trình  $2x = -4$  và  $5 - kx = 9$  nhận  $x = -2$  làm nghiệm, phương trình còn lại nhận  $x = 1$  làm nghiệm.

**ĐS:**  $k = -4$ .

**VD 3.7.** Cho phương trình  $(m^2 - 4)x - 2 = m$ . Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a)  $m = 2$ ;

b)  $m = -2$ ;

c)  $m = 1$ .

a) b) **ĐS:**  $S = \emptyset$ .

c) **ĐS:**  $S = \mathbb{R}$ .

**VD 3.8.** Giải phương trình  $ax + 3 = 5$ .

**Giải**

$$ax + 3 = 5 \Leftrightarrow ax = 5 - 3 \Leftrightarrow ax = 2.$$

Nếu  $a \neq 0$  thì  $x = \frac{2}{a}$ .

Nếu  $a = 0$  thì phương trình vô nghiệm.

**Dạng 4. Phương trình đưa được về dạng phương trình bậc nhất một ẩn**

*Phương pháp giải:*

- Bước 1: Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc hoặc quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu.
- Bước 2: Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia.
- Bước 3: Thu gọn, giải phương trình tìm được.

**Chú ý:** để hai biểu thức A và B bằng nhau thì ta cho  $A = B$  và giải phương trình vừa tìm được.

**VD 4.1.** Giải các phương trình sau:

a)  $5 + 3x = 4x - 9$ ;

**ĐS:**  $S = \{14\}$ .

b)  $3,2x - 5(x - 0,2) = 5 + 0,2x$ ;

**ĐS:**  $S = \{-2\}$ .

c)  $1,5 - (x + 2) = -3(x + 0,1)$ ;

**ĐS:**  $S = \left\{ \frac{1}{10} \right\}$ .

d)  $(x - 1) - (2x - 1) = x + 4$ ;

**ĐS:**  $S = \{-2\}$ .

e)  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}(x+2) = -x+1$ ;

**ĐS:**  $S = \left\{\frac{8}{3}\right\}$ .

f)  $3t - 4 + 13 + 2(t+2) = -3t$ .

**ĐS:**  $S = \left\{-\frac{13}{8}\right\}$ .

**VD 4.2.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{2(x-3)}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6x+9}{3} - 2$ ;

**ĐS:**  $S = \{-2\}$ .

b)  $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10}$ ;

**ĐS:**  $S = \left\{\frac{73}{12}\right\}$ .

c)  $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = 0,5x - 2,5$ ;

**ĐS:**  $S = \{-24\}$ .

d)  $\frac{2x-4}{3} - 2x = -\frac{6x+3}{5} + \frac{1}{15}$ .

**ĐS:**  $S = \{-6\}$ .

**VD 4.3.** Tìm các giá trị của  $x$  sao cho hai biểu thức  $A$  và  $B$  sau đây có giá trị bằng nhau:

a)  $A = 2(x-3) + 5x(x-1)$  và  $B = 5x^2$ ;

**ĐS:**  $x = -2$ .

b)  $A = 5x(x+1)$  và  $B = 5x^2 + 3(x-2)$ ;

**ĐS:**  $x = -3$ .

c)  $A = (x-3)(x+3) + 3x^2$  và  $B = (2x-1)^2 + x$ ;

**ĐS:**  $x = \frac{10}{3}$ .

d)  $A = (x+2)^3 - (x-6)^3$  và  $B = 6(2x-1)(2x+1)$ .

**ĐS:**  $x = \frac{115}{48}$ .

**VD 4.4.** Cho phương trình  $3(a-2)x + 2a(x-1) = 4a+3$  (1).

a) Giải phương trình (1) với  $a = -2$ .

**ĐS:**  $S = \left\{\frac{16}{9}\right\}$ .

b) Tìm  $a$  để phương trình (1) có nghiệm  $x = 1$ .

**ĐS:**  $a = -9$ .

**VD 4.5.** Cho phương trình:  $2(a-1)x + a(x-1) = 3a$  (1)

và  $\frac{7x-108}{8} - 2(x-9) = \frac{-1}{4}(x+3)$  (2)

a) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó. **ĐS:**  $S = \{6\}$ .

b) Giải phương trình (2) khi  $a = 2$ .

**ĐS:**  $x = 2$ .

c) Tìm giá trị của  $a$  để phương trình (2) có một nghiệm bằng  $\frac{1}{2}$  nghiệm của phương trình (1).

$$\text{ĐS: } a = \frac{6}{5}.$$

**VD 4.6.** Hãy tìm giá trị của hằng số  $a$ , biết rằng  $x = 1$  là một nghiệm của phương trình  $(3x - a)(x + 1) - (x + 2)^2 = 1$ .

**Giải**

Thay  $x = 1$  vào phương trình ta được  $(3 - a) \cdot 2 - 3^2 = 1 \Leftrightarrow 6 - 2a - 9 = 1 \Leftrightarrow -2a = 1 - 6 + 9$   
 $\Leftrightarrow -2a = 4 \Leftrightarrow a = -2$ .

**VD 4.7.** Giải phương trình  $\frac{x-3}{13} + \frac{x-3}{14} = \frac{x-3}{15} + \frac{x-3}{16}$ .

**Giải**

$$\frac{x-3}{13} + \frac{x-3}{14} - \frac{x-3}{15} - \frac{x-3}{16} = 0 \Leftrightarrow (x-3) \left( \frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} \right) = 0.$$

Để thấy  $\frac{1}{13} > \frac{1}{15}$ ,  $\frac{1}{14} > \frac{1}{16}$  nên  $\frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} \neq 0$ .

Do đó  $x - 3 = 0$ .

Nghiệm của phương trình là  $x = 3$ .

### Dạng 5. Phương trình tích

*Phương pháp giải:*

- *Bước 1:* Áp dụng công thức  $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$ .
- *Bước 2:* Lấy tất cả các nghiệm rồi kết luận.

**VD 5.1.** Giải các phương trình sau

a)  $(x - 2)(x + 3) = 0$ ;

**ĐS:**  $\{-3; 2\}$ .

b)  $(2x - 3)(x^2 + 1) = 0$ ;

**ĐS:**  $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .

c)  $(x + 2) \left( \frac{x+1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 0$ ;

**ĐS:**  $\left\{ -2; -\frac{1}{3} \right\}$ .

d)  $(x + 1)(2x - 1)(x - 2) = 0$ .

**ĐS:**  $\left\{ -1; \frac{1}{2}; 2 \right\}$ .

**VD 5.2.** Giải các phương trình sau

a)  $3x(x - 2) + 4(x - 2) = 0$ ;

**ĐS:**  $\left\{ -\frac{4}{3}; 2 \right\}$ .

b)  $x^2 - 9 + (x + 3)(5 - 2x) = 0$ ;

**ĐS:**  $\{-3; 2\}$ .

c)  $4x(3 - 2x) - 15 + 10x = 0$ ;

**ĐS:**  $\left\{ \frac{3}{2}; \frac{5}{4} \right\}$ .

$$d) (3x - 4)^2 - (x - 3)^2 = 0.$$

$$\text{ĐS: } \left\{ \frac{7}{4}; \frac{1}{2} \right\}.$$

**VD 5.3.** Giải các phương trình sau

$$a) x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$b) x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

$$c) x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

**Giải**

$$a) x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0 \quad \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2x + 3x + 6) = 0 \quad \Leftrightarrow (x - 1)[x(x + 2) + 3(x + 2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 2)(x + 3) = 0.$$

$$\text{Vậy } S = \{1; -2; -3\}$$

$$b) x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow x^3 - 1 - 3x^2 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) - 3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)[x^2 - x + 1 - 3(x - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + 4) = 0 \quad \Leftrightarrow (x + 1)(x - 2)^2 = 0$$

$$\text{Vậy } S = \{-1; 2\}$$

$$c) x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow x^4 - 2x^3 - 2x + 3x^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) + 2x(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

Phương trình  $x^2 + 2x + 3 = 0$  vô nghiệm, vì  $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0$ .

$$\text{Vậy } S = \{1; -1\}.$$

**VD 5.4.** Giải các phương trình:

$$a) (x^2 + x)(x^2 + x + 1) = 6$$

$$b) (x + 2)^4 + (x + 4)^4 = 16$$

**Giải**

a) Đặt  $x^2 + x = y$ , ta có:

$$y(y + 1) = 6 \Leftrightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow (y + 3)(y - 2) = 0$$

Với  $y = -3$ , ta có  $x^2 + x + 3 = 0$ , vô nghiệm vì:

$$x^2 + x + 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0$$

Với  $y = 2$ , ta có  $x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0$

$$\text{Vậy } S = \{-1; 2\}$$

b) Đặt  $x + 3 = y$ , ta có

$$(y - 1)^4 + (y + 1)^4 = 16$$

$$\Leftrightarrow y^4 - 4y^3 + 6y^2 - 4y + 1 + y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 = 16$$

$$\Leftrightarrow 2y^4 + 12y^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow y^4 + 6y^2$$

$$\Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 7 = 0 \quad \Leftrightarrow (y^2 + 7)(y^2 - 1) = 0$$

Ta có  $y^2 + 7 > 0$ . Với  $y = 1$  ta được  $x = -2$ . Với  $y = -1$  ta được  $x = -4$ .

$$\text{Vậy } S = \{-2; -4\}.$$

**VD 6.1.** Giải các phương trình:

a)  $\frac{x-5}{x-1} + \frac{2}{x-3} = 1$

b)  $\frac{x-8}{x-7} = \frac{1}{7-x} + 8$

**Giải**

a) ĐKXĐ:  $x \neq 1; x \neq 3$

Khử mẫu thức:

$$(x - 5)(x - 3) + 2(x - 1) = (x - 1)(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 + 2x - 2 = x^2 - 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow -8x + 2x + 4x = 3 - 15 + 2$$

$$\Leftrightarrow -2x = -10$$

$$\Leftrightarrow x = 5, \text{ thỏa mãn ĐKXĐ}$$

$$\text{Vậy } S = \{5\}$$

b) ĐKXĐ:  $x \neq 7$

Khử mẫu thức:  $\frac{x-8}{x-7} = \frac{-1}{x-7} + 8$

$$\Leftrightarrow x - 8 = -1 + 8 \cdot (x - 7)$$

$$\Leftrightarrow x - 8 = -1 + 8x - 56$$

$$\Leftrightarrow x - 8x = -1 - 56 + 8$$

$$\Leftrightarrow -7x = -49 \Leftrightarrow x = 7 \text{ Không thỏa mãn ĐKXĐ. Vậy } S = \emptyset$$

**Lưu ý:**

\* Khi giải phương trình chưa ẩn ở mẫu, cần chú ý đến ĐKXĐ của phương trình. Giá trị tìm được của  $x$  thỏa mãn ĐKXĐ là nghiệm của phương trình (câu a), giá trị tìm được của  $x$  không thỏa mãn ĐKXĐ không là nghiệm của phương trình (câu b).

\* Có thể giải câu b bằng cách khác:

$$x - x - 78 - \frac{1}{7-x} = 8 \Leftrightarrow \frac{x-8}{x-7} + \frac{1}{x-7} = 8 \Leftrightarrow \frac{x-7}{x-7} = 8$$

Với mọi  $x$  thỏa mãn ĐKXD, vế trái của phương trình bằng 1, vế phải bằng 8. Phương trình vô nghiệm.

**VD 6.2.** Giải phương trình  $\frac{x+1}{x^2+x+1} - \frac{x-1}{x^2-x+1} = \frac{3}{x(x^4+x^2+1)}$

**Giải**

ĐKXD:  $x \neq 0$

Chú ý rằng  $(x^2+x+1)(x^2-x+1) = (x^2+1)^2 - x^2 = x^2+x^2+1$

Khử mẫu:

$$x(x+1)(x^2-x+1) - x(x-1)(x^2+x+1) = 3$$

$$\Leftrightarrow x(x^3+1) - x(x^3-1) = 3 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}, \text{ thỏa mãn ĐKXD} \Rightarrow s = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Bài 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Hãy chỉ ra hệ số  $a$  và  $b$  tương ứng.

- |                   |                     |                            |
|-------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $2x - 1 = 0$ ; | b) $-x + x^2 = 2$ ; | c) $\frac{1}{x} - 3 = 0$ ; |
| d) $5y = 0$ ;     | e) $3 - 2y = 0$ ;   | f) $0 \cdot x = -1$ .      |

**Giải**

Các phương trình bậc nhất một ẩn là:

$$2x - 1 = 0 \qquad 5y = 0 \qquad 3 - 2y = 0$$

Phương trình  $2x - 1 = 0$  có  $a = 2; b = -1$

Phương trình  $5y = 0$  có  $a = 5; b = 0$

Phương trình  $3 - 2y = 0$  có  $a = -2; b = 3$

**Bài 2.** Tìm điều kiện của  $m$  để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn  $x$ :

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| a) $(m+1)x + 1 = 0$ ;                  | <b>ĐS:</b> $m \neq -1$ .    |
| b) $(m^2 - 9)x + 3 = 0$ ;              | <b>ĐS:</b> $m \neq \pm 3$ . |
| c) $mx + x + 1 = 0$ ;                  | <b>ĐS:</b> $m \neq -1$ .    |
| d) $(m^2 - 9)x^2 - (m - 3)x + 1 = 0$ . | <b>ĐS:</b> $m = -3$ .       |

**Bài 3.** Giải các phương trình sau:

- |                   |                          |
|-------------------|--------------------------|
| a) $2x - 8 = 0$ ; | <b>ĐS:</b> $S = \{4\}$ . |
|-------------------|--------------------------|



- b)  $2x - 7 = 0$ ; ĐS:  $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$ .
- c)  $9 - 3x = 0$ ; ĐS:  $S = \{3\}$ .
- d)  $-2x - 4 = 0$ ; ĐS:  $S = \{-2\}$ .
- e)  $0,25x - 2 = 0$ ; ĐS:  $S = \{8\}$ .
- f)  $8,1 - 0,9x = 0$ ; ĐS:  $S = \{9\}$ .
- g)  $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{3}{4}$ ; ĐS:  $S = \{-5\}$ .
- h)  $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1$ ; ĐS:  $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .
- i)  $-2x + 3 = x + 2$ ; ĐS:  $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ .
- j)  $-\frac{1}{4}(x+4) + 1 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$ . ĐS:  $S = \{-1\}$ .

**Bài 4.** Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

a)  $2(1 + 2,5x) = 3 + 5x$  b)  $|x| = -6$

**Giải**

a)  $2(1 + 2,5x) = 3 + 5x \Leftrightarrow 2 + 5x = 3 + 5x \Leftrightarrow 2 = 3$  (vô lí)

Vậy phương trình vô nghiệm

b)  $|x| = -6$

Do  $|x| \geq 0$  và  $-6 < 0$  nên  $|x| = -6$  vô lí

Vậy phương trình vô nghiệm

**Bài 5.** Giải các phương trình sau:

a)  $(m - 1)x = 2$  khi  $m = 2$ ; ĐS:  $S = \{2\}$ .

b)  $mx + 1 = 2 + x$  khi  $m = -1$ ; ĐS:  $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ .

c)  $(m^2 - 1)x = x + 3$  khi  $m = 2$ . ĐS:  $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .

**Bài 6.** Tìm giá trị của  $m$  sao cho phương trình:

a)  $(m + 3)x = 3$  nhận  $x = 1$  là nghiệm; ĐS:  $m = 0$ .

b)  $x + m = 2x - 5$  nhận  $x = 2$  là nghiệm. ĐS:  $m = -3$ .

**Bài 7.** Tìm giá trị của  $k$  sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$2x + 1 = 3(x - 2) \quad (1) \text{ và } (k - 1)x = 2x - 3k + 5 \quad (2). \quad \text{ĐS: } k = \frac{13}{5}.$$

**Bài 8.** Tìm giá trị của  $k$  biết rằng một trong hai phương trình  $2x = 8$  và  $kx - 3 = 9$  nhận  $x = 4$  làm nghiệm, phương trình còn lại nhận  $x = 6$  làm nghiệm.

**ĐS:**  $k = 2$ .

**Bài 9.** Cho phương trình  $(4m^2 - 1)x - 1 = 2m$ . Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a)  $m = \frac{1}{2}$ ; **ĐS:**  $S = \emptyset$ .

b)  $m = -\frac{1}{2}$ ; **ĐS:**  $S = \mathbb{R}$ .

c)  $m = 1$ . **ĐS:**  $S = \{1\}$ .

**Bài 10.** Giải các phương trình:

a)  $ax - 1 = 4$ ; b)  $ax + 3 = 3$ .

**Giải**

a) Một nghiệm  $x = \frac{5}{a}$  nếu  $a \neq 0$ , vô nghiệm nếu  $a = 0$ .

b) Một nghiệm  $x = 0$  nếu  $a \neq 0$ , vô số nghiệm  $x \in \mathbb{R}$  nếu  $a = 0$ .

**Bài 11.** Giải các phương trình:

a)  $x^3 + 2(x - 1)^2 - 2(x - 1)(x + 1) = x^3 + x - 4 - (x - 4)$ ;

b)  $2(x - 3) + 1 = 2(x + 1) - 9$ ;

c)  $3(x + 1)(x - 1) + 5 = 3x^2 + 2$ .

**Giải**

a)  $x = 1$  b) Vô nghiệm c) Vô số nghiệm ( $x \in \mathbb{R}$ )

**Bài 12.** Giải các phương trình:

a)  $x + \frac{5}{2} = \frac{4x + 3}{4} - \frac{2 - 3x}{8}$ ; b)  $\frac{x + 4}{5} - x + 4 = \frac{x}{3} - \frac{x - 2}{2}$ ;

c)  $\frac{9x - 0,7}{4} - \frac{5x - 1,5}{7} = \frac{12x - 2,1}{3}$ .

**Giải**

a)  $x = 5\frac{1}{3}$  b)  $x = 6$  c)  $x = 0,3$

**Bài 13.** Giải các phương trình:

a)  $x - \frac{2x - 5}{5} + \frac{x + 8}{6} = 7 + \frac{x - 1}{3}$ ; b)  $x + \frac{2x - 7}{2} = 5 - \frac{x + 6}{2} + \frac{3x + 1}{5}$ ;

$$c) \frac{3x-2}{11} - \frac{x}{3} = \frac{3x-5}{7} - \frac{5x-3}{9}.$$

**Giải**

$$a) x = 10$$

$$b) x = 3$$

$$c) x = -3$$

**Bài 14.** Giải các phương trình:

$$a) \left( \frac{x+1}{39} + 1 \right) + \left( \frac{x+2}{38} + 1 \right) = \left( \frac{x+3}{37} + 1 \right) \left( \frac{x+4}{36} + 1 \right);$$

$$b) \frac{x+1}{65} + \frac{x+2}{64} = \frac{x+3}{63} + \frac{x+4}{62};$$

$$c) \frac{x-12}{77} + \frac{x-11}{78} = \frac{x-74}{15} + \frac{x-73}{16}.$$

**Giải**

$$a) \frac{x+40}{39} + \frac{x+40}{38} + \frac{x+40}{37} + \frac{x+40}{36} = 0 \Leftrightarrow (x+40) \left( \frac{1}{39} + \frac{1}{38} + \frac{1}{37} + \frac{1}{36} \right) = 0$$

$\Leftrightarrow x = -40$  (Chú ý rằng biểu thức trong dấu ngoặc thứ hai khác 0)

b) Cộng 1 vào mỗi phân thức:

$$\left( \frac{x+1}{65} + 1 \right) + \left( \frac{x+2}{64} + 1 \right) + \left( \frac{x+3}{63} + 1 \right) + \left( \frac{x+4}{62} + 1 \right) = 0$$

$$S = \{-66\}$$

c) Trừ 1 vào mỗi phân thức

$$\left( \frac{x-12}{77} - 1 \right) + \left( \frac{x-11}{78} - 1 \right) = \left( \frac{x-74}{15} - 1 \right) + \left( \frac{x-73}{16} - 1 \right)$$

$$S = \{89\}$$

**Bài 15.** Giải các phương trình:

$$a) 2x^2 = x;$$

$$b) x^2(x^2 + 1) = 0;$$

$$c) x^3 + 9x = 6x^2;$$

$$d) (x+3)(x-3) = 16.$$

**Giải**

$$a) x(2x-1) = 0 \quad S = \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\}$$

$$b) S = \{0\}$$

$$c) x(x-3)^2 = 0 \quad S = \{0; 3\}$$

$$d) S = \{-5; 5\}$$

**Bài 16.** Giải các phương trình:

a)  $(x-6)(x+1) = 2(x+1)$ ;

b)  $(x-1)^2 = 4$ ;

c)  $(2x+1)^2 = (x-1)^2$ ;

d)  $(x^2-1)(2x-1) = (x^2-1)(x+3)$ .

**Giải**

a)  $(x+1)(x-8) = 0 \quad S = \{-1; 8\}$

b) Cách 1.  $(x+1)(x-3) = 0$

Cách 2.  $x-1 = 2$  hoặc  $x-1 = -2$ ;  $S = \{3; -1\}$

c) Cách 1.  $4x^2 + 4x + 1 = x^2 - 2x + 1$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x+2) = 0; S = \{0; -2\}$

Cách 2.  $(2x+1)^2 - (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1+x-1)(2x+1-x+1) = 0$

$\Leftrightarrow 3x(x+2) = 0$

Cách 3.  $(2x+1)^2 = (x-1)^2 \Leftrightarrow 2x+1 = x-1$  hoặc  $2x+1 = 1-x$

d)  $S = \{-1; 1; 4\}$

**Bài 17.** Giải các phương trình:

a)  $x^3 + 3x^2 + x + 3 = 0$ ;

b)  $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$ ;

c)  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ .

**Giải**

a)  $(x+3)(x^2+1) = 0; \quad S = \{-3\}$

b)  $(x-3)(x^2+2) = 0; \quad S = \{3\}$

c)  $(x+3)(x^2-4) = 0; \quad S = \{-3; -2; 2\}$

**Bài 18.** Giải các phương trình:

a)  $x^2 - 9x + 20 = 0$ ;

b)  $x^2 + 10x + 21 = 0$ ;

c)  $x^2 + 2x - 15 = 0$ ;

d)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$ .

**Giải**

a)  $(x-4)(x-5) = 0; \quad S = \{4; 5\}$

$$b) (x+3)(x+7) = 0; \quad S = \{-7; -3\}$$

$$c) (x-3)(x+5) = 0; \quad S = \{3; -5\}$$

$$d) (x-2)(2x-3) = 0; \quad S = \left\{2; \frac{3}{2}\right\}$$

**Bài 19.** Giải các phương trình:

$$a) x^3 - 4x^2 + 5x = 0;$$

$$b) x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0;$$

$$c) x^3 - 5x^2 + 3x - 9 = 0;$$

$$d) x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5 = 0.$$

**Giải**

$$a) x(x^2 - 4x + 5) = 0; \quad S = \{0\}$$

$$b) (x-1)(x+3)^2 = 0; \quad S = \{1; -3\}$$

$$c) (x+1)(x-3)^2 = 0; \quad S = \{-1; 3\}$$

$$d) (x^2 - 1)(x + 4x + 5) = 0; \quad S = \{-1; 1\}$$

**Bài 20.** Giải các phương trình:

$$a^*) (x^2 - 1)^2 = 4x + 1;$$

$$b) (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 2;$$

$$c) (x+1)^4 + (x+3)^4 = 2.$$

**Giải**

a) Cộng  $4x^2$  vào hai vế:

$$x^4 - 2x^2 + 1 + 4x^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)^2 = (2x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 = 2x + 1 \text{ hoặc } x^2 + 1 = -2x - 1 \quad S = \{0; 2\}$$

$$b) \text{Đặt } x^2 + x = y, \text{ đưa về } y(y+3) = 0; S = \{0; -1\}$$

$$c) \text{Đặt } x+2 = t, \text{ đưa về } y^2(y^2+6) = 0; S = \{-2\}$$

**Bài 21.** Giải các phương trình:

$$a) \frac{x}{x-2} = \frac{x-6}{x-4}$$

$$b) \frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$$

$$c) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x+1} + \frac{x^2-3}{1-x^2} = 0$$

$$d) \frac{2x+3}{5x-3} - \frac{3}{4x-6} = \frac{2}{5}$$

$$e) \frac{2}{x^2+2x+1} - \frac{5}{x^2-2x+1} = \frac{3}{1-x^2}$$

$$f) x + \frac{1}{x} = 2$$

**Đáp án**

$$a) x = 3$$

$$b) x = 3$$

$$c) x = 4$$

$$d) x = 9$$

$$e) x = -\frac{3}{7}$$

$$f) x = 1$$

**Bài 22.** Giải các phương trình:

$$a) \frac{1}{x-1} - \frac{7}{x-2} = \frac{1}{(x-1)(2-x)}$$

$$b) \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-1} + \frac{9}{(x+2)(x-1)} = 0$$

$$c) x + \frac{x-1}{x-2} = 3 + \frac{1}{x-2}$$

$$d) \frac{x+1}{x-3} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{(x-1)(x-3)}$$

$$e) \frac{2x-1}{x-1} + \frac{x}{(x-1)(x-2)} = \frac{6x-2}{x-2}$$

**Đáp án**

$$a) x = 1 \text{ không thỏa mãn điều kiện xác định: } S = \emptyset$$

$$b) x = -2 \text{ không thỏa mãn điều kiện xác định: } S = \emptyset$$

$$c) x = 0 \text{ thỏa mãn điều kiện xác định; } x = -1 : \text{ loại; } S = \{0\}$$

$$d) x = 0 \text{ thỏa mãn điều kiện xác định; } x = -1 : \text{ loại; } S = \{0\}$$

**Bài 23.** Giải các phương trình:

$$a) \frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2}$$

$$b) \frac{x^2+3x+2}{x+3} - \frac{x^2+2x+1}{x-1} = \frac{4x+4}{x^2+2x-3}$$

**Đáp án**

$$a) \text{ Mọi } x \neq \pm 3$$

$$b) x = -1 \text{ thỏa mãn điều kiện xác định; } x = -3 : \text{ loại; } S = \{-1\}$$

**Bài 24.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{2}{x+1} + \frac{1}{1-x} - \frac{5}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$ .

a) Rút gọn biểu thức A.

$$b) \text{ Tìm giá trị của } x \text{ để } A = \frac{2}{3}.$$

$$c) \text{ Tìm giá trị của } x \text{ để } A = -3.$$

**Giải**

$$a) A = \left( \frac{2}{x+1} + \frac{1}{1-x} - \frac{5}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$

$$= \frac{2(x-1) - (x+1) + 5}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{1 - 2x} = \frac{2x - 2 - x - 1 + 5}{1 - 2x} = \frac{x + 2}{1 - 2x}.$$

$$b) A = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{x+2}{1-2x} = \frac{2}{3} \text{ (Với điều kiện } x \neq 1; x \neq -1; x \neq \frac{1}{2} \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 2 - 4x \Leftrightarrow 7x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{7}, \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ).}$$

$$c) A = -3 \Leftrightarrow \frac{x+2}{1-2x} = -3 \text{ (Với điều kiện } x \neq 1; x \neq -1; x \neq \frac{1}{2} \text{)}$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = -3 + 6x \Leftrightarrow x - 6x = -3 - 2 \Leftrightarrow -5x = -5$$

$$\Leftrightarrow x = 1, \text{ không thỏa mãn ĐKXĐ.}$$

Vậy không có giá trị nào của  $x$  để  $A = -3$ .

**Bài 25.** Giải các phương trình:

$$a) \frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} = 3$$

$$b) \frac{x-2}{2} - \frac{x+3}{3} + \frac{x+4}{5} = x - 5$$

$$c) 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$d) x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$$

$$e) \frac{2}{2x+1} - \frac{3}{1-2x} = \frac{3x+8}{4x^2-1}$$

$$g) \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x-3} = \frac{4}{(x+1)(x-3)}$$

$$h) \frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x-3} + \frac{4x}{(x-1)(x-3)} = 0.$$

**Giải**

$$a) \frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{6(x+1) + 4(x+2) + 3(x+3)}{12} = 3 \Leftrightarrow 6x + 6 + 4x + 8 + 3x + 9 = 36$$

$$\Leftrightarrow 13x = 36 - 8 - 9 - 6 \Leftrightarrow 13x = 13 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Vậy } S = \{1\}$$

$$b) \frac{x-2}{2} - \frac{x+3}{3} + \frac{x+4}{5} = x - 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{15(x-2) - 10(x+3) + 6(x+4)}{30} = x - 5 \Leftrightarrow 15x - 30 - 10x - 30 + 6x + 24 = 30x - 150$$

$$\Leftrightarrow 11x - 36 = 30x - 150 \Leftrightarrow 19x = 114 \Leftrightarrow x = 6$$

Vậy  $S = \{6\}$

c)  $2x^3 - 3x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(2x-3) + (2x-3) = 0 \Leftrightarrow (2x-3)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Vậy  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

d)  $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x+5) - 4(x+5) = 0 \Leftrightarrow (x+5)(x^2-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Vậy  $S = \{-5; \pm 2\}$

e)  $\frac{2}{2x+1} - \frac{3}{1-2x} = \frac{3x+8}{4x^2-1} \quad \left(x \neq \pm \frac{1}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2x+1} + \frac{3}{2x-1} = \frac{3x+8}{4x^2-1} \Leftrightarrow \frac{2(2x-1) + 3(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{3x+8}{(2x-1)(2x+1)}$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 + 6x + 3 = 3x + 8 \Leftrightarrow 7x = 7 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $S = \{1\}$

g)  $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x-3} = \frac{4}{(x+1)(x-3)} \quad (x \neq -1; x \neq 3)$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-3) - (x-1)(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \frac{4}{(x+1)(x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 3x - x^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow -3x = 3 \Leftrightarrow x = -1 \text{ (loại)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

h)  $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x-3} + \frac{4x}{(x-1)(x-3)} = 0. \quad (x \neq 1; x \neq 3)$

$$\Leftrightarrow \frac{3x(x-3) - 2x(x-1) + 4x}{(x-1)(x-3)} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 9x - 2x^2 + 2x + 4x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (TM) \\ x = 3 & (KTM) \end{cases}$$

Vậy  $S = \{0\}$

**Bài 26.** Giải các phương trình

a)  $x^2 + 12x + 32 = 0;$

b)  $x^3 + 3x^2 + x - 5 = 0.$

**Đáp án**

a)  $(x+4)(x+8) = 0 \Rightarrow S = \{-4; -8\}$



$$b) (x-1)(x^2+4x+5)=0 \Rightarrow S=\{1\}$$

**Bài 27.** Cho phương trình  $2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)=6$ . Tập hợp  $A=\{2;-1\}$  có phải là tập nghiệm của phương trình không? Vì sao?

**Giải**

$$2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)=6. \text{ (đk: } x \neq 0)$$

$$\text{Đặt } x+\frac{1}{x}=a \text{ (} a \geq 0) \Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=a^2 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$$

$$\text{Ta có } 2(a^2-2)-a=6 \Leftrightarrow 2a^2-4-a=6 \Leftrightarrow 2a^2-a-10=0 \Leftrightarrow 2a^2+4a-5a-10=0$$

$$\Leftrightarrow 2a(a+2)-5(a+2)=0 \Leftrightarrow (a+2)(2a-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 & (KTM) \\ a=\frac{5}{2} & (TM) \end{cases}$$

$$\text{Với } a=\frac{5}{2}, \text{ ta có: } x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2+2=5x \Leftrightarrow 2x^2-5x+2=0 \Leftrightarrow 2x^2-x-4x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x(2x-1)-2(2x-1)=0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 & (TM) \\ x=\frac{1}{2} & (TM) \end{cases}$$

Vậy tập hợp  $A=\{2;-1\}$  không là tập nghiệm của phương trình.

**Bài 28.** Giải các phương trình:

$$a) (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4);$$

$$b) x^3+x^2-36=0;$$

$$c) (x^2-16)^2=16x+1.$$

**Giải**

$$a) (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$$

Rút gọn ra được

$$20x^3+100x=0 \Leftrightarrow x(20x^2+100)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 20x^2+100=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & (TM) \\ 20x^2=-100 & (L) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S=\{0\}$$

$$b) x^3+x^2-36=0$$

$$\Leftrightarrow x^3-27+x^2-9=0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+4x+12)=0 \Leftrightarrow x=3$$

$$\text{Vậy } S=\{3\}$$

$$c) (x^2-16)^2=16x+1.$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 16)^2 + 64x^2 = 64x^2 + 16x + 1 \Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 256 + 64x^2 = (8x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 16)^2 = (8x + 1)^2 \Leftrightarrow (x^2 + 16 - 8x - 1)(x^2 + 16 + 8x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 8x + 15)(x^2 + 8x + 17) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy  $S = \{3; 5\}$

## BÀI 26. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

**VD 1.1.** Cho một phân số có tử nhỏ hơn mẫu là 8, nếu tăng tử lên 2 đơn vị và giảm mẫu đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng  $\frac{3}{4}$ . Tìm phân số đó.

**Giải**

Gọi tử số của phân số cần tìm là:  $a$ , mẫu số của phân số cần tìm là:  $a + 8$ .

Nếu tăng tử lên 2 đơn vị và giảm mẫu đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng  $\frac{3}{4}$ , ta có:

$$\frac{a+2}{a+8-3} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+2}{a+5} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4a+8 = 3a+15 \Leftrightarrow a=7$$

Vậy phân số cần tìm là  $\frac{7}{15}$

**VD 1.2.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số, chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục và nếu xen thêm chữ số 2 vào giữa hai chữ số ấy thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 200. Tìm số đó.

**Giải**

Gọi số có hai chữ số cần tìm là  $\overline{ab}$ . Điều kiện:  $(0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9)$

Mà chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục nên ta được số  $b = a \times 2$

Viết thêm chữ số 2 vào giữa hai chữ số ta được:  $\overline{a2b}$ .

Theo đề bài ta có  $\overline{a2b} = \overline{ab} + 200$

$$\Leftrightarrow 100a + 20 + b = 10a + b + 200 \Leftrightarrow 90a = 180 \Leftrightarrow a = 2$$

Mà  $b = 2 \times 2 = 4$

Vậy số cần tìm là  $\overline{ab} = 24$ .

**VD 1.3.** Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 1 vào đằng trước ta được số A có năm chữ số, nếu viết thêm chữ số 4 vào đằng sau ta được số B có năm chữ số, trong đó B gấp bốn lần A.

**Giải**

Gọi số phải tìm  $\overline{abcd}$  là  $x$ . Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}; 1000 \leq x \leq 9999$ .

Viết thêm chữ số 1 vào đằng trước ta được

$$A = \overline{1abcd} = 1000 + x$$

Viết thêm chữ số 4 vào đằng sau ta được.

$$B = \overline{abcd4} = 10x + 4$$

Theo đề bài  $B = 4A$  nên có phương trình

$$10x + 4 = 4(10000 + x)$$

Giải phương trình

$$10x + 4 = 40000 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 10x - 4x = 40000 - 4$$

$$\Leftrightarrow 6x = 39996$$

$$\Leftrightarrow x = 6666$$

Giá trị  $x = 6666$  thỏa mãn các điều kiện nêu trên. Số phải tìm là 6666.

**VD 1.4.** Cuộc thi tốt nghiệp Trung học ở Mỹ AHSME về toán gồm 30 câu hỏi trắc nghiệm. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời chính xác thì được 5 điểm, nếu không trả lời thì được 1 điểm, nếu trả lời không chính xác thì không được điểm. Một học sinh đạt 85 điểm, trong đó số câu trả lời chính xác gấp ba số câu trả lời không chính xác. Tính số câu trả lời không chính xác, số câu trả lời chính xác, số câu không trả lời.

**Giải**

Gọi  $x$  là số câu trả lời không chính xác. Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}, 1 \leq x < 30$ .

Số câu trả lời chính xác là  $3x$ .

Số câu không trả lời là  $30 - x - 3x$

Tổng số điểm là 85 nên ta có phương trình.

$$3x \cdot 5 + (30 - x - 3x) = 85$$

Giải phương trình

$$15x + 30 - 4x = 85 \Leftrightarrow 11x = 85 - 30$$

$$\Leftrightarrow 11x = 55 \quad \Leftrightarrow x = 5$$

Giá trị  $x = 5$  thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Số câu trả lời không chính xác là 5.

Số câu trả lời chính xác là  $5 \cdot 3 = 15$ .

Số câu không trả lời là  $30 - 5 - 15 = 10$ .

**VD 2.1.** Hai tổ công nhân trong một công xưởng, sản xuất được 600 sản phẩm trong tháng đầu. Sang tháng thứ hai, tổ I làm vượt mức 25%, tổ II vượt mức 15% do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 725 sản phẩm. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

**Giải**

Gọi số sản phẩm tổ I làm được trong tháng đầu là:  $a$  (sản phẩm) ( $a \in \mathbb{N}^*; a < 600$ )

Gọi số sản phẩm tổ II làm được trong tháng đầu là:  $600 - a$  (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ I làm được trong tháng hai là:  $a + a \cdot 25\% = 1,25a$  (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ II làm được trong tháng hai là:  $(600 - a) + (600 - a) \cdot 15\% = 690 - 1,15a$  (sản phẩm)

Theo đề bài ta có:  $1,25a + 690 - 1,15a = 725 \Leftrightarrow 0,1a = 35 \Leftrightarrow a = 350$  (thỏa mãn)

Vậy tổ I sản xuất được 350 sản phẩm

Tổ II sản xuất được  $600 - 350 = 250$  sản phẩm.

**VD 2.2.** Năm ngoái, tổng số dân của tỉnh A và B là 6 000 000 người. Năm nay dân số của tỉnh A tăng 1,5%, dân số tỉnh B tăng 1,2%. Do đó tổng dân số hai tỉnh năm nay tăng thêm 83 400 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

### Giải

Gọi dân số tỉnh A năm ngoái là:  $a$  (người) ( $a \in \mathbb{N}^*; a < 6$ )

Dân số tỉnh B năm ngoái là:  $6\,000\,000 - a$  (triệu người)

Theo đề bài, ta có:  $a + a \cdot 1,5\% + (6\,000\,000 - a) + (6\,000\,000 - a) \cdot 1,2\% = 6\,083\,400$

$$\Leftrightarrow a + 0,015a + 6\,000\,000 - a + 72\,000 - 0,012a = 6\,083\,400$$

$$\Leftrightarrow 0,003a + 6\,072\,000 = 6\,083\,400$$

$$\Leftrightarrow 0,003a = 11\,400 \Leftrightarrow a = 3\,800\,000 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy tỉnh A có 3 800 000 người, tỉnh B có  $6\,000\,000 - 3\,800\,000 = 2\,200\,000$  người

**VD 3.1.** Chị Thu phải làm một số dụng cụ trong 18 ngày. Do đã vượt mức mỗi ngày 5 chiếc nên sau 16 ngày, chị đã làm xong số dụng cụ được giao và còn làm thêm được 20 dụng cụ nữa. Tính số dụng cụ chị Thu đã làm trong một ngày.

### Giải

Gọi số dụng cụ chị Thu đã làm trong một ngày là  $x$  (chiếc).

Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}, x > 5$ .

Số dụng cụ chị Thu đã làm trong 16 ngày là  $16x$  (chiếc).

Số dụng cụ chị Thu phải làm trong một ngày là  $x - 5$  (chiếc), số dụng cụ phải làm trong 18 ngày là  $18 \cdot (x - 5)$  chiếc.

Chị Thu là vượt 20 dụng cụ nên có phương trình:

$$16 - 18(x - 5) = 20.$$

Giải phương trình:

$$16x - 18x + 90 = 20 \Leftrightarrow -2x = 20 - 90$$

$$\Leftrightarrow -2x = -70 \Leftrightarrow x = 35$$

Giá trị  $x = 35$  thỏa mãn điều kiện của ẩn

Số dụng cụ chị Thu đã làm trong một ngày là 35 chiếc.

**VD 3.2.** Một công xưởng sản xuất một lượng hàng, theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất được 380 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật mỗi ngày công xưởng sản xuất được 480 sản phẩm. Do đó, công xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và

còn vượt mức 20 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, công xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

**Giải**

Ta có phương trình:  $380x + 20 = 480(x - 1) \Leftrightarrow x = 5$  (thỏa mãn)

Vậy số sản phẩm phải sản xuất là:  $5.380 = 1900$  (sản phẩm)

**VD 4.1.** Hai máy bơm cùng làm việc thì sau 12 giờ bơm nước đầy bể. Nếu máy bơm I là 3 giờ và máy bơm II làm 18 giờ thì hai máy cũng bơm được đầy bể. Hỏi nếu máy bơm I làm một mình thì bơm nước đầy bể trong bao lâu ?

**Giải**

Gọi thời gian máy bơm I làm một mình xong công việc là  $x$  (giờ)

Điều kiện:  $x > 0$

Trong một giờ, hai máy là được  $\frac{1}{12}$  công việc, máy bơm I làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, máy bơm II làm được  $\frac{1}{12} - \frac{1}{x}$  công việc.

Máy bơm I là 3 giờ và máy bơm II làm 18 giờ xong công việc nên có phương trình:

$$3 \cdot \frac{1}{x} + 18 \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{x} \right) = 1$$

Giải phương trình:  $3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{18}{12} - \frac{18}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{-15}{x} = 1 - \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{-15}{x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 30$ . (thỏa mãn)

Máy bơm I là một mình xong công việc trong 30 giờ.

**VD 4.2.** Hai tổ công nhân cùng làm thì sau 4 giờ sẽ hoàn thành công việc. Nếu tổ I làm công việc trong 3 giờ rồi đi làm việc khác, tổ II làm tiếp công việc trong 1 giờ nữa thì sẽ hoàn thành được  $\frac{7}{12}$  công việc. Tính thời gian mỗi tổ làm riêng để hoàn thành công việc.

**ĐS:** Tổ I mất 6 giờ, tổ II mất 12 giờ.

**VD 4.3.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 2 giờ 24 phút thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước vòi II chảy được gấp 1,5 lần lượng nước chảy của vòi I. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể?

**ĐS:** Vòi I mất 6 giờ, vòi II mất 4 giờ.

**VD 5.1.** Năm nay tuổi bố gấp 5 lần tuổi con. Biết sau 15 năm nữa tuổi bố chỉ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi của hai bố con hiện nay.

**Giải**

Ta có phương trình:  $5a + 15 = 3(a + 15) \Leftrightarrow 5a + 15 = 3a + 45 \Leftrightarrow 2a = 30 \Leftrightarrow a = 15$  (thỏa mãn)

Vậy hiện nay con 15 tuổi, bố  $15.5 = 75$  tuổi

**VD 5.2.** Anh Nam đi từ A đến B với vận tốc 24km/h. Lúc từ B về A, anh có công việc cần đi theo đường khác dài hơn quãng đường lúc đi là 5km. Do vận tốc của anh lúc về là 30 km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 40 phút. Tính quãng đường AB lúc đi.

**Giải**

Gọi quãng đường AB lúc đi là  $x$  (km). Điều kiện  $x > 0$ .

Thời gian đi là  $\frac{x}{24}$  (giờ). Quãng đường lúc về là  $x+5$  (km), thời gian về là:  $\frac{x+5}{30}$  (giờ).

Thời gian về ít hơn thời gian đi là 40 phút =  $\frac{2}{3}$  giờ nên có phương trình:  $\frac{x}{24} - \frac{x+5}{30} = \frac{2}{3}$

Giải phương trình:  $5x - 4(x+5) = 80$

$$\Leftrightarrow 5x - 4x - 20 = 80 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (thỏa mãn)}$$

Quãng đường AB lúc đi dài 100 km.

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Bài 29.** Một đội công nhân sửa một đoạn đường trong ba ngày. Trong ngày thứ nhất đội sửa được  $\frac{1}{3}$  đoạn đường, trong ngày thứ hai đội sửa được quãng đường bằng  $\frac{4}{3}$  quãng đường sửa trong ngày đầu, trong ngày thứ ba đội sửa nốt 80m còn lại. Tính quãng đường tổng cộng đội công nhân đó sửa chữa trong ba ngày.

**Giải**

Gọi quãng đường đội công nhân sửa trong ba ngày là  $x$  (mét).

$$\text{Phương trình: } \frac{x}{3} + \frac{4}{3} \cdot \frac{x}{3} + 80 = x \Rightarrow x = 360.$$

Quãng đường phải tìm là 360m.

**Bài 30.** Số học sinh tiên tiến của hai khối 7 và 8 là 270 học sinh. Biết rằng  $\frac{3}{4}$  số học sinh tiên tiến của khối 7 bằng 60% số học sinh tiên tiến của khối 8. Tính số học sinh tiên tiến của mỗi khối.

**Giải**

Gọi số học sinh tiên tiến của khối 7 là  $x$ . Phương trình:

$$\frac{3}{4}x = \frac{60}{100}(270 - x) \Rightarrow x = 120.$$

Số học sinh tiên tiến của khối 7 là 120.

Số học sinh tiên tiến của khối 8 là 150.

**Bài 31.** Một số học sinh nam và nữ tham gia một trò chơi. Lúc đầu, số nam bằng một nửa số nữ. Sau đó có thêm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia nên số nam bằng  $\frac{3}{4}$  số nữ. Tính số học sinh nam tham gia lúc đầu.

**Giải**

Gọi số học sinh nam tham gia lúc đầu là  $x$ . Phương trình:

$$x + 7 = \frac{3}{4}(2x + 4) \Rightarrow x = 8$$

Số học sinh nam tham gia lúc đầu là 8.

**Bài 32.** Một hình chữ nhật có chu vi là 800m. Nếu giảm chiều dài đi 20%, tăng chiều rộng  $\frac{1}{3}$  của nó thì chu vi không đổi. Tính mỗi chiều của hình chữ nhật đó.

**Giải**

Gọi chiều dài là  $x$  (mét). Chiều rộng là  $400 - x$ . Phương trình là:

$$\frac{20}{100}x = \frac{400 - x}{3} \Rightarrow x = 250$$

Chiều dài là 250m, chiều rộng là 150m.

**Bài 33.** Hiện nay mẹ 30 tuổi, con 3 tuổi. Sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp bốn lần tuổi con?

**Giải**

Gọi  $x$  là số năm để tuổi mẹ gấp bốn lần tuổi con. Phương trình là:

$$30 + x = 4(3 + x) \Rightarrow x = 6$$

Sau 6 năm nữa thì tuổi mẹ gấp bốn lần tuổi con.

**Bài 34.** Lớp 8A có tổng cộng 42 học sinh, trong đó có 30 học sinh đạt loại giỏi. Biết rằng  $\frac{2}{3}$  số học sinh nam đạt loại giỏi, 75% số học sinh nữ đạt loại giỏi. Tính số học sinh nam và nữ của lớp 8A.

**Giải**

Gọi số học sinh nam của 8A là  $x$ . Phương trình là:

$$\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}(42 - x) = 30 \Rightarrow x = 18$$

Số học sinh nam là 18, số học sinh nữ là 24.



**Bài 35.** Cho phân số  $\frac{34}{71}$ . Tìm một số tự nhiên, sao cho nếu lấy tử cộng với số đó, lấy mẫu trừ đi số đó thì giá trị của phân số mới bằng  $\frac{3}{4}$ .

**Giải**

Gọi số phải tìm là  $x$ . Phương trình là:

$$\frac{34+x}{71-x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 11.$$

**Bài 36.** Lừa và ngựa thồ một số bao hàng ra chợ. Nếu chuyển một bao từ ngựa sang lừa thì lừa và ngựa chở bằng nhau. Nếu chuyển một bao từ lừa sang ngựa thì ngựa chở gấp đôi lừa. Hỏi mỗi con chở mấy bao hàng?

**Giải**

Gọi số bao mà lừa chở là  $x$ . Số bao ngựa chở là  $x+2$ .

Sau khi chuyển một bao từ lừa sang ngựa thì số bao lừa chở là  $x-1$ , số bao ngựa chở là  $x+3$ . Phương trình:  $x+3 = 2(x-1) \Rightarrow x = 5$

Vậy lừa chở 5 bao, ngựa chở 7 bao.

**Bài 37.** Tổng của bốn số bằng 45. Nếu lấy số thứ nhất cộng với 2, lấy số thứ hai trừ đi 2, lấy số thứ ba nhân với 2, lấy số thứ tư chia cho 2 thì bốn kết quả đó bằng nhau. Tìm bốn số ban đầu.

**Giải**

Gọi  $x$  là kết quả của mỗi số sau khi thay đổi. Bốn số lúc đầu theo thứ tự là:

$$x-2, x+2, \frac{x}{2}, 2x.$$

$$\text{Phương trình: } (x-2) + (x+2) + \frac{x}{2} + 2x = 45 \Rightarrow x = 10.$$

Vậy bốn số lúc đầu là 8, 12, 5, 20.

**Bài 38.** Tìm một số tự nhiên có chữ số hàng đơn vị là 5 và nếu xóa chữ số 5 đó thì số ấy giảm đi 1814 đơn vị.

**Giải**

Gọi số phải tìm là  $x$ . Phương trình:

$$x - \frac{x-5}{10} = 1814 \Rightarrow x = 2015.$$

**Bài 39.** Cho một số tự nhiên có năm chữ số. Nếu viết thêm chữ số 7 vào sau số đó, ta được số A có sáu chữ số. Nếu viết thêm chữ số 7 vào trước số đó, ta được số B có sáu chữ số. Biết rằng  $B=4A$ . Tìm số có năm chữ số ban đầu.

**Giải**

Gọi số phải tìm  $\overline{abcde}$  là  $x$ , ta có:

$\overline{7abcde} = 4.\overline{abcde}7$ . Ta có phương trình:

$$700000 + x = 4(10x + 7) \Rightarrow x = 17948$$

**Bài 40.** Một ô tô rời từ A lúc 6 giờ 15 phút, đi với vận tốc 50 km/h. Đến B, ô tô đó dừng lại 1 giờ rưỡi rồi chở về A với vận tốc 40km/h, và đến A lúc 14 giờ rưỡi. Tính quãng đường AB.

**Giải**

Gọi quãng đường AB là  $x(km)$ . Phương trình:

$$\frac{x}{40} + \frac{x}{50} = 14\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} - 6\frac{1}{4} \Rightarrow x = 150.$$

Quãng đường AB dài 150km.

**Bài 41.** Hai ô tô đi từ A đến B, vận tốc ô tô thứ nhất là 40 km/h. Vận tốc ô tô thứ hai là 25 km/h. Để đi hết quãng đường AB, ô tô thứ nhất cần ít thời gian hơn ô tô thứ hai là 1 giờ 30 phút. Tính quãng đường AB.

**Giải**

Gọi quãng đường AB là  $x(km)$ . Phương trình:

$$\frac{x}{25} - \frac{x}{40} = 1,5 \Rightarrow x = 100.$$

Quãng đường AB dài 100km.

**Bài 42.** Một ca nô đi xuôi khúc sông từ A đến B hết 1 giờ 30 phút và đi ngược từ B về A hết 2 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc riêng của ca nô và chiều dài quãng sông AB.

**Giải**

Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x(km/h)$ . Phương trình:

$$1,5(x + 3) = 2(x - 3) \Rightarrow x = 21.$$

Vận tốc riêng của ca nô là 21km/h.

Quãng đường sông AB dài 36km.

**Bài 43.** Hai đội công nhân I và II phải trồng 1000 cây và 950 cây. Mỗi giờ đội I trồng được 120 cây, mỗi giờ đội II trồng được 160 cây. Hỏi hai đội cùng bắt đầu làm. Hỏi sau bao lâu thì số cây còn lại phải trồng của đội I nhiều gấp đôi số cây còn lại phải trồng của đội II?

**Giải**

Gọi thời gian phải tìm là  $x$  (giờ). Phương trình:

$$1000 - 120x = 2(950 - 160x) \Rightarrow x = 4,5.$$

Sau 4,5 giờ thì số cây còn lại phải trồng của đội I nhiều gấp đôi số cây còn lại phải trồng của đội II.

**Bài 44.** Một bể nước có dung tích là 1250 lít. Người ta cho một vòi nước lạnh chảy vào bể, mỗi phút chảy được 30 lít, rồi khóa vòi nước lạnh và cho vòi nước nóng chảy vào bể, mỗi phút chảy được 40 lít cho đến khi đầy bể nước. Tính thời gian mỗi vòi cần chảy vào bể, biết hai vòi chảy tổng cộng trong 35 phút.

**Giải**

Gọi thời gian vòi nước lạnh chảy vào bể là  $x$  (phút). Phương trình:

$$30x + 40(35 - x) = 1250 \Rightarrow x = 15.$$

Vòi nước lạnh chảy trong 15 phút, vòi nước nóng chảy trong 20 phút.

**Bài 45.** Chị Mai phải làm một số dụng cụ trong một thời gian, tính ra mỗi ngày chị phải làm 20 dụng cụ. Do chị đã làm mỗi ngày 25 dụng cụ nên không những đã hoàn thành trước 2 ngày mà còn làm thêm được 10 dụng cụ nữa. Tính tổng số dụng cụ mà chị Mai phải làm theo kế hoạch.

**Giải**

Gọi số dụng cụ mà chị Mai phải làm theo kế hoạch là  $x$  (chiếc). Phương trình:

$$\frac{x}{20} - \frac{x+10}{25} = 2 \Rightarrow x = 240.$$

Chị Mai phải làm 240 dụng cụ.

**Bài 46.** Trên quãng đường AB dài 30km, một người đi từ A đến C với vận tốc 30km/h, rồi đi từ C đến B với vận tốc 20 km/h hết tất cả 1 giờ 10 phút. Tính quãng đường AC và CB.

**Giải**

Gọi quãng đường AC là  $x$ (km). Phương trình:

$$\frac{x}{30} + \frac{30-x}{20} = 1\frac{1}{6} \Rightarrow x = 20.$$

Quãng đường AC dài 20km, quãng đường CB dài 10km.

**Bài 47.** Một xe du lịch đi từ A đến B. Sau đó 17 phút, một xe tải rời B để đến A. Sau khi khởi hành 28 phút, xe tải gặp xe du lịch. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe tải là 20 km/h và quãng đường AB dài 88 km.

**Giải**

Gọi vận tốc của xe du lịch là  $x$ (km/h).

Đến lúc gặp xe tải, xe du lịch đã đi được  $17 + 28 = 45$  (phút).

$$\text{Phương trình: } \frac{45}{60}x + \frac{28}{60}(x - 20) = 88 \Rightarrow x = 80.$$

Vận tốc của xe du lịch là 80km/h, vận tốc của xe tải là 60km/h.

**Bài 48.** Hai cây nến có chiều dài bằng nhau. Cây nến I cháy hết trong 2 giờ, cây nến II cháy hết trong 3 giờ. Người ta thắp cả hai cây nến lúc 8 giờ. Đến lúc nào thì cây nến II dài gấp đôi cây nến I?

**Giải**

Gọi thời gian kể từ lúc 8 giờ đến lúc cây nến II dài gấp đôi cây nến I là  $x$  (giờ).

Trong 1 giờ cây nến I cháy được  $\frac{1}{2}$  chiều dài, trong  $x$  giờ nó cháy được  $\frac{x}{2}$  chiều dài, còn lại  $1 - \frac{x}{2}$  chiều dài.

Trong 1 giờ cây nến II cháy được  $\frac{1}{3}$  chiều dài, trong  $x$  giờ nó cháy được  $\frac{x}{3}$  chiều dài, còn lại  $1 - \frac{x}{3}$  chiều dài.

$$\text{Phương trình } 1 - \frac{x}{3} = 2 \left( 1 - \frac{x}{2} \right) \Rightarrow x = 1,5$$

Lúc 9 giờ 30 phút thì cây nến II dài gấp đôi cây nến I.

**Bài 49.** Một hình chữ nhật có chu vi 320 m. Nếu tăng chiều dài 10m, tăng chiều rộng 20m thì diện tích hình chữ nhật tăng  $2700m^2$ . Tính mỗi chiều.

**Giải**

Gọi chiều dài là  $x(km)$ . Chiều rộng là  $160 - x$ . Phương trình:

$$(x + 10)(180 - x) - x(160 - x) = 2700 \Rightarrow x = 90.$$

Chiều dài là  $90m$ , chiều rộng là  $70m$

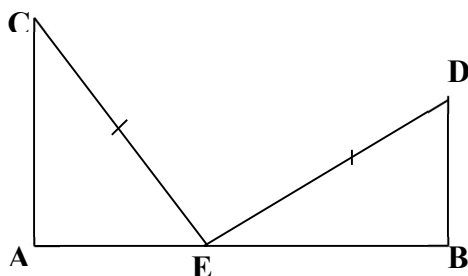
**Bài 50.** Hai cây cọ mọc đối diện nhau ở hai bên bờ sông, cách nhau 50 thước, mỗi cây cao 30 thước, một cây cao 20 thước (h.1). Trên ngọn của mỗi cây có một con chim đang đậu. Bỗng nhiên cả hai con chim đều nhìn thấy một con cá bơi trên mặt nước giữa hai cây, chúng cùng bổ nhào xuống con cá một lúc với vận tốc như nhau và cùng đến đích một lúc. Tính khoảng cách từ gốc cây cao hơn đến con cá.

(Bài toán cổ Ả Rập thế kỷ XI)

**Giải**

Do  $CE = DE$  nên  $CE^2 = DE^2$ .

Đặt  $AE = x$ . Giải phương trình  $30^2 + x^2 = (50 - x)^2 + 20^2$ , được  $x = 20$ .



Đáp số: 20 thước.

**Bài 51.** Trong 300 gam dung dịch axit, lượng axit nguyên chất chiếm 10%. Phải thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch để nồng độ axit trong dung dịch là 6%?

**Giải**

Gọi lượng nước phải thêm vào là  $x$  (gam).

Phương trình

$$\frac{30}{300+x} = \frac{6}{100} \Rightarrow x = 200.$$

Phải thêm vào 200 gam nước.

**Bài 52.** Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ. Nếu đội I làm trong 2 giờ và đội II làm trong 3 giờ thì cả hai đội làm được  $\frac{7}{12}$  công việc. Tính thời gian mỗi đội làm một mình xong công việc ấy.

**Giải**

Gọi thời gian đội I làm một mình xong công việc là  $x$  (giờ). Phương trình:

$$2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{x} \right) = \frac{7}{12} \Rightarrow x = 6.$$

Đội I làm một mình 6 giờ xong công việc.

Đội II làm một mình 12 giờ xong công việc.

**Bài 53.** Khi hòa tan  $m$  gam muối với  $n$  gam nước, ta được một dung dịch có nồng độ muối là  $\frac{m}{m+n}$ %. Nếu lấy nhiều hơn lúc đầu  $a$  gam nước, ta được một dung dịch có nồng độ muối là  $x$ %. Nếu lấy ít hơn lúc đầu  $a$  gam muối, ta vẫn được một dung dịch muối có nồng độ muối là  $x$ %. Tìm  $x$ .

**Giải**

Theo đề bài ta có

$$\frac{m}{m+n+a} = \frac{x}{100} \quad (1) \quad \text{và} \quad \frac{m-a}{m+n-a} = \frac{x}{100} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{m}{m+n+a} = \frac{m-a}{m+n-a} = \frac{m-(m-a)}{m+n+a-(m+n-a)} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra  $\frac{x}{100} = \frac{1}{2}$ . Vậy  $x = 50$ .

**Bài 54.** Hai kho chứa tổng cộng 120 tấn hàng. Nếu chuyển 30 tấn hàng từ kho I sang kho II thì số hàng ở kho I bằng nửa số hàng ở kho II. Tìm số hàng ở mỗi kho.

**Giải**

Gọi số hàng ở kho là  $x$  (tấn). Phương trình:

$$x - 30 = \frac{1}{2}(120 - x + 30) \Rightarrow x = 70.$$

Kho I chứa 70 tấn, kho II chứa 50 tấn.

**Bài 55.** Một thị trấn có số dân là 25300 người, mức tăng dân số hàng năm là 1,2%. Tính số dân của thị trấn đó năm ngoái.

**Giải**

Gọi số dân của thị trấn năm ngoái là  $x$  (người). Phương trình:

$$x + \frac{1,2}{100}x = 25300 \Rightarrow x = 25000.$$

Năm ngoái, số dân của thị trấn đó là 25000 người/

**Bài 56.** Một người đi bộ từ nhà đến ga. Trong 12 phút đầu, người đó đi được 700 m và thấy rằng nếu đi với vận tốc như vậy sẽ đến ga chậm 40 phút. Vì thế trên quãng đường còn lại, người đó đi với vận tốc 5 km/h, do đó đã đến ga sớm hơn dự định 5 phút. Tính quãng đường từ nhà đến ga.

**Giải**

Gọi quãng đường còn lại (sau khi người đi bộ đã đi 700m) là  $x$  (km).

$$\text{Vận tốc lúc đầu là: } 0,7 : \frac{12}{60} = 3,5(\text{km} / \text{h})$$

Do tăng vận tốc nên thời gian đi giảm được  $40 + 5 = 45$  (phút) =  $\frac{3}{4}$  (giờ).

$$\text{Phương trình: } \frac{x}{3,5} - \frac{x}{5} = \frac{3}{4}; x = 8,75.$$

Quãng đường từ nhà đến ga dài:  $0,7 + 8,75 = 9,45$  (km).

**Bài 57.** Có hai dung dịch axit cùng loại có nồng độ axit lần lượt là 45 % và 25 %. Tính khối lượng mỗi dung dịch axit đem trộn để được 5 kg dung dịch có nồng độ axit là 33 %.

**Giải**

Gọi khối lượng của dung dịch I là  $x$  (kg). Phương trình:

$$\frac{45}{100}x + \frac{25}{100}(5 - x) = 5 \cdot \frac{33}{100}; x = 2$$

Phải trộn 2kg dung dịch I với 3kg dung dịch II.

**Bài 58.** Bà khách hàng đặc biệt. Một bà khách hàng đến cửa hàng mua vài sợi dây giày, sau đó mua một số trâm cài tóc nhiều gấp bốn số sợi dây giày, cuối cùng mua một số khăn tay gấp tám số sợi dây giày. Giá của mỗi loại hàng đã mua tính bằng xen ( 1 xen =  $\frac{1}{100}$  đô-la) bằng đúng số lượng hàng loại đó mà bà đã mua. Tổng cộng bà đã phải trả 324 xen. Hỏi bà khách đã mua bao nhiêu chiếc khăn tay?

*Bài toán của Xem Lôi – đơ (Mi)*

### Giải

Gọi số sợi dây giày là  $x$ , giá một sợi dây là  $x$  (xen), tiền mua giày là  $x^2$  (xen).

Số trâm cài tóc là  $4x$ , giá một chiếc trâm là  $4x$  (xen), tiền mua trâm cài tóc là  $16x^2$  (xen).

Số khăn tay là  $8x$ , giá một chiếc khăn tay là  $8x$  (xen), tiền mua khăn tay là  $64x^2$  (xen).

Phương trình:  $x^2 + 16x^2 + 64x^2 = 324; x = 2$ .

Bà khách đã mua 16 chiếc khăn tay.

## BÀI 27. KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

**VD 1.1.** Trong bảng trên, mỗi giá trị của  $x$  đều chỉ có một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$ .

**VD 1.2.** Trong bảng trên, mỗi giá trị của  $x$  đều chỉ có một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$ . Vì các giá trị của  $y$  luôn luôn không đổi và bằng 4 nên  $y = 4$  là hàm hằng.

**VD 1.3.**

a) Trong bảng trên, đại lượng  $y$  không phải là hàm số của đại lượng  $x$  vì có một giá trị của  $x$  ( $x = -1$ ) không xác định được giá trị tương ứng của  $y$ .

b) Trong bảng trên, đại lượng  $y$  không phải là hàm số của đại lượng  $x$  vì có một giá trị của  $x$  ( $x = -2$ ) xác định được hai giá trị tương ứng của  $y$  ( $y = -4$  và  $y = 7$ ).

**VD 2.1.**

a) Vì mỗi giá trị của  $x$  xác định chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$

b) Khi  $x = -2$  thì  $y = -4$ , khi  $x = 4$  thì  $y = 7$ , khi  $x = 9$  thì  $y = 8$ .

**VD 2.2.**

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5 = \frac{1}{2} - 5 = -\frac{9}{2}.$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 - 5 = -3.$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^2 - 5 = 13.$$

**VD 2.3.** Ta có : Khi  $x = -6$  thì  $y = -3 \cdot (-6) + 2 = 20$ , khi  $x = -4$  thì  $y = -3 \cdot (-4) + 2 = 14$ , khi

$x = -\frac{3}{2}$  thì  $y = -3\left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = \frac{13}{2}$ , khi  $x = -1$  thì  $y = -3 \cdot (-1) + 2 = 5$ , khi  $x = 0$  thì

$y = -3 \cdot 0 + 2 = 2$ , khi  $x = \frac{1}{3}$  thì  $y = -3\left(\frac{1}{3}\right) + 2 = 1$ . Do đó ta lập được bảng giá trị tương ứng

của  $y$  như sau :

$x$	-6	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	0	$\frac{1}{3}$
$y$	20	14	$\frac{13}{2}$	5	2	1

**VD 2.4.** Ta có :  $y = \frac{2}{3}x - 1$

$$\frac{2}{3}x = y + 1$$



$$x = (y+1) : \frac{2}{3}. \text{ Suy ra : } x = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}.$$

- Tính các giá trị của  $y$  dựa vào công thức  $y = \frac{2}{3}x - 1$ .

Khi  $x = -3$  thì  $y = \frac{2}{3}(-3) - 1 = -3$ , khi  $x = -1$  thì  $y = \frac{2}{3}(-1) - 1 = -\frac{5}{3}$ , khi  $x = 1$  thì

$y = \frac{2}{3} \cdot 1 - 1 = -\frac{1}{3}$ , khi  $x = 2$  thì  $y = \frac{2}{3} \cdot 2 - 1 = \frac{1}{3}$ .

- Tính các giá trị của  $x$  dựa vào công thức  $x = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}$ .

Khi  $y = -4$  thì  $x = \frac{3}{2} \cdot (-4) + \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}$ , khi  $y = 6$  thì  $x = \frac{3}{2} \cdot 6 + \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$ .

Do đó ta điền được các số thích hợp vào ô trống cho bởi bảng sau :

$x$	-3	$-\frac{9}{2}$	-1	1	$\frac{21}{2}$	2
$y$	-3	-4	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{3}$

### VD 3.1.

a)  $f(-1) = -\frac{1}{3}$ ,  $f(3) = 1$ ,  $f(6) = 2$ .

b) Hàm số trên có thể được cho bằng công thức  $y = \frac{1}{3}x$ .

### VD 3.2.

a) Ta có :  $-2 < 0$  nên thay  $x = -2$  vào  $f(x) = -x + 3$  ta được  $f(-2) = 5$ .

Ta có :  $1 > 0$  nên thay  $x = 1$  vào  $f(x) = x + 3$  được  $f(1) = 4$ .

b) Công thức hàm số  $y = |x| + 3$ .

### VD 3.3.

a) Vì chu vi của hình vuông là tổng chiều dài của bốn cạnh mà bốn cạnh của hình vuông có chiều dài là như nhau nên chu vi  $y$  của nó được xác định bởi công thức :  $y = 4x$ .

b) Vì diện tích hình vuông là bình phương độ dài của một cạnh góc vuông nên diện tích  $y$  của nó được xác định bởi công thức :  $y = x^2$ .

### VD 3.4.

a) Vì mỗi giá trị của  $x$  xác định chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$ .

b) Hàm số đã cho được xác định bởi công thức  $y = f(x) = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Hoặc có thể viết ở dạng thu gọn là:  $y = |x|$ .

VD 4.1. Tọa độ các điểm là:  $A(3;3)$ ,  $B(-2;-2)$ ,  $C(2;0)$  và  $D(-3;0)$ .

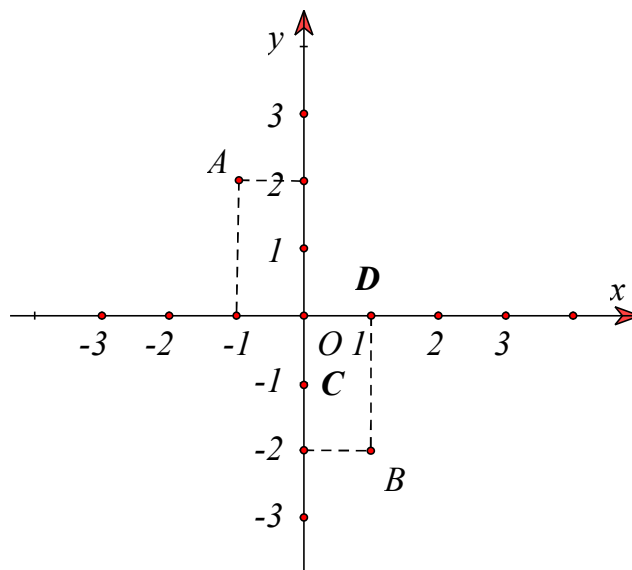
VD 4.2.

a) Điểm thuộc trục hoành sẽ có tung độ bằng 0 nên điểm  $A(-1;0)$ .

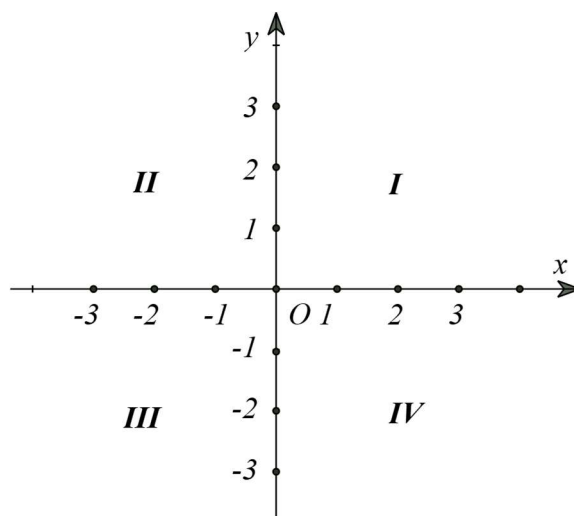
b) Điểm thuộc trục tung sẽ có hoành độ bằng 0 nên điểm  $B(0;2)$ .

c) Điểm  $O$  là gốc tọa độ nên điểm  $O(0;0)$ .

VD 5.1.



VD 5.2.



- Nếu điểm  $M$  nằm trong góc phần tư thứ  $I$  thì điểm  $M$  có hoành độ dương và tung độ dương.

- Nếu điểm  $M$  nằm trong góc phần tư thứ  $II$  thì điểm  $M$  có hoành độ âm và tung độ dương.
- Nếu điểm  $M$  nằm trong góc phần tư thứ  $III$  thì điểm  $M$  có hoành độ âm và tung độ âm.
- Nếu điểm  $M$  nằm trong góc phần tư thứ  $IV$  thì điểm  $M$  có hoành độ dương và tung độ âm.

### VD 5.3.

- Điểm  $M$  luôn nằm trên trục hoành thì tung độ bằng 0.
- Điểm  $M$  luôn nằm trên trục tung thì hoành độ bằng 0.
- Điểm  $M$  luôn nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ  $I$  thì hoành độ bằng tung độ.
- Điểm  $M$  luôn nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ  $IV$  thì hoành độ và tung độ đối nhau.

## IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Bài 1.** Vì mỗi giá trị của  $x$  xác định chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$ .

**Bài 2.** Vì mỗi giá trị của  $x$  xác định chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  nên đại lượng  $y$  là hàm số của đại lượng  $x$ . Vì các giá trị của  $y$  luôn luôn không đổi bằng 3 nên  $y = 3$  là hàm hằng.

**Bài 3.**

a)  $f(-3) = -4, f(-1) = -12$  và  $f(6) = 2$ .

b)

$x$	-3	-2	-1	4	6	12
$y$	-4	-6	-12	3	2	1

**Bài 4.**

a)  $f(-1) = 1, f(2) = 8$  và  $f(6) = 20$ .

b) Với  $f(x) = -1 \Rightarrow |3x + 2| = -1$  (Vô lý) nên không tìm được  $x$  thỏa mãn.

- Với  $f(x) = 0 \Rightarrow |3x + 2| = 0 \Rightarrow 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$ .

- Với  $f(x) = 13 \Rightarrow |3x + 2| = 13 \Rightarrow 3x + 2 = 13$  hoặc  $3x + 2 = -13$ . Tìm được  $x = \frac{11}{3}$  và  $x = -5$ .

c)

$x$	-3	-2	-1	1	2	3
$y$	7	4	1	5	8	11

**Bài 5.**

a)  $f(-1) = 12, f(3) = 8$  và  $f(4) = 7$ .

b) Với  $f(x) = 5 \Rightarrow |x - 4| + 7 = 5 \Rightarrow |x - 4| = -2$  (Vô lý) nên không tìm được  $x$  thỏa mãn.

Với  $f(x) = 7 \Rightarrow |x - 4| + 7 = 7 \Rightarrow |x - 4| = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$ . Tìm được  $x = 4$ .

Với  $f(x) = 8 \Rightarrow |x - 4| + 7 = 8 \Rightarrow |x - 4| = 1 \Rightarrow x - 4 = 1$  hoặc  $x - 4 = -1$ . Tìm được  $x = 5$  và  $x = 3$ .

**Bài 6.**

a)  $f(-2) = 1, f(1) = -\frac{1}{2}$  và  $f(2) = -1$ .

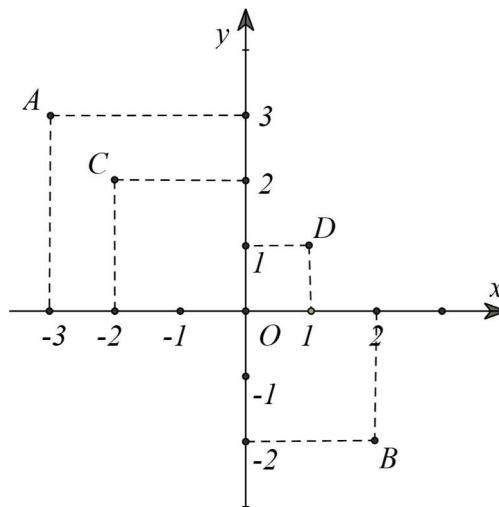
b) Hàm số trên có thể cho bằng công thức :  $y = f(x) = -\frac{x}{2}$ .

**Bài 7.**  $A(-2; 2) . B(-1; 0) . C(1; -1) . D(3; 1)$ .

**Bài 8.**

a) Điểm  $A$  thuộc trục hoành sẽ có tung độ bằng 0. Vậy điểm  $A(1; 0)$ .

b) Điểm  $B$  thuộc trục tung sẽ có hoành độ bằng 0. Vậy điểm  $B(0; -3)$ .

**Bài 9.****Bài 10.**

a) Điểm  $M(x; y)$  thuộc đường phân giác của góc phần tư thứ I thì  $x = y$ .

b) Điểm  $M(x; y)$  thuộc đường phân giác của góc phần tư thứ II thì  $x = -y$ .

**Bài 11.**

a)  $M(2; 0)$     b)  $M(0; 2)$     c)  $M(-5; -5)$     d)  $M(5; -5)$

**Bài 12.**

a) Từ đồ thị hàm số ta có:  $f(-2) = 2, f(-1) = 0, f(1) = -1$ .

b) Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

$$f(x) = 1 \text{ thì } x = 3.$$

$$f(x) = 0 \text{ thì } x = -1 \text{ hoặc } x = 1.$$

$$f(x) = 2 \text{ thì } x = -2.$$

**Bài 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = (m-2)x^2 + 3m + 1$ , xác định giá trị của  $m$  để  $f(1) = 5$ .

**Bài 14.** Cho hàm số  $y = f(x) = mx^2 - 2x$ , xác định giá trị của  $m$  để  $f(0) = f(2)$ .

**Bài 13.**

Xét hàm số  $y = f(x) = (m-2)x^2 + 3m + 1$ .

$$f(1) = (m-2).1^2 + 3m + 1 = m - 2 + 3m - 1 = 4m - 3.$$

Mà  $f(1) = 5$  suy ra  $4m - 3 = 5 \Rightarrow m = 2$ .

**Bài 14.** Xét hàm số  $y = f(x) = mx^2 - 2x$ .

$$f(0) = m.0 - 2.0 = 0;$$

$$f(2) = m.2^2 - 2.2 = 4m - 4$$

Mà  $f(0) = f(2)$  suy ra  $4m - 4 = 0 \Rightarrow m = 1$ .

**Câu 15.** Xét hàm số  $y = f(x) = mx - 2m + x - 1 = (m+1)x - 2m - 1$ .

Xét điểm  $A(0;1)$

Với  $x = 0$  suy ra  $y = (m+1).0 - 2m - 1 = -2m - 1$  điểm  $A(0;1)$  thuộc đồ thị hàm số

$$y = f(x) = mx - 2m + x - 1 \text{ khi } -2m - 1 = 1 \Rightarrow m = -1.$$

Xét điểm  $B(2;1)$

Với  $x = 2$  suy ra  $y = (m+1).2 - 2m - 1 = 2m + 2 - 2m - 1 = 1$  điểm  $B(2;1)$  thuộc đồ thị hàm số

$$y = f(x) = mx - 2m + x - 1 \text{ khi } 1 = 1 \text{ với mọi } m.$$

Xét điểm  $C(-2;1)$

Với  $x = -2$  suy ra  $y = (m+1).(-2) - 2m - 1 = -4m - 3$  điểm  $C(-2;1)$  thuộc đồ thị hàm số

$$y = f(x) = mx - 2m + x - 1 \text{ khi } -4m - 3 = 1 \Rightarrow m = -1.$$

Vậy với mọi  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = f(x) = mx - 2m + x - 1$  luôn đi qua điểm  $B(2;1)$ .

**Mở rộng:** Điểm luôn thuộc đồ thị hàm số với mọi giá trị của  $m$ . Ta gọi điểm đó là điểm cố định của đồ thị hàm số.

## BÀI 28. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

### VD 1.1.

a) Xét hàm số  $y = f(x) = 5$ . Đây là hàm hằng không phải hàm bậc nhất

b) Xét hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ . Đây không phải hàm số bậc nhất vì có chứa biểu thức dưới dấu căn.

c) Xét hàm số  $y = 2x + 1$ . Đây là hàm số bậc nhất với  $a = 2, b = 1$ .

### VD 1.2

a) Xét hàm số  $y = f(x) = 2(x+1) - 2x + 3$ .

Ta có:  $y = f(x) = 2(x+1) - 2x + 3$

$$\Rightarrow y = f(x) = 2x + 2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow y = f(x) = 5.$$

Vậy hàm số  $y = f(x) = 2(x+1) - 2x + 3$  là hàm hằng không phải hàm số bậc nhất.

b) Xét hàm số  $y = f(x) = (x+1)^2 - x(x+1)$ .

Ta có:  $y = f(x) = (x+1)^2 - x(x+1)$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + x)$$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 - x$$

$$\Rightarrow y = f(x) = x + 1.$$

Vậy hàm số  $y = f(x) = (x+1)^2 - x(x+1)$  là hàm số bậc nhất với  $a = 1; b = 1$ .

c) Xét hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{2x-2}$ . Hàm số là hàm phân thức không phải hàm số bậc nhất.

### VD 2.1.

a) Xét hàm số  $y = f(x) = mx + 3m - 1$ .

Điều kiện để hàm số là hàm số bậc nhất là:  $m \neq 0$ .

b) Xét hàm số  $y = f(x) = mx - 3 + 2x - m$ .

Ta có:  $y = f(x) = mx - 3 + 2x - m$

$$\Rightarrow y = f(x) = (m+2)x - 3 - m.$$

Vậy điều kiện để hàm số  $y = f(x) = mx - 3 + 2x - m$  là hàm bậc nhất là  $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$ .

c) Xét hàm số  $y = f(x) = (m^2 - 1)x + 2m - 1$ .

Điều kiện để hàm số là hàm số bậc nhất là  $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ .

Vậy với  $m \neq \pm 1$  hàm số  $y = f(x) = (m^2 - 1)x + 2m - 1$  là hàm số bậc nhất.

### VD 2.2.

a) Xét hàm số  $y = f(x) = x(x+1) - x(x+2m)$ .

Điều kiện:  $x \in \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y = f(x) = x(x+1) - x(x+2m)$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^2 + x - x^2 - 2mx$$

$$\Rightarrow y = f(x) = (1 - 2m)x.$$

Vậy hàm số  $y = f(x) = x(x+1) - x(x+2m)$  là hàm số bậc nhất thì  $1 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ .

b) Xét hàm số  $y = f(x) = (x+1)^2 - mx(mx+1)$ .

Điều kiện:  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y = f(x) = (x+1)^2 - mx(mx+1)$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^2 + 2x + 1 - (m^2x^2 + 2mx)$$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^2 + 2x + 1 - m^2x^2 - 2mx$$

$$\Rightarrow y = f(x) = (1 - m^2)x + 2(1 - m)x + 1.$$

Vậy để hàm số  $y = f(x) = (x+1)^2 - mx(mx+1)$  là hàm số bậc nhất thì  $1 - m^2 = 0$  và  $1 - m \neq 0$ .

Xét  $1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ ;

$$1 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Vậy để hàm số  $y = f(x) = (x+1)^2 - mx(mx+1)$  là hàm số bậc nhất thì  $m = -1$ .

**VD 3.1.** Vì đường thẳng  $y = mx + m - 1$  đi qua gốc tọa độ suy ra đồ thị đường thẳng đi qua điểm  $O(0;0)$  suy với  $x = 0$  thì  $y = 0$  vậy nên ta có:  $0 = m \cdot 0 + m - 1$

$$\Rightarrow m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m = 1.$$

Với  $m = 1$  hàm số có dạng:  $y = x$ .

Với  $x = 0$  thì  $y = 1 \cdot 0 = 0$ .

Vậy với  $m = 1$  đồ thị đường thẳng  $y = mx + m - 1$  đi qua gốc tọa độ.

**VD 3.2.** Điểm nằm trên trục tung có tung độ bằng 2 là:  $A(0;2)$ .

Vì đồ thị đường thẳng  $y = (2m - 1)x + 3m - 1$  cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(0;2)$ .

Tức là với  $x = 0$  thì  $y = 2$  suy ra  $2 = (2m - 1) \cdot 0 + 3m - 1$

$$\Rightarrow 2 = 3m - 1$$

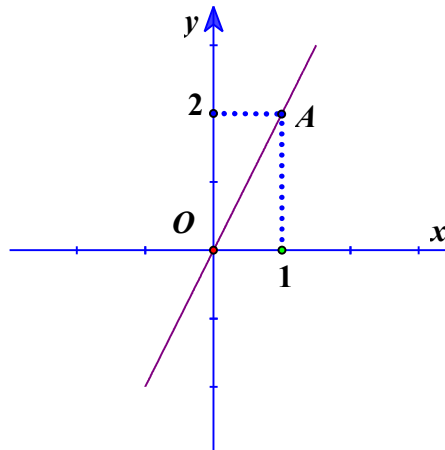
$$\Rightarrow 3m = 3$$

$$\Rightarrow m = 1.$$

Xét với  $m = 1$  ta có:  $y = x + 2$

Với  $x = 0 \Rightarrow y = 2$  vậy với  $m = 1$  đồ thị đường thẳng  $y = (2m - 1)x + 3m - 1$  cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2.

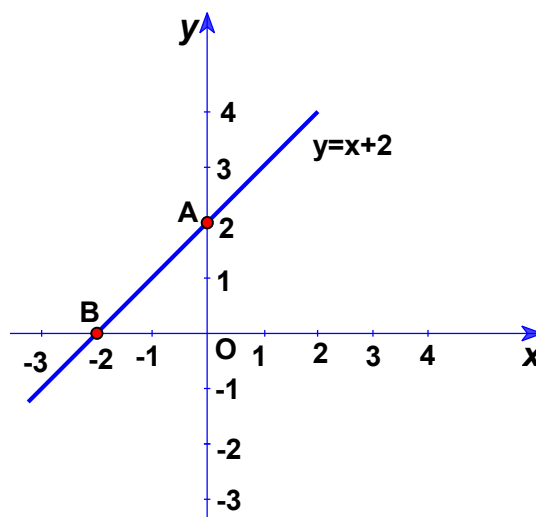
**VD 4.1.** Đồ thị của hàm số  $y = 2x$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  và điểm  $A(1;2)$



**VD 4.2.**

Cho  $x = 0$  thì  $y = 2$ , vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $A(0;2)$ .

Cho  $y = 0$  thì  $x = -2$ , vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm  $B(-2;0)$ .

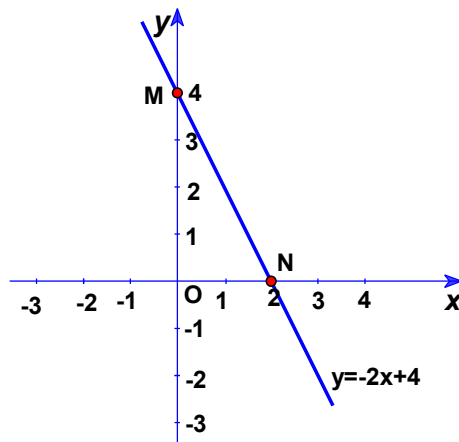




### VD 4.3.

Cho  $x = 0$  thì  $y = 4$ , suy ra đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $M(0;4)$ .

Cho  $y = 0$  thì  $x = 2$ , suy ra đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm  $N(2;0)$ .



## IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

### Bài 1.

a) Hàm số  $y = 5x + 1$  là hàm số bậc nhất với  $a = 5; b = 1$ .

b) Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  không phải là hàm số bậc nhất vì phương trình hàm số không phải dạng  $y = ax + b (a \neq 0)$ .

c) Hàm số  $y = x^2 + 2x + 1$  không phải là hàm số bậc nhất vì phương trình hàm số không phải dạng  $y = ax + b (a \neq 0)$ .

d) Hàm số  $y = 6$  không phải là hàm số bậc nhất mà là hàm hằng.

### Bài 2.

a) Xét hàm số  $y = f(x) = 2x + 3 - 2(x + 1)$

Ta có:  $y = 2x + 3 - 2(x + 1)$

$$\Rightarrow y = 2x + 3 - 2x - 2$$

$$\Rightarrow y = 1.$$

Vậy suy ra hàm số  $y = f(x) = 2x + 3 - 2(x + 1)$  không phải hàm số bậc nhất.

b) Xét hàm số  $y = f(x) = m^2x + 3 + 2(x + 1)$ .

Ta có:  $y = m^2x + 3 + 2(x + 1)$

$$\Rightarrow y = m^2x + 3 + 2x + 2$$

$$\Rightarrow y = (m^2 + 2)x + 5.$$

Vì  $m^2 \geq 0 (\forall m \in \mathbb{R}) \Rightarrow m^2 + 2 \neq 0 (\forall m \in \mathbb{R})$ .

Vậy hàm số  $y = f(x) = m^2x + 3 + 2(x + 1)$  là hàm số bậc nhất.

c) Xét hàm số  $y = f(x) = x(x + 1) - (x - 1)^2$

Ta có:  $y = x(x + 1) - (x - 1)^2$

$$\Rightarrow y = x^2 + x - (x^2 - 2x + 1)$$

$$\Rightarrow y = x^2 + x - x^2 + 2x - 1$$

$$\Rightarrow y = 3x - 1.$$

Vậy hàm số  $y = f(x) = x(x + 1) - (x - 1)^2$  là hàm số bậc nhất.

### Bài 3.

Xét hàm số  $y = (m - 1)x + 2m + 3x$ .

Ta có:  $y = (m - 1)x + 2m + 3x$

$$\Rightarrow y = (m - 1 + 3)x + 2m$$

$$\Rightarrow y = (m + 2)x + 2m.$$

Vậy để hàm số là hàm bậc nhất thì  $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$ .

### Bài 4.

Xét hàm  $y = x(x + 1) - 2mx - x^2 + 3m$ .

Ta có:  $y = x(x + 1) - 2mx - x^2 + 3m$

$$\Rightarrow y = x^2 + x - 2mx - x^2 + 3m$$

$$\Rightarrow y = (1 - 2m)x + 3m.$$

Vậy để hàm số là hàm bậc nhất thì  $1 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow 2m \neq 1 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ .

### Bài 5.

Xét hàm số  $y = m^2x^2 - x(x + 1) + mx - 2$ .

Ta có:  $y = m^2x^2 - x(x + 1) + mx - 2$

$$\Rightarrow y = m^2x^2 - x^2 - x + mx - 2$$

$$\Rightarrow y = (m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x - 2.$$

Để hàm số là hàm bậc nhất thì  $m^2 - 1 = 0$  và  $m - 1 \neq 0$ .

Xét  $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ ,

$$m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Vậy với  $m = -1$  thì hàm số  $y = m^2x^2 - x(x + 1) + mx - 2$  là hàm số bậc nhất.

**Bài 6.**

Đồ thị hàm số  $y = x + 2m$  đi qua gốc tọa độ suy ra đồ thị hàm số  $y = x + 2m$  đi qua điểm  $O(0;0)$ .

Vậy với  $x = 0$  thì  $y = 0$  suy ra  $0 = 0 + 2m \Rightarrow m = 0$ .

Với  $m = 0$  ta có  $y = x$ .

Với  $x = 0$  thì  $y = 0$ .

Vậy với  $m = 0$  đồ thị hàm số  $y = x + 2m$  đi qua gốc tọa độ.

**Bài 7.**

Đồ thị hàm số  $y = 2mx + m + 3$  đi qua điểm  $(0;4)$ .

Vậy với  $x = 0$  thì  $y = 4$  suy ra  $4 = 2m \cdot 0 + m + 3 \Rightarrow m = 1$ .

Với  $m = 1$  ta có  $y = 2x + 4$ .

Với  $x = 0$  thì  $y = 4$ .

Vậy với  $m = 1$  đồ thị hàm số  $y = 2mx + m + 3$  cắt trục tung tại điểm có tọa độ là  $(0;4)$ .

**Bài 8.**

Tọa độ điểm thuộc trục hoành có hoành độ bằng  $-2$  là  $(-2;0)$ .

Vậy với  $x = -2$  thì  $y = 0$  suy ra ta có:  $3 \cdot (-2) - 2 + (m - 1)(-2) + m = 0$

$$\Rightarrow -6 - 2 - 2m + 2 + m = 0$$

$$\Rightarrow -m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow m = -6.$$

Với  $\Rightarrow m = -6$  ta có:  $y = -4x - 8$ .

Xét với  $x = -2$  suy ra  $y = -4(-2) - 8 = 0$ .

Vậy với  $m = -6$  thì đồ thị hàm số  $y = 3x - 2 + (m - 1)x + m$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là  $-2$ .

**Bài 9.**

Đồ thị hàm số  $y = f(x) = (m^2 - 1)x - 5m$  đi qua điểm  $A(1;-5)$  suy ra với  $x = 1$  thì  $y = -5$ .

Vậy suy ra ta có:  $(m^2 - 1) \cdot 1 - 5m = -5$

$$\Rightarrow m^2 - 5m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m - 3) = 0.$$

Trường hợp 1:  $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ ;

Trường hợp 2:  $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$ .

Vậy để hàm số  $y = f(x) = (m^2 - 1)x - 5m$  có đồ thị đi qua điểm  $A(1; -5)$  thì  $m = 2$  hoặc  $m = 3$ .

**Bài 10.** Gọi  $A(x_A; y_A)$  là giao điểm của đường thẳng  $y = -x + 4$  với trục hoành.

A thuộc trục hoành suy ra  $y_A = 0$ .

Thay  $y_A = 0$  vào phương trình đường thẳng  $y = -x + 4$  ta được  $0 = -x_A + 4 \Rightarrow x_A = 4$ .

Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x + 4$  với trục hoành là  $(4; 0)$ .

**Bài 11.** Gọi  $A(x_A; y_A)$  là giao điểm của đường thẳng  $y = 2x + 5$  với trục tung.

A thuộc trục tung suy ra  $x_A = 0$ .

Thay  $x_A = 0$  vào phương trình đường thẳng  $y = 2x + 5$  ta được  $5 = 2 \cdot 0 + y_A \Rightarrow y_A = 5$ .

Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = 2x + 5$  với trục tung là  $(0; 5)$ .

**Bài 12.** Xét hàm số  $y = -3x + 1$

a) Với  $x = 1$  suy ra  $y = -2$  vậy điểm  $M(1; -2)$  không thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 1$ .

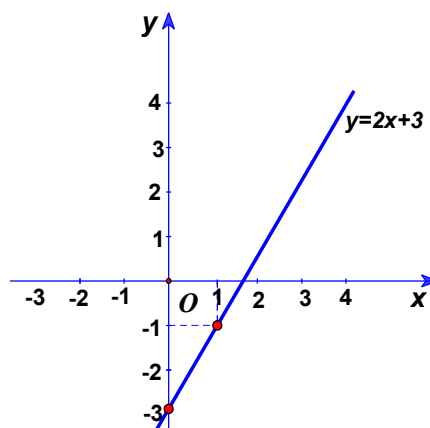
b) Với  $x = 0$  suy ra  $y = 1$  vậy điểm  $N\left(0; \frac{1}{3}\right)$  không thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 1$ .

c) Với  $x = 2$  suy ra  $y = -5$  vậy điểm  $P(2; -5)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 1$ .

d) Với  $x = \frac{-1}{3}$  suy ra  $y = 2$  vậy điểm  $Q\left(\frac{-1}{3}; 2\right)$  không thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 1$ .

**Bài 13.** Cho  $x = 0$  thì  $y = -3$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(0; -3)$ .

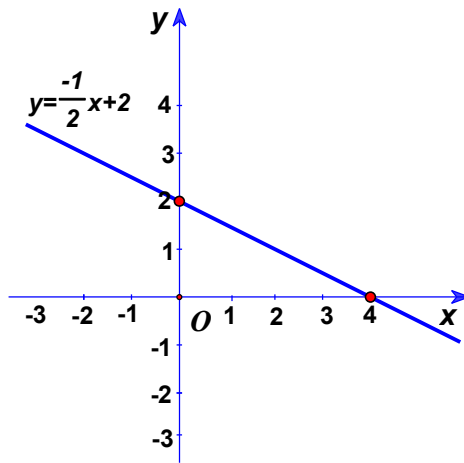
Cho  $x = 1$  thì  $y = -1$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(1; -1)$ .



Đồ thị hàm số  $y = 2x - 3$ .

**Bài 14.** Cho  $x = 0$  thì  $y = 2$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(0; 2)$ .

Cho  $y = 0$  thì  $x = 4$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(4; 0)$ .



Đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ .

**Bài 15.** Xét phương trình hoành độ giao điểm  $2x + 1 = 5$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2.$$

Vậy tọa độ giao điểm của đường thẳng  $y = 5$  và  $y = 2x + 1$  là  $(2; 5)$ .

**Bài 16.** Xét phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{1}{3}x + 4 = x + 2$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}x - x = 2 - 4$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x = -2$$

$$\Rightarrow x = 3.$$

Với  $x = 3$  thì  $y = 5$ .

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x + 4$  và  $y = x + 2$  là  $(3; 5)$ .

**Bài 17.** Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng

$$-2x + 1 = \frac{-1}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow -2x + \frac{1}{3}x = 2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{-5}{3}x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3}{5}.$$

Với  $x = \frac{-3}{5}$  thì  $y = \frac{11}{5}$ .

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $y = -2x + 1$  và  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  là  $\left(\frac{-3}{5}; \frac{11}{5}\right)$ .

**Bài 18.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{-1}{2}x + 2$  cắt Ox tại điểm  $A(4 ; 0)$ , cắt Oy tại điểm  $B(0 ; 2)$ .

Xét  $\triangle AOB$  vuông tại O có :  $OA = |x_A| = 4$  ;  $OB = |y_B| = 2$  .  $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}AO \cdot BO = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$  (đvdt).

**Bài 19.**

a) Hàm số là bậc nhất khi:  $\begin{cases} m+1 > 0 \\ m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \neq 1 \end{cases}$ .

b) Hàm số là hàm số bậc nhất khi:  $\frac{m-2}{m+3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -3 \end{cases}$ .

**Bài 20.** Hàm số là hàm số bậc nhất khi:  $\begin{cases} a^2 - 9 = 0 \\ (b-2a)(b+3a) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 3 \\ (b-2a)(b+3a) \neq 0 \end{cases} (*)$

Trường hợp 1:  $a = 3$ , thay vào (\*) được  $(b-6)(b+9) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} b \neq 6 \\ b \neq -9 \end{cases}$

Trường hợp 2:  $a = -3$  thay vào (\*) được  $(b+6)(b-9) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} b \neq -6 \\ b \neq 9 \end{cases}$

## BÀI 29. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

**VD 1.1** Xét hai đường thẳng

$$(d_1): y = x + 1 \text{ suy ra } a_1 = 1; b_1 = 1.$$

$$(d_2): y = x + 3 \text{ suy ra } a_2 = 1; b_2 = 3.$$

Hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  song song với nhau vì  $a_1 = a_2 = 1, b_1 \neq b_2$ .

Xét hai đường thẳng

$$(d_3): y = 2x + 1 \text{ suy ra } a_3 = 2; b_3 = 1.$$

$$(d_2): y = x + 3 \text{ suy ra } a_2 = 1; b_2 = 3.$$

Hai đường thẳng  $(d_3)$  và  $(d_2)$  cắt nhau vì  $a_2 \neq a_3$ .

**VD 1.2.**

a) Xét hai đường thẳng  $(d_1): y = 5$  và  $(d_2): y = -2$ .

Ta có : Vì  $(d_1): y = 5$  là đường thẳng song song với  $Ox$ .

$$(d_2): y = -2 \text{ là đường thẳng song song với } Ox.$$

Mà  $-2 \neq 5$  suy ra hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  song song.

b) Xét hai đường thẳng  $(d_3): y = 2x - 2$  và  $(d_4): y = x + 2$ .

Đường thẳng  $(d_3): y = 2x - 2$  có các hệ số  $a_3 = 2; b_3 = -2$ .

Đường thẳng  $(d_4): y = x + 2$  có các hệ số  $a_4 = 1; b_4 = 2$ .

Hai đường thẳng  $(d_3)$  và  $(d_4)$  cắt nhau vì  $a_3 \neq a_4$ .

**VD 1.3.**

a) Xét hai đường thẳng  $(d_1): y = 3x + 3$  và  $(d_2): y = 3x - 5$ .

Đường thẳng  $(d_1): y = 3x + 3$  có các hệ số  $a_1 = 3; b_1 = 3$ .

Đường thẳng  $(d_2): y = 3x - 5$  có các hệ số  $a_2 = 3; b_2 = -5$ .

Hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  song song với nhau vì  $a_1 = a_2 = 3$  và  $b_1 \neq b_2$ .

b) Xét hai đường thẳng  $(d_3): y = 2(x - 2) - x + 1$  và  $(d_4): y = x - 3$ .

Đường thẳng  $(d_3): y = 2(x - 2) - x + 1 \Leftrightarrow (d_3): y = 2x - 4 - x + 1 \Leftrightarrow (d_3): y = x - 3$ .

Vậy đường thẳng  $(d_3)$  có các hệ số  $a_3 = 1; b_3 = -3$ , đường thẳng  $(d_4)$  có các hệ số  $a_4 = 1; b_4 = -3$ .

Vậy hai đường thẳng  $(d_3): y = 2(x - 2) - x + 1$  và  $(d_4): y = x - 3$  trùng nhau.

**VD 2.1.**

Hàm số  $(d_1): y = 2x + 3$  có các hệ số  $a = 2$  và  $b = 3$ .

Hàm số  $(d_2): y = (m+3)x - m^2$  có các hệ số  $a' = m+3$  và  $b' = -m^2$ .

Các hàm số đã cho là hàm số bậc nhất, do đó các hệ số  $a$  và  $a'$  khác 0, tức là  $2 \neq 0$  và  $m+3 \neq 0$  hay là  $m \neq -3$ .

Đồ thị của hai hàm số đã cho song song khi  $m+3 = 2$  và  $-m^2 \neq 3$ .

Xét  $m+3 = 2 \Rightarrow m = -1$ .

$-m^2 \neq 3$  với mọi  $m$  vì  $-m^2 \leq 0$  với mọi  $m$ .

Vậy với  $m = -1$  thì đồ thị hai hàm số  $(d_1): y = 2x + 3$   $(d_2): y = (m+3)x - m^2$  song song.

**VD 2.2.**

Hàm số  $(d_1): y = mx + 2m + 1$  có các hệ số  $a = m$  và  $b = 2m + 1$ .

Hàm số  $(d_2): y = (2m-3)x - 5$  có các hệ số  $a' = 2m-3$  và  $b' = -5$ .

Các hàm số đã cho là hàm số bậc nhất, do đó các hệ số  $a$  và  $a'$  khác 0, tức là  $m \neq 0$  và  $2m-3 \neq 0$  hay là  $m \neq 0$  và  $m \neq \frac{3}{2}$ .

Đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau khi  $a \neq a'$  tức là  $2m-3 \neq m \Leftrightarrow m \neq 3$ .

Vậy với  $m = 3$ ;  $m \neq 0$  và  $m \neq \frac{3}{2}$ . thì đồ thị hai hàm số bậc nhất  $(d_1): y = 2x + 3$

$(d_2): y = (m+3)x - m^2$  cắt nhau.

**VD 2.3.**

Hàm số  $(d_1): y = m^2x + m$  có các hệ số  $a = m^2$  và  $b = m$ .

Hàm số  $(d_2): y = x + 1$  có các hệ số  $a' = 1$  và  $b' = 1$ .

Các hàm số đã cho là hàm số bậc nhất, do đó các hệ số  $a$  và  $a'$  khác 0, tức là  $a = m^2 \neq 0$  và  $1 \neq 0$  hay là  $m \neq 0$ .

Đồ thị của hai hàm số đã cho trùng nhau khi  $a = a'$  và  $b = b'$  tức là  $m^2 = 1$  và  $m = 1$  hay là  $m = \pm 1$  và  $m = 1$ . Vậy với  $m = 1$  thì đồ thị hai hàm số bậc nhất  $(d_1): y = m^2x + m$

$(d_2): y = x + 1$  trùng nhau.

**VD 3.1.** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = ax + 1$  đi qua điểm  $M(1;3)$ . Tức là với  $x = 1$  thì  $y = 3$  suy ra  $3 = a.1 + 1$  hay  $a = 2$ .

Với  $a = 2$  phương trình hàm số có dạng  $y = 2x + 1$ .

Xét hàm số  $y = 2x + 1$ .

Với  $x = 1$  thì  $y = 2$ .



Vậy với  $a = 2$  đồ thị hàm số  $y = f(x) = ax + 1$  đi qua  $M(1;3)$ .

**VD 3.2.** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2mx + 3m - 1$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là  $-1$  tức là đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(-1;0)$ .

Vậy với  $x = -1$  thì  $y = 0$  suy ra  $0 = 2m \cdot (-1) + 3m - 1$  hay  $m = 1$ .

Với  $m = 1$  hàm số có dạng  $y = 2x + 2$ .

Xét với  $x = -1$  thì  $y = 0$ .

Vậy với  $m = 1$  thì đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2mx + 3m - 1$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là  $-1$ .

**VD 3.3.**

Đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(1;3)$  suy ra  $a + b = 3$  (1).

Đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $B(2;5)$  suy ra  $2a + b = 5$  (2).

Từ (1) suy ra  $a = 3 - b$  thay vào (2) ta có:  $2(3 - b) + b = 5 \Rightarrow b = 1$ .

Với  $b = 1$  suy ra  $a = 2$ . Vậy suy ra phương trình đường thẳng có dạng  $y = 2x + 1$ .

Với  $x = 1$  thì  $y = 3$ ; với  $x = 2$  thì  $y = 5$ .

Vậy với  $a = 2$ ,  $b = 1$  thì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(1;3)$  và  $B(2;5)$ .

**VD 3.4.** Gọi  $A$  là giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = f(x) = -mx + 2$  và  $y = x + 3$ .

Vì đồ thị hàm số  $y = f(x) = -mx + 2$  và  $y = x + 3$  cắt nhau tại điểm có hoành độ là  $1$  suy ra tọa độ điểm  $A$  là  $A(1;4)$ .

Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(x) = -mx + 2$  đi qua điểm  $A(1;4)$  do đó  $4 = -m \cdot 1 + 2 \Rightarrow m = -2$ .

Với  $m = -2$  hàm số có dạng  $y = 2x + 2$ .

Với  $x = 1$  suy ra  $y = 4$ . Vậy với  $m = -2$  đồ thị hàm số  $y = f(x) = -mx + 2$  và  $y = x + 3$  cắt nhau tại điểm có hoành độ là  $1$ .

**VD 4.1.** Gọi phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1;5)$  và song song với đường thẳng  $y = -x + 3$  là  $y = ax + b$ .

Vì đường thẳng  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = -x + 3$  suy ra  $a = -1$ . Vậy phương trình đường thẳng  $y = ax + b$  có dạng  $y = -x + b$ .

Mặt khác đường thẳng  $y = -x + b$  đi qua điểm  $A(1;5)$  suy ra:  $5 = -1 + b \Rightarrow b = 6$ .

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2)$  và song song với đường thẳng  $y = -x + 3$  là  $y = -x + 6$ .

**VD 4.2.** Gọi phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1;-2)$  và vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  là  $y = ax + b$ .

Vì đường thẳng  $y = ax + b$  vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  suy ra  $a \cdot \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$ .  
Vậy phương trình đường thẳng  $y = ax + b$  có dạng  $y = -2x + b$ .

Mặt khác đường thẳng  $y = -2x + b$  đi qua điểm  $A(1;-2)$  suy ra:  $-2 = -2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 0$ .

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1;-2)$  và vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  là  $y = -2x$ .

**VD 4.3.** Gọi phương trình đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -3x + 2$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 6 là  $y = ax + b$ .

Vì đường thẳng  $y = ax + b$  vuông góc với đường thẳng  $y = -3x + 2$  suy ra  $a = -3$ . Vậy phương trình đường thẳng  $y = ax + b$  có dạng  $y = -3x + b$ .

Mặt khác đường thẳng  $y = -3x + b$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 6 suy ra đường thẳng  $y = -3x + b$  đi qua điểm  $M(6;0)$  suy ra:  $0 = -3 \cdot 6 + b \Rightarrow b = 18$ .

Vậy phương trình đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -3x + 2$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 6 là  $y = -3x + 18$ .

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Bài 1.** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$

$(d_1): y = -x + 1$  có hệ số  $a_1 = -1; b_1 = 1$ .

$(d_2): y = 2x + 2$  có hệ số  $a_2 = 2; b_2 = 2$ .

Suy ra đường thẳng  $(d_1)$  cắt đường thẳng  $(d_2)$  vì  $a_1 \neq a_2$  ( $-1 \neq 2$ ).

Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $(d_2), (d_3)$

$(d_2): y = 2x + 2$  có hệ số  $a_2 = 2; b_2 = 2$ .

$(d_3): y = -x + 2$  có hệ số  $a_3 = -1; b_3 = 2$ .

Suy ra đường thẳng  $(d_3)$  cắt đường thẳng  $(d_2)$  vì  $a_3 \neq a_2$  ( $2 \neq -1$ ).

Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $(d_1), (d_3)$

$(d_1): y = -x + 1$  có hệ số  $a_1 = -1; b_1 = 1$ .

$(d_3): y = -x + 2$  có hệ số  $a_3 = -1; b_3 = 2$ .

Suy ra đường thẳng  $(d_1)$  song song đường thẳng  $(d_3)$  vì  $a_1 = a_3$  ( $-1 = -1$ ) và  $b_1 \neq b_3$  ( $1 \neq 2$ ).

**Bài 2.** Xét đường thẳng  $(d_1): y = 3(x+1) - 2x + 2$  ta có

$$y = 3(x+1) - 2x + 2 \Rightarrow y = 3x + 3 - 2x + 2 \Rightarrow y = x + 5.$$

Vậy phương trình đường thẳng  $(d_1)$  có dạng  $y = x + 5$ .

Xét phương trình  $(d_2): y = 3x - 2(x-5)$  ta có

$$y = 3x - 2(x-5) \Rightarrow y = 3x - 2x + 10 \Rightarrow y = x + 10.$$

Vậy phương trình đường thẳng  $(d_2)$  có dạng  $y = x + 10$ .

Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $(d_1): y = x + 5$  và  $(d_2): y = x + 10$ .

$(d_1): y = x + 5$  có hệ số  $a_1 = 1; b_1 = 5$ .

$(d_2): y = x + 10$  có hệ số  $a_2 = 1; b_2 = 10$ .

Vậy suy ra hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  song song vì  $a_1 = a_2$  ( $1 = 1$ ) và  $b_1 \neq b_2$  ( $5 \neq 10$ ).

**Bài 3.** Hàm số  $y = mx + 1$  có hệ số  $a = m$  và  $b = 1$ .

Hàm số  $y = 2x + 1$  có hệ số  $a' = 2$  và  $b' = 1$ .

Các hàm số là hàm số bậc nhất nên  $m \neq 0$  và  $2 \neq 0$  suy ra  $m \neq 0$ .

Đồ thị của hai hàm số trùng nhau khi  $m = 2$  và  $1 = 1$  suy ra  $m = 2$ .

Vậy  $m = 2$ .

**Bài 4.** Hàm số  $y = (m-1)x + 3$  có hệ số  $a = m-1$  và  $b = 3$ .

Hàm số  $y = 3x + 1$  có hệ số  $a' = 3$  và  $b' = 1$ .

Các hàm số là hàm số bậc nhất nên  $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$  và  $3 \neq 0$  suy ra  $m \neq 1$ .

Đồ thị của hai hàm số song song với nhau khi  $m-1 = 3$  và  $3 \neq 1$  suy ra  $m = 4$ .

Vậy  $m = 4$ .

**Bài 5.**

Hàm số  $y = (1-2m)x + 5$  có hệ số  $a = 1-2m$  và  $b = 5$ .

Hàm số  $y = -x + 1$  có hệ số  $a' = -1$  và  $b' = 1$ .

Các hàm số là hàm số bậc nhất nên  $1-2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$  và  $-1 \neq 0$  suy ra  $m \neq \frac{1}{2}$ .

Đồ thị của hai hàm số cắt nhau khi  $1-2m \neq -1 \Leftrightarrow m \neq 1$ . Vậy  $m \neq 1; m \neq \frac{1}{2}$ .

**Bài 6.**

Hàm số  $y = (m^2 - 2)x + 2m$  có hệ số  $a = m^2 - 2$  và  $b = 2m$ .

Hàm số  $y = 2x + 4$  có hệ số  $a' = 2$  và  $b' = 4$ .

Các hàm số là hàm số bậc nhất nên  $m^2 - 2 \neq 0$  và  $2 \neq 0$  hay  $m^2 \neq 2 \Rightarrow m \neq \pm\sqrt{2}$ .

a) Đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song khi và chỉ khi

$$m^2 - 2 = 2 \text{ và } 2m \neq 4 \text{ hay là } m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2 \text{ và } m \neq 2.$$

Vậy  $m = -2$ .

b) Đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi

$$m^2 - 2 = 2 \text{ và } 2m = 4 \text{ hay là } m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2 \text{ và } m = 2.$$

Vậy  $m = 2$ .

### Bài 7.

Hàm số  $y = (2m^2 - m)x + m^2 + m$  có hệ số  $a = 2m^2 - m$  và  $b = m^2 + m$ .

Hàm số  $y = x + 2$  có hệ số  $a' = 1$  và  $b' = 2$ .

Các hàm số là hàm số bậc nhất nên  $2m^2 - m \neq 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$  và  $1 \neq 0$ .

Suy ra  $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$

Đường thẳng  $(d_1) // (d_2)$  khi và chỉ khi  $2m^2 - m = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$ . Kết hợp với điều kiện ta

$$\text{được } m = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{1}{2}.$$

**Bài 8.** Đồ thị hàm số  $y = (m-1)x + 2$  đi qua điểm  $M(1;3)$  nên

$$3 = (m-1).1 + 2 \Leftrightarrow m-1 = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

**Bài 9.** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là  $-3$  nên đi qua điểm  $(0; -3)$  suy

$$\text{ra } -3 = (3m-1).0 + m + 2 \Leftrightarrow m = -5$$

**Bài 10.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là  $1$  nên đi qua điểm  $(1; 0)$  suy ra

$$0 = 2m.1 - 3m + 2 \Leftrightarrow m = 2.$$

**Bài 11.** Gọi phương trình đường thẳng song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$  có phương trình là  $y = ax + b$ .

Vì đường thẳng  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$  suy ra  $a = 2$ . Phương trình đường thẳng  $y = ax + b$  có dạng  $y = 2x + b$ .

Mặt khác đường thẳng  $y = 2x + b$  đi qua điểm  $M(1; -2)$  suy ra:  $-2 = 2.1 + b \Leftrightarrow b = -4$ .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm có dạng:  $y = 2x - 4$

**Bài 12.** Gọi phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 3)$  và song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$  có dạng  $y = ax + b$ .

Vì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  song song đồ thị hàm số  $y = 2x + 1$  suy ra  $a = 2$  và  $b \neq 1$ .

Vậy phương trình hàm số  $y = ax + b$  có dạng  $y = 2x + b$ .

Mặt khác đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua điểm  $M(2; 3)$  suy ra  $3 = 2.2 + b \Rightarrow b = -1$ .

Với  $a = 2; b = -1$  phương trình đường thẳng  $y = ax + b$  có dạng  $y = 2x - 1$ .

Với  $x = 2$  thì  $y = 3$ .

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 3)$  và song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$  là  $y = 2x - 1$ .

**Bài 13.** Đường thẳng  $y = mx + 3m - 1$  đi qua điểm  $A(1; -3)$ .

Vậy với  $x = 1$  thì  $y = -3$  suy ra  $-3 = m.1 + 3m - 1 \Rightarrow 4m = -2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$ .

Với  $m = -\frac{1}{2}$  thì hàm số  $y = mx + 3m - 1$  có dạng  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ .

Xét hàm số  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

Với  $x = 1$  thì  $y = -3$  vậy với  $m = -\frac{1}{2}$  thì đồ thị hàm số  $y = mx + 3m - 1$  đi qua điểm  $A(1; -3)$ .

**Bài 14.** Hàm số  $y = (2m - 1)x + 3m + 2$  có hệ số  $a = 2m - 1$  và  $b = 3m + 2$ .

Hàm số  $y = 3x + 9$  có hệ số  $a' = 3$  và  $b' = 9$ .

Để đồ thị hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song thì  $a = a'$  và  $b \neq b'$ .

Xét  $a = a'$  suy ra  $2m - 1 = 3 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$ .

Xét  $b \neq b'$  suy ra  $3m + 2 \neq 9 \Rightarrow 3m \neq 7 \Rightarrow m \neq \frac{7}{3}$ .

Vậy để đồ thị hai hàm số  $y = (2m - 1)x + 3m + 2$  và  $y = 3x + 9$  là hai đường thẳng song song thì  $m = 2$ .

**Bài 15.**

a) Đồ thị hàm số  $y = ax - 1$  song song với đường thẳng  $y = -5x + 7 \Rightarrow a = -5$

b) Đồ thị hàm số  $y = ax - 1$  trùng với đường thẳng  $y = 5x - 1 \Rightarrow a = 5$

**Bài 16.** Vì  $2 \neq 3$  với mọi  $m$ , nên  $(d_1)$  và  $(d_2)$  luôn cắt nhau với mọi  $m$ .

$$(d_1): y = 2x + m - 1 \text{ cắt trục Ox tại điểm } \left( \frac{1-m}{2}; 0 \right)$$

$$(d_2): y = 3x + m^2 - 1 \text{ cắt trục Ox tại điểm } \left( \frac{1-m^2}{3}; 0 \right)$$

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

$$\Leftrightarrow \frac{1-m}{2} = \frac{1-m^2}{3} \Leftrightarrow (1-m) \left( \frac{1+m}{3} - \frac{1}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow (1-m)(2m-1) = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = \frac{1}{2}$$

Vậy  $m = 1$  hoặc  $m = \frac{1}{2}$  thỏa mãn bài toán.

**Bài 17.** Điều kiện  $(d_1)$  cắt  $(d_2) \Leftrightarrow m+1 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 1$

$$(d_1): y = (m+1)x - 3 \text{ cắt trục hoành tại điểm } \left( \frac{3}{m+1}; 0 \right) \text{ với } m \neq -1.$$

$$(d_2): y = 2x - m \text{ cắt trục hoành tại điểm } \left( \frac{m}{2}; 0 \right)$$

$(d_1)$  cắt  $(d_2)$  tại một điểm trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \frac{3}{m+1} = \frac{m}{2} \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+3) = 0 \Leftrightarrow m = 2 \text{ hoặc } m = -3 \text{ (thỏa mãn } m \neq \pm 1)$$

**Bài 18.** Vì  $a_1 = 1 \neq a_2 = 2$  nên hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Oy  $\Leftrightarrow m - 4 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = -3$

**Bài 19.** Hai đường thẳng cắt nhau  $\Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$  (\*)

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Oy  $\Leftrightarrow m + 1 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = 2$  (không thỏa mãn ĐK (\*)). Vậy không tồn tại giá trị của  $m$ .

**Bài 20.** Hai đường thẳng cắt nhau khi:  $m - 1 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 3$ .

Thay  $x = 1$  vào  $y = 2x + 3m - 1$ , ta được:  $y = 3m + 1$ .

Thay  $x = 1; y = 3m + 1$  vào  $y = (m - 1)x + m$  ta được:  $(m - 1).1 + m = 3m + 1 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy  $m = -2$  thì hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Bài 21.** Hai đường thẳng cắt nhau khi:  $m - 1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 2$ .

Thay  $y = 3$  vào  $y = x + 2m + 2$  ta được:  $x + 2m + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1 - 2m$ .

$$\text{Thay } y = 3 \text{ và } x = 1 - 2m \text{ vào } y = (m - 1)x + 3 \text{ ta được: } (m - 1)(1 - 2m) + 3 = 3 \\ \Leftrightarrow (m - 1)(1 - 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$ ;  $m = \frac{1}{2}$  thì hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 3.

**Bài 22.** Ta có (d) cắt trục hoành tại điểm  $A\left(\frac{1-m}{2}; 0\right)$  và cắt trục tung tại điểm  $B(0; m-1)$ .

Xét  $\triangle AOB$  vuông tại O có:  $OA = |x_A| = \frac{|1-m|}{2}$ ;  $OB = |y_B| = |m-1|$

$$\text{Có } S_{\triangle AOB} = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{2} \cdot |m-1| = 9 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=6 \\ m-1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=7 \\ m=-5 \end{cases} .$$

## ÔN TẬP CHƯƠNG VII

### Bài 1.

$$a) 4,3x - 2(0,7 + 2x) = 4,6 - 1,7x$$

$$\Leftrightarrow 4,3x - 1,4 - 4x = 4,6 - 1,7x$$

$$\Leftrightarrow 4,3x + 1,7x - 4x = 4,6 + 1,4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \{3\}$ .

$$c) 3\left(x + \frac{2}{5}\right) = 7 - \left(\frac{13}{5} + x\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{6}{5} = 7 - \frac{13}{5} - x$$

$$\Leftrightarrow 3x + x = 7 - \frac{13}{5} - \frac{6}{5}$$

$$\Leftrightarrow 4x = \frac{35 - 13 - 6}{5}$$

$$\Leftrightarrow 4x = \frac{16}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$ .

$$b) \frac{x-2}{3} = 1 - \frac{1-3x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x-2)}{15} = \frac{15-3(1-3x)}{15}$$

$$\Leftrightarrow 5x - 10 = 15 - 3 + 9x$$

$$\Leftrightarrow 5x - 9x = 10 + 15 - 3$$

$$\Leftrightarrow -4x = 22$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{2}$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{-\frac{11}{2}\right\}$ .

$$d) (x+1)(x^2-x+1) - 2x = x(x+1)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 1 - 2x = x(x^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 1 - 2x = x^3 - x$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^3 - 2x + x = -1$$

$$\Leftrightarrow -x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \{1\}$ .

### Bài 2.

$$a) \frac{3(x-1)+2}{6} - \frac{5x-1}{4} = \frac{4(2x+1)}{7} - 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-1}{6} - \frac{5x-1}{4} = \frac{8x+4}{7} - 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{14(3x-1) - 21(5x-1)}{84} = \frac{12(8x+4) - 5}{84}$$

$$\Leftrightarrow 42x - 14 - 105x + 21 = 96x + 48 - 420$$

$$\Leftrightarrow 42x - 105x - 96x = 48 - 420 + 14 - 21$$

$$\Leftrightarrow -159x = -379$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{379}{159}$$

$$b) \frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x+3}{4} - 5 = \frac{6x-2}{5} - \frac{3x+2}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(6x+3) - 20 \cdot 5}{20} = \frac{4(6x-2) - 2(3x+2)}{20}$$

$$\Leftrightarrow 30x + 15 - 100 = 24x - 8 - 6x - 4$$

$$\Leftrightarrow 30x - 24x + 6x = -8 - 4 - 15 + 100$$

$$\Leftrightarrow 12x = 73$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{73}{12}$$



Phương trình có tập nghiệm là

$$S = \left\{ \frac{379}{159} \right\}$$

c)

$$\frac{2x+1}{3} + \frac{3(x+1)}{4} = \frac{3x-2(x+1)}{6} + \frac{5+12x}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{3} + \frac{3x+3}{4} = \frac{x-2}{6} + \frac{5+12x}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(2x+1) + 3(3x+3)}{12} = \frac{2(x-2) + 5+12x}{12}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 4 + 9x + 9 = 2x - 4 + 5 + 12x$$

$$\Leftrightarrow 8x + 9x - 2x - 12x = -4 + 5 - 4 - 9$$

$$\Leftrightarrow 3x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = -4.$$

Phương trình có tập nghiệm là

$$S = \{-4\}$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \frac{73}{12} \right\}$ .

$$d) \frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2011} - 1 + \frac{x-2}{2010} - 1 = \frac{x-3}{2009} - 1 + \frac{x-4}{2008} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1-2011}{2011} + \frac{x-2-2010}{2010} = \frac{x-3-2009}{2009} + \frac{x-4-2008}{2008}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2012}{2011} + \frac{x-2012}{2010} - \frac{x-2012}{2009} - \frac{x-2012}{2008} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2012) \left( \frac{1}{2011} + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2009} - \frac{1}{2008} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2012 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2012.$$

Phương trình có tập nghiệm là  $S = \{2012\}$ .

### Bài 3.

$$a) \frac{12x+5}{3} = \frac{2x-7}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(12x+5) = 3(2x-7)$$

$$\Leftrightarrow 48x + 20 = 6x - 21$$

$$\Leftrightarrow 48x - 6x = -21 - 20$$

$$\Leftrightarrow 42x = -41 \Leftrightarrow x = -\frac{41}{42}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ -\frac{41}{42} \right\}$ .

$$b) \frac{5-x}{8} = \frac{3x-8}{12} \Leftrightarrow 12(5-x) = 8(3x-8)$$

$$\Leftrightarrow 60 - 12x = 24x - 64$$

$$\Leftrightarrow -12x - 24x = -64 - 60$$

$$\Leftrightarrow -36x = -124 \Leftrightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \frac{31}{9} \right\}$ .

$$c) 2x(x+2)^2 - 8x^2 = 2(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$\Leftrightarrow 2x(x^2 + 4x + 4) - 8x^2 = 2(x^3 - 8)$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 + 8x^2 + 8x - 8x^2 = 2x^3 - 16$$

$$\Leftrightarrow 8x = -16 \Leftrightarrow x = -2.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{-2\}$ .

$$d) 14\frac{1}{2} - \frac{2(x+3)}{5} = \frac{3x}{2} - \frac{2(x-7)}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{29 \cdot 15}{30} - \frac{2(x+3) \cdot 6}{30} = \frac{3x \cdot 15}{30} - \frac{2(x-7) \cdot 10}{30}$$

$$\Leftrightarrow 435 - 12x - 36 = 45x - 20x + 140$$

$$\Leftrightarrow -12x - 45x + 20x = 140 + 36 - 435$$

$$\Leftrightarrow -37x = -259 \Leftrightarrow x = 7.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{7\}$ .

$$e) \frac{5x-3}{3} - \frac{6x-7}{4} + x = \frac{2x-5}{6} - x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot (5x-3)}{12} - \frac{3 \cdot (6x-7)}{12} + \frac{12x}{12} = \frac{2 \cdot (2x-5)}{12} - \frac{12(x-2)}{12}$$

$$\Leftrightarrow 20x - 12 - 18x + 21 + 12x = 4x - 10 - 12x + 24$$

$$\Leftrightarrow 20x - 18x + 12x - 4x + 12x = -10 + 24 + 12 - 21$$

$$\Leftrightarrow 22x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{22}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \frac{5}{22} \right\}$ .

$$f) \frac{x-4}{5} + \frac{3x-2}{10} - x = \frac{2x-5}{3} - \frac{7x+2}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6(x-4)}{30} + \frac{3(3x-2)}{30} - \frac{30x}{30} = \frac{10(2x-5)}{30} - \frac{5(7x+2)}{30}$$

$$\Leftrightarrow 6x - 24 + 9x - 6 - 30x = 20x - 50 - 35x - 10$$

$$\Leftrightarrow 6x + 9x - 30x - 20x + 35x = -50 - 10 + 24 + 6$$

$$\Leftrightarrow 0x = -30 \text{ (vô lý) nên phương trình vô nghiệm.}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \emptyset$ .

#### Bài 4.

$$a) \frac{x+5}{2016} + \frac{x+4}{2017} = \frac{x+3}{2018} + \frac{x+2}{2019}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+5}{2016} + 1 + \frac{x+4}{2017} + 1 = \frac{x+3}{2018} + 1 + \frac{x+2}{2019} + 1$$

$$b) \frac{x+81}{19} + \frac{x+82}{18} = \frac{x+84}{16} + \frac{x+85}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+81}{19} + 1 + \frac{x+82}{18} + 1 = \frac{x+84}{16} + 1 + \frac{x+85}{15} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2021}{2016} + \frac{x+2021}{2017} = \frac{x+2021}{2018} + \frac{x+2021}{2019} \quad \Leftrightarrow \frac{x+100}{19} + \frac{x+100}{18} = \frac{x+100}{16} + \frac{x+100}{15}$$

$$\Leftrightarrow (x+2021) \left( \frac{1}{2016} + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \right) = 0 \quad \Leftrightarrow (x+100) \left( \frac{1}{19} + \frac{1}{18} - \frac{1}{16} - \frac{1}{15} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2021.$$

$$\Leftrightarrow x = -100.$$

$$c) \frac{x-12}{21} + \frac{x-10}{23} = \frac{x-8}{25} + \frac{x-6}{27}$$

$$d) \frac{x+19}{3} + \frac{x+13}{5} = \frac{x+7}{7} + \frac{x+1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-12}{21} - 1 + \frac{x-10}{23} - 1 = \frac{x-8}{25} - 1 + \frac{x-6}{27} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+19}{3} + 3 + \frac{x+13}{5} + 3 = \frac{x+7}{7} + 3 + \frac{x+1}{9} + 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-33}{21} + \frac{x-33}{23} = \frac{x-33}{25} + \frac{x-33}{27}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+28}{3} + \frac{x+28}{5} = \frac{x+28}{7} + \frac{x+28}{9}$$

$$\Leftrightarrow (x-33) \left( \frac{1}{21} + \frac{1}{23} - \frac{1}{25} - \frac{1}{27} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+28) \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 33.$$

$$\Leftrightarrow x = -28.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{33\}$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{-28\}$ .

**Bài 5.** Gọi quãng đường AB là  $x(km)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

Thời gian xe đi từ A đến B là  $\frac{x}{50}(h)$ .

Thời gian xe đi từ B đến A là  $\frac{x}{40}(h)$ .

Vì xe cả đi và về mất thời gian là 9 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{40} = 9.$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{200} + \frac{5x}{200} = 9.$$

$$\Leftrightarrow \frac{9x}{200} = 9.$$

$$\Leftrightarrow x = 200(km) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy chiều dài quãng đường AB là 200 km.

**Bài 6.** Tìm vận tốc lượt đi và lượt về: Gọi vận tốc lượt về là  $x(km/h)$  ( vì vận tốc lượt về nhỏ hơn vận tốc lượt đi)

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường ( km)
Lượt đi	$x + 6$	$\frac{40}{x + 6}$	40
Lượt về	$x$	$\frac{48}{x}$	48

$$\rightarrow \frac{48}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{40}{x + 6}.$$

- **Lời giải**

Gọi vận tốc lượt về của người đi xe gắn máy là  $x(km/h)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

- Lượt về, người đó đi với
  - + Quãng đường là  $48(km)$ .
  - + Vận tốc là  $x(km/h)$ .
  - + Thời gian là  $\frac{48}{x}(h)$ .
- Lượt đi, người đó đi với
  - + Quãng đường là  $40(km)$ .
  - + Vận tốc là  $x+6(km/h)$ .
  - + Thời gian là  $\frac{40}{x+6}(h)$ .

Vì thời gian lượt về bằng  $\frac{3}{2}$  thời gian lượt đi nên ta có phương trình:

$$\frac{48}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{40}{x+6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{x} = \frac{20}{x+6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x} = \frac{5}{x+6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(x+6)}{x(x+6)} = \frac{5x}{x(x+6)}$$

$$\Leftrightarrow 4(x+6) = 5x$$

$$\Leftrightarrow 4x + 24 = 5x$$

$$\Leftrightarrow x = 24(km/h) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$\Rightarrow$  Vận tốc lượt đi của người đó là  $24 + 6 = 30(km/h)$ .

Vậy vận tốc lượt đi và lượt về của người đi xe gắn máy lần lượt là  $30km/h$  và  $24km/h$ .

**Bài 7.** Hỏi xe hơi chạy trong bao lâu thì đuổi kịp xe máy?: Gọi thời gian xe hơi chạy để đuổi kịp xe máy là  $x(h)$

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường ( km)
Xe hơi	60	$x$	$60x$
Xe máy	40	$x+3$	$40(x+3)$

$$\rightarrow 60x = 40(x+3)$$

- **Lời giải**

Gọi thời gian xe hơi chạy để đuổi kịp xe máy là  $x(h)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

Thời gian đi của xe máy là  $x + 3(h)$ .

Quãng đường đi của xe hơi là  $60x(km/h)$ .

Quãng đường đi của xe máy là  $40(x + 3)(km/h)$ .

Vì khi xe hơi đuổi kịp xe máy thì quãng đường hai xe đi được bằng nhau nên ta có phương trình

$$60x = 40(x + 3).$$

$$\Leftrightarrow 60x = 40x + 120.$$

$$\Leftrightarrow 20x = 120.$$

$$\Leftrightarrow x = 6(h) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy thời gian xe hơi chạy để đuổi kịp xe máy là 6 giờ.

### Bài 8.

**Cách 1** Dựa vào công thức:

$$\text{Vận tốc xuôi dòng} - \text{Vận tốc ngược dòng} = 2 \times \text{Vận tốc dòng nước}$$

- **Phân tích tư duy**

Tính khoảng cách từ A đến B: Gọi khoảng cách từ A đến B là  $x(km) \rightarrow$

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường ( km)
Xuôi dòng	$\frac{x}{4}$	4	x
Ngược dòng	$\frac{x}{6}$	6	x

$$\rightarrow \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 2.6$$

- **Lời giải**

Gọi khoảng cách từ A đến B là  $x(km)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B là  $\frac{x}{4}(h)$ .

Thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A là  $\frac{x}{6}(h)$ .

Vì: Vận tốc xuôi dòng - Vận tốc ngược dòng = 2 × Vận tốc dòng nước nên ta có phương trình

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 2.6.$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x = 144.$$

$$\Leftrightarrow x = 144(km) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến B là  $144km$ .

**Cách 2** ( Bài toán xuôi dòng, ngược dòng thường gọi ẩn là vận tốc riêng của ca nô)

- **Phân tích tư duy**

Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x(km/h) \rightarrow$

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường ( km)
Xuôi dòng	$x + 6$	4	$4(x + 6)$
Ngược dòng	$x - 6$	6	$6(x - 6)$

$$\rightarrow 4(x + 6) = 6(x - 6)$$

- **Lời giải**

Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x(km/h)$ , điều kiện:  $x > 6$ .

Vận tốc ca nô đi xuôi dòng từ A đến B là  $x + 6(km/h)$ .

Vận tốc ca nô đi ngược dòng từ B về A là  $x - 6(km/h)$ .

Vì quãng đường khi ca nô đi xuôi dòng và ngược dòng là bằng nhau nên ta có phương trình

$$4(x + 6) = 6(x - 6)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 24 = 6x - 36$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4x = 24 + 36$$

$$\Leftrightarrow 2x = 60$$

$$\Leftrightarrow x = 30(km/h) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Khoảng cách từ A đến B là  $4.(30 + 6) = 144(km)$ .

Vậy khoảng cách từ A đến B là  $144km$ .

### **Bài 9.**

- **Phân tích tư duy**

Theo hướng tư duy bài toán thực tế: Hỏi một đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B hết bao lâu ?

Gọi thời gian đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B là  $x(h)$ .  $\rightarrow$

**Xuôi dòng:** Chiếc thuyền đi từ bến A đến bến B hết 6 h  $\Rightarrow$  1h chiếc thuyền đi được  $\frac{1}{6}$  quãng đường AB.

**Ngược dòng:** Chiếc thuyền đi từ bến B đến bến A hết 8 h  $\Rightarrow$  1h chiếc thuyền đi được  $\frac{1}{8}$  quãng đường AB.

Đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B là  $x$  h  $\Rightarrow$  1h đám bèo trôi được  $\frac{1}{x}$  quãng đường AB.

$$\rightarrow \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = 2 \cdot \frac{1}{x}$$

• Lời giải

Gọi thời gian đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B là  $x(h)$ , điều kiện:  $x > 6$ .

Khi xuôi dòng, chiếc thuyền đi từ bến A đến bến B hết  $6h$  nên 1h chiếc thuyền đi được  $\frac{1}{6}$  quãng đường AB.

Khi ngược dòng, chiếc thuyền đi từ bến B đến bến A hết  $8h$  nên 1h chiếc thuyền đi được  $\frac{1}{8}$  quãng đường AB.

Đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B là  $x$  h nên 1h đám bèo trôi được  $\frac{1}{x}$  quãng đường AB.

Vì: Quãng đường xuôi dòng – Quãng đường ngược dòng = 2  $\times$  Quãng đường bèo trôi nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} - \frac{1}{8} &= 2 \cdot \frac{1}{x} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{x} &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 48(h) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy thời gian đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B là  $48h$ .

**Bài 10.** Nửa chu vi của mảnh đất là  $28 : 2 = 14(m)$

Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $x(m)$ .

$$\text{Điều kiện: } 0 < x < \frac{14}{2} = 7.$$

Suy ra chiều dài của mảnh vườn là  $14 - x(m)$

Vì độ dài đường chéo bằng 10 mét nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} x^2 + (14 - x)^2 &= 10^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 196 - 28x + x^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 28x + 96 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x - 8x + 48 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x - 6) - 8(x - 6) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 6)(x - 8) &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 6(m) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

hoặc  $x = 8(m)$  (không thỏa mãn điều kiện).

Chiều dài của mảnh vườn là  $14 - 6 = 8(m)$ .

Vậy chiều dài, chiều rộng của mảnh đất đó lần lượt là  $8m$  và  $6m$ .

### Bài 11.

- **Phân tích tư duy**

Tính cạnh của một hình vuông: Gọi độ dài cạnh của hình vuông là  $x(m) \rightarrow$

	Cạnh (m)	Chu vi (m)	Diện tích (m <sup>2</sup> )
Ban đầu	$x$	$4x$	$x^2$
Lúc sau	$x + 3$	$4x + 12$	$(x + 3)^2$

$$\rightarrow (x + 3)^2 - x^2 = 135.$$

- **Lời giải**

Gọi độ dài cạnh của hình vuông là  $x(m)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

Chu vi ban đầu của hình vuông là  $4x(m)$ .

Diện tích ban đầu của hình vuông là  $x^2(m^2)$ .

Chu vi mới của hình vuông là  $4x + 12(m)$ .

Độ dài mới của cạnh hình vuông là  $\frac{4x + 12}{4} = x + 3(m)$ .

Diện tích mới của hình vuông là  $(x + 3)^2(m^2)$ .

Vì diện tích mới tăng thêm  $135m^2$  nên ta có phương trình

$$(x + 3)^2 - x^2 = 135$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - x^2 = 135.$$

$$\Leftrightarrow 6x = 126$$

$$\Leftrightarrow x = 21(m) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là  $21m$ .

### Bài 12.

- **Phân tích tư duy**

Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật: Gọi chiều dài hình chữ nhật là  $x(cm)$ .

	Chiều dài (cm)	Chiều rộng (cm)	Diện tích (cm <sup>2</sup> )
--	----------------	-----------------	------------------------------



Ban đầu	$x$	$150 - x$	$x(150 - x)$
Lúc sau	$x - 5$	$150 - x + 5 = 155 - x$	$(155 - x)(x - 5)$

$$\rightarrow (155 - x)(x - 5) - x(150 - x) = 275.$$

• **Lời giải**

Gọi chiều dài hình chữ nhật là  $x(cm)$ , điều kiện:  $x > 5$ .

Nửa chu vi của hình chữ nhật là  $\frac{300}{2} = 150(cm)$ .

Chiều rộng của hình chữ nhật là  $150 - x(cm)$ .

Diện tích của hình chữ nhật là  $x(150 - x)(cm^2)$ .

Chiều rộng mới của hình chữ nhật là  $150 - x + 5 = 155 - x(cm)$ .

Chiều dài mới của hình chữ nhật là  $x - 5(cm)$ .

Diện tích mới của hình chữ nhật là  $(155 - x)(x - 5)(cm^2)$ .

Vì diện tích mới tăng  $275cm^2$  nên ta có phương trình

$$(155 - x)(x - 5) - x(150 - x) = 275$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 160x - 775 - 150x + x^2 = 275.$$

$$\Leftrightarrow 10x = 1050.$$

$$\Leftrightarrow x = 105(cm) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Chiều rộng của hình chữ nhật là  $150 - 105 = 45(cm)$ .

Vậy chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là  $150cm$  và  $45cm$ .

**Bài 13.** Gọi độ dài cạnh của tam giác ABC lúc đầu là  $x(cm)$ , điều kiện:  $x > 0$ .

Độ dài cạnh mới của tam giác ABC là  $x + 2(cm)$ .

Tỉ số đồng dạng của tam giác mới và tam giác ban đầu là  $\frac{x+2}{x}$  (lần).

Vì tỉ số diện tích của hai tam giác bằng bình phương tỉ số đồng dạng của chúng nên ta có phương trình

$$\left(\frac{x+2}{x}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{x} = \frac{5}{3} \text{ (vì } x > 0 \text{ nên } \frac{x+2}{x} > 0)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 3x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Chu vi của tam giác ABC lúc đầu là:  $3.3 = 9(cm)$ .

Vậy chu vi của tam giác ABC lúc đầu là  $9cm$ .

**Bài 14.** Gọi số tấn cá hợp tác xã đã dự định đánh bắt là  $x$  (tấn), điều kiện:  $x > 0$ .

Thời gian hợp tác xã dự định đánh bắt là  $\frac{x}{20}$  (tuần).

+ Thực tế số tấn cá hợp tác xã đánh bắt thực tế là  $x + 10$  (tấn).

Nên thời gian hợp tác xã đánh bắt là  $\frac{x+10}{26}$  (tuần).

Vì hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần nên ta có phương trình

$$\frac{x}{20} = \frac{x+10}{26} + 1$$

$$\Leftrightarrow 13x = 10(x+10) + 260$$

$$\Leftrightarrow 13x = 10x + 360$$

$$\Leftrightarrow 3x = 360$$

$$\Leftrightarrow x = 120 \text{ (tấn) (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số tấn cá hợp tác xã dự định đánh bắt là 120 (tấn).

### Bài 15.

- **Phân tích tư duy**

Tính số cây dự định trồng của lớp 8T: Gọi số cây dự định trồng của lớp 8T là  $x$  (cây).  $\rightarrow$

	Năng suất (cây/ngày)	Thời gian (ngày)	Số sản phẩm (cây)
Dự định	300	$\frac{x}{300}$	$x$
Thực tế	400	$\frac{x+600}{400}$	$x+600$

$$\rightarrow \frac{x}{300} = \frac{x+600}{400} + 1.$$

- **Lời giải**

Gọi số cây dự định trồng của lớp 8T là  $x$  (cây), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$ .

- Dự định, lớp 8T có
  - + Số cây trồng là  $x$  (cây).
  - + Năng suất là 300 (cây/ ngày).
  - + Thời gian trồng cây là  $\frac{x}{300}$  (ngày).
- Thực tế, lớp 8T có
  - + Số cây trồng là  $x+600$  (cây).
  - + Năng suất là 400 (cây/ ngày).
  - + Thời gian trồng cây là  $\frac{x+600}{400}$  (ngày).

Vì lớp đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{x}{300} = \frac{x+600}{400} + 1$$

$$\Leftrightarrow 4x = 3x + 1800 + 1200$$

$$\Leftrightarrow x = 3000 \text{ (cây) (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số cây dự định trồng của lớp 8T là 3000 cây.

### Bài 16.

#### • Phân tích tư duy

Tính số thăm tổ Han Seo đã làm trong 30 ngày: Gọi số thăm tổ Han Seo đã làm trong 30 ngày là  $x$  (thăm).  $\rightarrow$

	Năng suất ( thăm/ ngày)	Thời gian ( ngày)	Số sản phẩm ( thăm)
Dự định	$\frac{x - 30}{40}$	40	$x - 30$
Thực tế	$\frac{x}{30}$	30	$x$

$$\rightarrow \frac{x}{30} = \frac{150}{100} \cdot \frac{x - 30}{40}.$$

#### • Lời giải

Gọi số thăm tổ Han Seo đã làm trong 30 ngày là  $x$  ( thăm), điều kiện:  $x \in N^*, x > 30$ .

- Dự định, Tổ Han Seo làm
  - + Số thăm là  $x - 30$  (thăm).
  - + Thời gian là 40 (ngày).
  - + Năng suất là  $\frac{x - 30}{40}$  ( thăm/ngày).
- Thực tế, Tổ Han Seo làm
  - + Số thăm là  $x$  (thăm).
  - + Thời gian là 30 (ngày).
  - + Năng suất là  $\frac{x}{30}$  ( thăm/ngày).

Do năng suất thực tế tăng 50% so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{x}{30} = \frac{150}{100} \cdot \frac{x - 30}{40}$$

$$\Leftrightarrow 40x = 45(x - 30)$$

$$\Leftrightarrow 1350 = 45x - 40x$$

$$\Leftrightarrow 1350 = 5x$$

$$\Leftrightarrow x = 270 \text{ (thăm) (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số thăm tổ Han Seo đã làm trong 30 ngày là 270 thăm.

**Bài 17.** Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là  $x$  (ngày), điều kiện:  $x > 4$ .

Trong 1 ngày, cả hai người làm được  $\frac{1}{4}$  (công việc).

Trong 1 ngày, người thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc).

Trong 1 ngày, người thứ hai làm được  $\frac{1}{4} - \frac{1}{x}$  (công việc).

Trong 2 ngày đầu, cả hai người làm được  $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$  (công việc).

Trong 6 ngày tiếp theo, người thứ hai làm được  $6 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{x} \right)$  (công việc).

Vì công việc đã hoàn thành công việc nên ta có phương trình

$$\frac{1}{2} + 6 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{x} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{6}{x} = 1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ (ngày) (thỏa mãn điều kiện)}$$

Suy ra trong 1 ngày người thứ hai làm được  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$  (công việc).

Do đó, thời gian người thứ hai một mình hoàn thành công việc là 12 ngày.

Vậy người thứ nhất một mình hoàn thành công việc trong 6 ngày, người thứ hai một mình hoàn thành công việc trong 12 ngày.

### Bài 18.

- Phân tích tư duy

Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể: Gọi thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là  $x$  (giờ).  $\rightarrow$

	Năng suất (bể/ h)	Thời gian (h)	Công việc (bể)
Vòi I	$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x}$	$1: \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} \right)$	1
Vòi II	$\frac{1}{x}$	$x$	1
Cả hai vòi	$\frac{5}{24}$	4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ	1

$$\rightarrow \frac{1}{x} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{24}.$$

• **Lời giải**

Đổi: 4 giờ 48 phút =  $\frac{24}{5}$  giờ.

Gọi thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là  $x$  (giờ), điều kiện:  $x > \frac{24}{5}$ .

Trong 1 giờ, vòi I chảy được bằng  $1,5 = \frac{3}{2}$  lần lượng nước chảy được của vòi II nên vòi I chảy được  $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x}$  (bể).

Trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được  $1: \frac{24}{5} = \frac{5}{24}$  (bể) nên ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{24}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{24}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{24} : \frac{5}{2}$$
$$= \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (giờ)} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Suy ra, trong 1 giờ vòi thứ 1 chảy được là  $\frac{5}{24} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8}$  (bể)

Thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là 8 (giờ).

Vậy thời gian chảy một mình đầy bể của vòi I và vòi II lần lượt là 8 giờ và 12 giờ.

**Bài 19.** Gọi số tuổi năm nay của em là  $x$  (tuổi), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra, năm nay, tuổi của anh là  $3x$  (tuổi).

Năm 2025, tuổi của em là  $x + 6$  (tuổi) (vì  $2025 - 2019 = 6$ )

Năm 2025, tuổi của anh là  $3x + 6$  (tuổi).

Vì năm 2025, tuổi của anh gấp đôi tuổi của em nên ta có phương trình

$$3x + 6 = 2(x + 6)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 2x + 12$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ (tuổi)} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Số tuổi của anh hiện nay là  $3 \cdot 6 = 18$  (tuổi).

Vậy năm nay : em 6 tuổi, anh 18 tuổi.

### Bài 20.

- Phân tích tư duy

Tìm số ban đầu có hai chữ số: Gọi số có hai chữ số cần tìm là  $\overline{ab} \rightarrow$

Số cũ	$\overline{ab}$
Số mới	$\overline{ba}$

$$\rightarrow \begin{cases} b = 3a \\ \overline{ba} = 3\overline{ab} \end{cases}$$

- Lời giải

Gọi số có hai chữ số cần tìm là  $\overline{ab}$ , điều kiện:  $a; b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$ .

Chữ số hàng đơn vị gấp 3 lần chữ số hàng chục nên  $b = 3a$  (1).

Nếu đổi chỗ 2 chữ số cho nhau được số mới lớn hơn số cũ 54 đơn vị nên

$$\overline{ba} = \overline{ab} + 54 \Leftrightarrow 10b + a = 10a + b + 54 \Leftrightarrow 9b - 9a = 54 \Leftrightarrow b - a = 6 \quad (2).$$

Thay (1) và (2) ta có  $3a - a = 6 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = 3a = 9$ .

Vậy số ban đầu cần tìm là 39.

### Bài 21.

- Phân tích tư duy

Tìm phân số đã cho: Gọi tử số của phân số cần tìm là  $x$ .

	Tử số	Mẫu số	Giá trị
Phân số ban đầu	$x$	$x + 13$	
Phân số mới	$x + 3$	$x + 8$	$\frac{3}{4}$

$$\rightarrow \frac{x+3}{x+8} = \frac{3}{4}$$

- Lời giải

Gọi tử số của phân số cần tìm là  $x$ , điều kiện:  $x \in \mathbb{Z}$ .

Mẫu số của phân số cần tìm là  $x + 13$ .

Tử số của phân số mới là  $x + 3$ .

Mẫu số của phân số mới là  $x + 13 - 5 = x + 8$  (đơn vị).

Vì giá trị của phân số mới là  $\frac{3}{4}$  nên ta có phương trình

$$\frac{x+3}{x+8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4(x+3) = 3(x+8).$$

$$\Leftrightarrow 4x + 12 = 3x + 24$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Mẫu số của phân số ban đầu là  $12 + 13 = 25$ .

Vậy phân số cần tìm là  $\frac{12}{25}$ .

## Bài 22.

- **Phân tích tư duy**

Tính số học sinh giỏi khối 8: Gọi số học sinh giỏi của khối 8 là  $x$  ( học sinh).  $\rightarrow$

	Số học sinh giỏi (HSG) (học sinh)	Số học sinh khá (HSK) (học sinh)	Tỉ số $\frac{HSK}{HSG}$
Ban đầu	$x$	$\frac{5}{2}x$	$\frac{5}{2}$
Sau khi thay đổi	$x + 10$	$\frac{5}{2}x - 6$	2

$$\rightarrow \frac{5}{2}x - 6 = 2(x + 10).$$

- **Lời giải**

Gọi số học sinh giỏi của khối 8 là  $x$  ( học sinh), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$ .

Số học sinh khá của khối 8 là  $\frac{5}{2}x$  (học sinh).

Sau khi thêm, số học sinh giỏi của khối 8 là  $x + 10$  (học sinh).

Sau khi bớt, số học sinh khá của khối 8 là  $\frac{5}{2}x - 6$  (học sinh).

Vì sau khi thêm, bớt số học sinh khá gấp 2 lần số học sinh giỏi nên ta có phương trình

$$\frac{5}{2}x - 6 = 2(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x - 6 = 2x + 20$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 26$$

$$\Leftrightarrow x = 52 \text{ ( học sinh) ( thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số học sinh giỏi của khối 8 là 52 học sinh.

**Bài 23.** Gọi số học sinh của lớp 8T là  $x$  ( học sinh), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$  và  $x < 85$ .

Số học sinh của lớp 8H là  $85 - x$  ( học sinh).

Số học sinh giỏi của lớp 8T là  $30\%.x$  ( học sinh).

Số học sinh giỏi của lớp 8H là  $20\%.(85 - x)$  ( học sinh).

Vì tổng số học sinh giỏi của hai lớp là 21 nên ta có phương trình

$$30\%.x + 20\%.(85 - x) = 21$$

$$\Leftrightarrow (30\% - 20\%)x + 17 = 21$$

$$\Leftrightarrow 10\%x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (học sinh) (thỏa mãn điều kiện).}$$

Số học sinh của lớp 8H là  $85 - 40 = 45$  ( học sinh).

Vậy lớp 8T có 40 học sinh, lớp 8H có 45 học sinh.

#### Bài 24.

- Phân tích tư duy

Tính số sản phẩm theo kế hoạch của mỗi tổ cần làm: Gọi số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I cần làm là  $x$  (sản phẩm).  $\rightarrow$

	Tổ I	Tổ II	Cả hai tổ
Kế hoạch	$x$	$100 - x$	100
Thực tế	$120\%.x$	$115\%.(100 - x)$	117

$$\rightarrow 120\%.x + 115\%.(100 - x) = 117 .$$

- Lời giải

Gọi số sản phẩm theo kế hoạch mà tổ I cần làm là  $x$  ( sản phẩm), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$  và  $x < 100$  .

Số sản phẩm theo kế hoạch mà tổ II cần làm là  $100 - x$  ( sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế tổ I làm được là  $120\%.x$  ( sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế tổ II làm được là  $115\%.(100 - x)$  ( sản phẩm).

Thực tế, cả hai tổ làm được 117 sản phẩm nên ta có phương trình

$$120\%.x + 115\%.(100 - x) = 117$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5}x + 115 - \frac{23}{20}x = 117 .$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{20}x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ ( sản phẩm) ( thỏa mãn điều kiện).}$$

Theo kế hoạch, số sản phẩm của tổ II là  $100 - 40 = 60$  ( sản phẩm).



Vậy theo kế hoạch, số sản phẩm của tổ I và tổ II lần lượt là 40 sản phẩm và 60 sản phẩm.

### Bài 25.

- **Lời giải**

Gọi số dân tỉnh A của hai năm trước là  $x$  ( người), điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*$  và  $x < 612060$ .

Một năm trước, số dân tỉnh A là:  $101\%.x$  (người).

Hiện nay, số dân tỉnh A là:  $101\%.101\%.x = (101\%)^2 x$  (người).

Theo đề bài, dân số tỉnh A hiện nay là 612060 người nên ta có phương trình

$$(101\%)^2 x = 612060$$

$$\Leftrightarrow x = 600000 \text{ (người) (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy hai năm trước đây dân số của tỉnh A là 600000 người.

### Bài 26.

a) Để  $y = mx + 1$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0$ .

b) Để  $y = mx + \sqrt{m+1}$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0, m \geq -1$ .

c) Để  $y = m(x-1) + 3 = mx + 3 - m$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0$ .

d) Để  $y = (m^2 - m)x^2 + mx + 8$  là hàm số bậc nhất thì:

$$\begin{cases} m^2 - m = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m-1) = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \Leftrightarrow m = 1. \\ m \neq 0 \end{cases}$$

d) Để  $y = mx$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0$ .

e) Để  $y = \frac{m}{2}x + \sqrt{m+1}$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0, m \geq -1$ .

f) Để  $y = m(x-1) + 3 + m = mx + 3$  là hàm số bậc nhất thì  $m \neq 0$ .

g) Để  $y = (m^2 + m)x^2 + mx + 8$  là hàm số bậc nhất thì:

$$\begin{cases} m^2 + m = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+1) = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = -1. \\ m \neq 0 \end{cases}$$

### Bài 27.

a) Ta có  $m^2 \geq 0, \forall m \Leftrightarrow m^2 + 1 \geq 1, \forall m \Rightarrow m^2 + 1 \neq 0, \forall m$ . nên  $y = (m^2 + 1)x + 1$  là hàm số bậc nhất.

b) Ta có  $y = \sqrt{m^2 + 1}(x - 1) = \sqrt{m^2 + 1}.x - \sqrt{m^2 + 1}$

Ta có  $m^2 \geq 0, \forall m \Leftrightarrow m^2 + 1 \geq 1, \forall m \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} \geq 1, \forall m \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} \neq 0, \forall m$ . Nên  $y = \sqrt{m^2 + 1}(x - 1)$  là hàm số bậc nhất.

c) Ta có  $m^2 \geq 0, \forall m \Leftrightarrow 2(m^2 + 1) \geq 2, \forall m \Rightarrow 2(m^2 + 1) \neq 0, \forall m$ .

Nên  $y = 2(m^2 + 1)x + 1$  là hàm số bậc nhất.

d) Ta có  $y = \sqrt{m^2 + 1}(x - 2) = \sqrt{m^2 + 1}.x - 2\sqrt{m^2 + 1}$

Ta có  $m^2 \geq 0, \forall m \Leftrightarrow m^2 + 1 \geq 1, \forall m \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} \geq 1, \forall m \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} \neq 0, \forall m$ .

Nên  $y = \sqrt{m^2 + 1}(x - 2)$  là hàm số bậc nhất.

**Bài 28.**

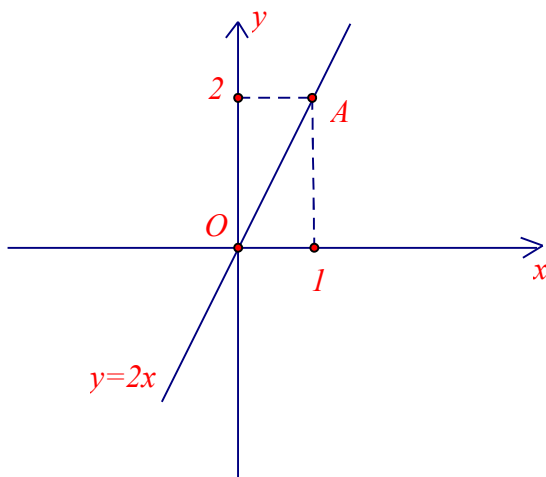
a) Để  $y = (m - 1)x + 1 - 4m^2$  là hàm số bậc nhất thì  $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ .

b) Để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ thì  $0 = (m - 1).0 + 1 - 4m^2 \Leftrightarrow 4m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$ .

**Bài 29.**

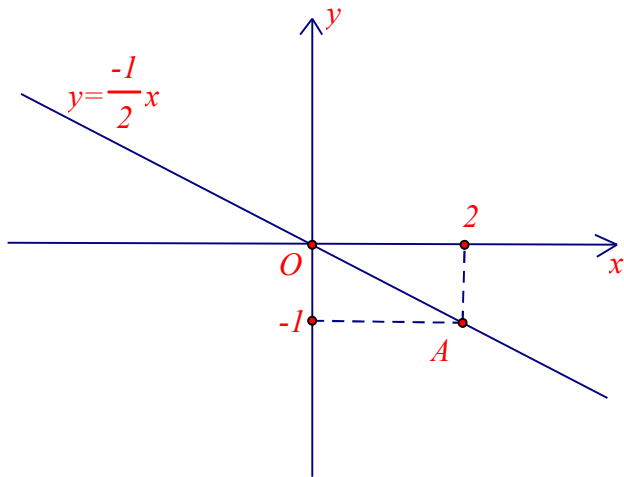
a) Với  $x = 1$  ta có  $y = 2 \Rightarrow A(1; 2)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x$

\* Vậy đồ thị hàm số  $y = 2x$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và điểm  $A(1; 2)$



b) Với  $x = 2$  ta có  $y = -1 \Rightarrow A(2; -1)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{2}x$

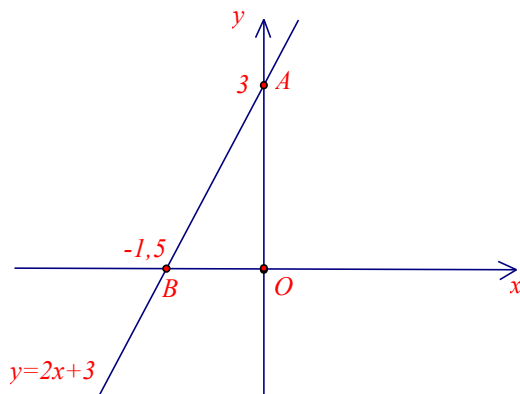
\* Vậy đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{2}x$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và điểm  $A(2; -1)$



c) Với  $x=0$  ta có  $y=2.0+3=3 \Rightarrow A(0;3)$  thuộc đồ thị hàm số  $y=2x+3$

Với  $y=0$  ta có  $0=2.x+3 \Rightarrow x=-1,5 \Rightarrow B(-1,5;0)$  thuộc đồ thị hàm số  $y=2x+3$

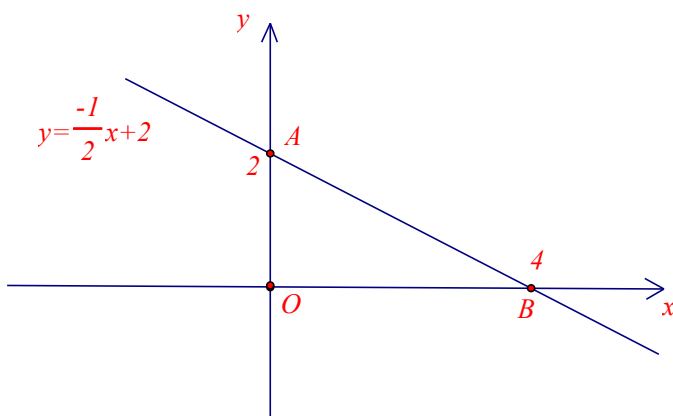
Vậy đồ thị hàm số  $y=2x+3$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A(0;3)$  và điểm  $B(-1,5;0)$



d) Với  $x=0$  ta có  $y=-\frac{1}{2}.0+2=2 \Rightarrow A(0;2)$  thuộc đồ thị hàm số  $y=-\frac{1}{2}x+2$

Với  $y=0$  ta có  $0=-\frac{1}{2}x+2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow B(4;0)$  thuộc đồ thị hàm số  $y=-\frac{1}{2}x+2$

Vậy đồ thị hàm số  $y=-\frac{1}{2}x+2$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A(0;2)$  và điểm  $B(4;0)$



### Bài 30.

a) Với  $a = -2$  (thỏa mãn  $a \neq 0$ ) ta được hàm số  $y = -2x + b$

Đồ thị hàm số  $y = -2x + b$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5

$$\Leftrightarrow \text{Đồ thị hàm số đã cho đi qua } A(1,5;0)$$

$$\Leftrightarrow 0 = -2 \cdot 1,5 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Vậy  $b = 3$ . Ta được hàm số  $y = -2x + 3$

b) Với  $a = 3$  (thỏa mãn  $a \neq 0$ ) ta được hàm số  $y = 3x + b$

Đồ thị hàm số  $y = 3x + b$  đi qua điểm  $A(2;2)$

$$\Leftrightarrow 2 = 3 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -4$$

Vậy  $b = -4$ . Ta được hàm số  $y = 3x - 4$ .

c) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3

$$\Leftrightarrow \text{Đồ thị hàm số đã cho đi qua } A(0;3)$$

$$\Leftrightarrow 3 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Vậy  $b = 3$ . Ta được hàm số  $y = ax + 3$

Đồ thị hàm số  $y = ax + 3$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2

$$\Leftrightarrow \text{Đồ thị hàm số đã cho đi qua } B(-2;0)$$

$$\Leftrightarrow 0 = a \cdot (-2) + 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Vậy  $a = \frac{3}{2}$ . Ta được hàm số  $y = \frac{3}{2}x + 3$

d) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $A(1;1)$  và điểm  $B(2;-1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = a \cdot 1 + b \\ -1 = a \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy  $\begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$ . Ta được hàm số  $y = -2x + 3$

### Bài 31.

a)  $(d_1): y = mx + 2m$  song song với  $(d_2): y = (2m - 3)x + 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2m - 3 \\ 2m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

$$b) (d_1) \text{ trùng với } (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2m - 3 \\ 2m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases} \text{ (không thỏa mãn).}$$

Suy ra: Hai đường thẳng này không thể trùng nhau.

### Bài 32.

a) Hai đường thẳng (d) và (d') có tung độ gốc lần lượt là  $b = 2$  và  $b' = -1$ . Rõ ràng  $b \neq b'$  ( $2 \neq -1$ ) nên hai đường thẳng (d) và (d') không thể trùng nhau được:

b) Hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau khi và chỉ khi:

$$m + 2 = m^2 + 2m \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy với  $m = 1$  hoặc  $m = -2$  thì hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau.

### Bài 33.

a) Khi  $a = \sqrt{3}$  ta có hàm số  $y = \sqrt{3}x + b$ . Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3}x + b$  cắt trục tung tại hai điểm có tung độ bằng  $-\sqrt{3}$  nên  $b = -\sqrt{3}$ , ta được hàm số  $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$ .

b) Khi  $a = -5$ , ta có hàm số  $y = -5x + b$ .

Đồ thị hàm số  $y = -5x + b$  đi qua điểm  $A(-2; 3)$  nên:

$$3 = -5(-2) + b \Leftrightarrow b = -7$$

Hàm số phải tìm là  $y = -5x - 7$

c) Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua điểm  $M(1; 3)$  và điểm  $N(-2; 6)$ , ta có:

$$3 = a \cdot 1 + b$$

$$6 = a \cdot (-2) + b$$

Suy ra  $a = -1, b = 4$ , ta được hàm số  $y = -x + 4$

d) Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = \sqrt{7}x$  nên  $a = \sqrt{7}$ . Ta có hàm số  $y = \sqrt{7}x + b$

Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{7}x + b$  lại đi qua điểm  $(a; 7 + \sqrt{7})$

$$\text{Nên: } 7 + \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 6$$

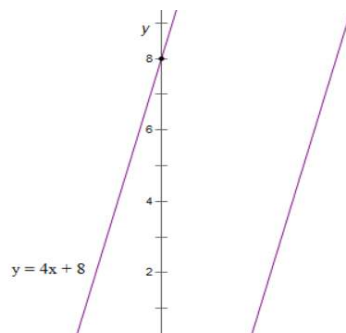
Hàm số phải tìm là:  $y = \sqrt{7}x + 6$

### Bài 34.

$$a) y = 4x + 10$$

b) Đường thẳng (d<sub>2</sub>) có dạng  $y = ax + b$

Đường thẳng này vuông góc với đường



thẳng (d) nên:  $a.a = -1$ , suy ra  $a = -\frac{1}{4}$ ,

ta có hàm số  $y = -\frac{1}{4}x + b$ . Đường

thẳng này cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-8$ , ta có  $b = -2$ .

Hàm số phải tìm là:  $y = \frac{1}{4}x - 2$

c) Đường thẳng ( $d_3$ ) song song với đường thẳng (d) nên có dạng  $y = 4x + b$ . Đường thẳng này cắt trục hoành ở điểm A, cắt trục

tung ở điểm B, ta có:  $y = 0$  thì  $x = -\frac{b}{4}$ , tọa

độ của điểm A là  $A\left(-\frac{b}{4}; 0\right)$ ,  $x = 0$  thì  $y = b$ , tọa độ của điểm B là  $B(0; b)$

tam giác AOB vuông ở O nên:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}\left|\frac{-b}{4}\right|.b = \frac{b^2}{8}$$

Suy ra  $8 = \frac{b^2}{8}$  do đó  $b^2 = 64$  nên  $b = \pm 8$

Có hai hàm số thỏa mãn yêu cầu đề bài là:  $y = 4x + 8$  và  $y = 4x - 8$ .

### Bài 35.

a) Đường thẳng (1) cắt Ox tại A sao cho  $x_A = 3 \Rightarrow A(3; 0)$ .

Đường thẳng (1) cắt Oy tại B sao cho  $y_B = 3 \Rightarrow B(0; 3)$ .

Thay tọa độ điểm A; B vào (1) ta được:

$$\begin{cases} (m-2)3 + n = 0 \\ (m-2)0 + n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$$

Vậy  $m = 1; n = 3$  ta được hàm số  $y = -x + 3$

b) Phương trình đường cao OH đi qua  $O(0; 0)$  nên hàm

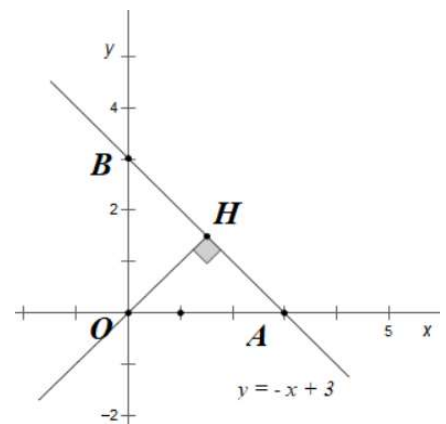
số có dạng:  $y = ax$ .

Mặt khác, OH vuông góc với đường thẳng  $y = -x + 3$

nên:  $a(-1) = -1 \Rightarrow a = 1$ .

Vậy phương trình đường cao OH là:  $y = x$ .

### Bài 36.



$$a) 2 - a = \frac{-1}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2}.$$

$$b) (a - 1) \cdot \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -1.$$

c) Viết  $y = a(x - 1) + 2 - x$  dưới dạng:  $a(x - 1) + 2 - x - y = 0$  (\*).

Phương trình (\*) nghiệm đúng với mọi  $a \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2 - x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$

Vậy điểm cố định là  $A(1; 1)$ .

### Bài 37.

a) Gọi điểm cố định mà đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua  $\forall m$  là  $M(x_0; y_0)$ .

Điểm  $M(x_0; y_0) \in (d), \forall m$

$$\Leftrightarrow y_0 = (2m - 3)x_0 + 5 - m, \forall m$$

$$\Leftrightarrow (2x_0 + 1)m = y_0 + 3x_0 + 5, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 + 1 = 0 \\ y_0 + 3x_0 + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-1}{2} \\ y_0 = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

Vậy  $\forall m$  đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua một điểm cố định  $M\left(\frac{-1}{2}; \frac{-7}{2}\right)$ .

b) Gọi điểm cố định mà đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua  $\forall m$  là  $M(x_0; y_0)$ .

Điểm  $M(x_0; y_0) \in (d), \forall m$

$$\Leftrightarrow y_0 = (3m^2 + 1)x_0 + m^2 - 4, \forall m$$

$$\Leftrightarrow (3x_0 + 1)m^2 = y_0 - x_0 + 4, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0 + 1 = 0 \\ y_0 - x_0 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-1}{3} \\ y_0 = \frac{-13}{3} \end{cases}$$

Vậy khi  $m$  thay đổi đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua một điểm cố định  $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{-13}{3}\right)$ .

**Bài 38.** Xét bài toán: "Cho đường thẳng  $(d)$  và 2 điểm A, B cùng nửa mặt phẳng bờ  $(d)$ , tìm trên  $(d)$  điểm M sao cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất"

Dựng  $A'$  là hình chiếu của A trên  $(d)$  nên M là giao điểm của  $A'B$  với  $(d)$ .

Áp dụng: Dựng  $A'$  là hình chiếu của A trên Ox nên  $A'(-1; 2)$ .

Suy ra M là giao điểm của  $A'B$  với Ox. Phương trình  $(A'B)$  có dạng  $y = ax + b$  với  $a = 3$  và  $b = 5$  (thay tọa độ điểm  $A', B$  vào phương trình)

$$\Rightarrow (A'B): y = 3x - 5$$

$$\text{Cho } y = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Vậy  $M_0\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  thì  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

