

TỰ HỌC NÂNG CAO KIẾN THỨC

TOÁN 8

- TẬP 1 -

PHẦN ĐÁP ÁN

CHƯƠNG I. ĐA THỨC

BÀI 1. ĐƠN THỨC

VD 1.1. Các đơn thức: $-xy; xy^2$..

VD 1.2. Các đơn thức: $2; 0; \sqrt{3}xy^2; (1-\sqrt{6})x^3y^2$..

VD 2.1.

$$a) -\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3 = \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y \cdot y^3) = -\frac{1}{2}x^3y^4.$$

$$b) -5xy^4 \cdot (-0,2x^2y^2) = [-5 \cdot (-0,2)] \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y^4 \cdot y^2) = x^3y^6.$$

$$c) (-2x^2y)(5x^3y^3) = (-2 \cdot 5) \cdot (x^2 \cdot x^3) \cdot (y \cdot y^3) = -10x^5y^4.$$

$$d) \left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 (x^2)^2 (y^3)^2 = \frac{9}{4}x^4y^6.$$

VD 2.2.

$$a) \left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^3\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}xy^2\right) = \frac{1}{3}x^4y^6.$$

$$b) \left(-\frac{1}{4}x^3\right)(-8xy^2) = 2x^4y^2.$$

$$c) (-0,1x^3y)^3 = -0,001x^9y^3.$$

VD 2.3.

$$a) -\frac{1}{5}x^3y^2 \cdot \frac{5}{4}xy^3 = -\frac{1}{4}x^4y^5 \text{ bậc } 4+5=9.$$

$$b) -3xy^4 \left(-\frac{1}{3}\right)x^2y^2 = x^3y^6 \text{ bậc } 3+6=9.$$

VD 2.4.

$$a) 2xyx = 2x^2y \text{ đơn thức có bậc } 3.$$

$$b) \frac{7}{8}xy(-5xy) = -\frac{35}{8}x^2y^2 \text{ đơn thức có bậc } 4.$$

c) $y^2x^2\left(-\frac{1}{2}y^3xy\right) = -\frac{1}{2}x^3y^6$ đơn thức có bậc 9.

d) $2x^2y(-3x^2y^2)x = -6x^5y^3$ đơn thức có bậc 8.

VD 3.1.

a) Phần hệ số 3, phần biến x^2y .

b) Thay $x = 1, y = -1$ vào A suy ra $A = 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -3$.

VD 3.2.

a) Phần hệ số $-\frac{2}{3}$, phần biến x^3y^2z .

b) $B = -\frac{2}{3}x^3y^2z = -\frac{2}{3}(-3)^3(-2)^2 \frac{1}{2} = 36$.

VD 3.3. Ta có $4x^2 \cdot 2^3 = 128$ hay $32x^2 = 128$ thì $x = \pm 2$.

VD3.4.

a) Ta có $A = 2xy^2\left(\frac{1}{2}x^2y^2x\right) = x^4y^4$.

b) Bậc của đơn thức 8.

c) Phần hệ số 1, phần biến x^4y^4 .

d) $A = 1$.

e) $x^4 > 0; y^4 > 0, \forall x \neq 0; y \neq 0 \Rightarrow x^4y^4 > 0, \forall x \neq 0; y \neq 0$.

Vậy: A luôn nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

VD 3.5.

a) Ta có: $A = \frac{2}{3}xy^2\left(\frac{3}{2}x\right) = x^2y^2$.

b) Bậc của đơn thức là 4.

c) Thay $x = 1, y = 2$ ta được $A = 1^2 \cdot 2^2 = 4$.

d) $x^2 > 0; y^2 > 0 \Rightarrow x^2y^2 > 0, \forall x \neq 0, y \neq 0$.

Vậy biểu thức A luôn nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

VD 4.1.

Nhóm 1) $\frac{5}{3}x^2y; -\frac{1}{2}x^2y; x^2y;$

Nhóm 2) $xy^2; \frac{1}{4}xy^2;$

Nhóm 3) $xy.$

VD 4.2.

Nhóm 1) $2x^2y^2; \frac{1}{4}x^2y^2;$

Nhóm 2) $-\frac{5}{2}x^3y; x^3y; -x^3y;$

Nhóm 3) $xy^3.$

VD 4.3:

$$A = 1\frac{2}{3}x^5y^2 = \frac{5}{3}x^5y^2; \quad B = -3x^3y \cdot \frac{1}{5}x^2y = -\frac{3}{5}x^5y^2;$$

$$C = \frac{1}{2}(xy)^2 \frac{2}{5}x^3 = \frac{1}{5}x^5y^2.$$

Vậy các đơn thức A, B, C là các đơn thức đồng dạng vì có phần biến giống nhau và có phần hệ số khác 0.

VD 4.4. $A = x^3y^2(xy^2) = x^4y^4; \quad B = \frac{1}{2}(xy)^2 \frac{2}{5}(xy)^2 = \frac{1}{5}x^4y^4.$

Vậy các đơn thức A, B là các đơn thức đồng dạng vì có phần biến giống nhau và có phần hệ số khác 0.

VD 5.1.

a) Ta có $3x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2 = \left(3 + \frac{1}{2} + 2\right) \cdot x^2 = \frac{11}{2}x^2.$

b) Ta có $3y + y - 5y = (3 + 1 - 5) \cdot y = -y.$

VD 5.2.

a) Ta có $\frac{1}{2}x^2y^2 - \frac{3}{4}x^2y^2 + 2x^2y^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 2\right) \cdot x^2y^2 = \frac{7}{4}x^2y^2;$

b) Ta có $25xy^2 + 55xy^2 + 75xy^2 = (25 + 55 + 75) \cdot xy^2 = 155xy^2.$

VD 5.3.

a) Ta có $-3x^2 - 0,5x^2 + 2,5x^2 = -x^2.$

b) Ta có $5x^3 - 3x^2 + x - x^3 - 4x^2 - x = 4x^3 - 7x^2$.

c) Ta có $-\frac{3}{4}x^3y + \left(-\frac{1}{2}x^3y\right) - \left(-\frac{5}{8}x^3y\right) = -\frac{3}{4}x^3y - \frac{1}{2}x^3y + \frac{5}{8}x^3y = \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) \cdot x^3y$
 $= -\frac{5}{8}x^3y$.

d) Ta có $\frac{3}{4}xy^2 - \frac{1}{2}y^2 - \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) + \frac{2}{3}y^2 = \frac{3}{4}xy^2 - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}xy^2 + \frac{2}{3}y^2$
 $= \left(\frac{3}{4}xy^2 + \frac{1}{4}xy^2\right) + \left(-\frac{1}{2}y^2 + \frac{2}{3}y^2\right) = xy^2 + \frac{1}{6}y^2$.

VD 5.4.

a) Ta có $\left(-\frac{2}{3}y^3\right) + 3y^2 - \frac{1}{2}y^3 - y^2 = -\frac{7}{6}y^3 + 2y^2$.

b) Ta có $-5x^2y + 3yx - \frac{1}{2}x^2y + \frac{3}{4}xy = -\frac{11}{2}x^2y + \frac{15}{4}xy$.

VD 5.5.

a) $A = x^3 + 3x^2 - 2x + x^3 - x + 1 = 2x^3 + 3x^2 - 3x + 1$;

b) Tại $x = 2$ ta được $A = 23$.

VD 5.6.

a) Ta có $5x^2y = 4x^2y + x^2y$.

b) Ta có $-2x^2y = x^2y - 3x^2y$.

c) Ta có $x^2y = 2x^2y - x^2y$.

VD 5.7.

a) Ta có $\frac{1}{2}xy = xy - \frac{1}{2}xy$.

b) Ta có $-2xy = xy - 3xy$.

c) Ta có $-\frac{2}{3}xy = -xy + \frac{1}{3}xy$.

VD 5.8.

a) Ta có $3^n + 3^{n+2} = 3^n + 9 \cdot 3^n = 10 \cdot 3^n$.

b) Ta có $1,5 \cdot 2^n - 2^{n-1} = 1,5 \cdot 2^n - 0,5 \cdot 2^n = 2^n$.

c) Ta có $2^n - 2^{n-2} = 2^n - \frac{1}{4}.2^n = \frac{3}{4}.2^n$.

d) Ta có $\frac{2}{3}.3^n - 3^{n-1} = \frac{1}{3}.3^n$.

VD 6.1.

Cách 1 : Diện tích hình chữ nhật ABCD là $4x.5y = 20xy$

Diện tích hình chữ nhật EFGC là $3y.5x = 15xy$

Diện tích hình chữ nhật HFGD là $5x.8y = 40xy$

Diện tích hình chữ nhật ABEH là $40xy - 20xy - 15xy = 5xy$

Vậy : biểu diễn phần đất chưa làm gì của thầy Trung là $5xy$

Cách 2 : Chiều dài cạnh AH là $5x - 4x = x$. Diện tích hình chữ nhật ABEH là $x.5y = 5xy$.

VD 6.2.

a) Số tiền của một cuốn vở là x (nghìn đồng) thì giá tiền một chiếc bút là $2x$ (nghìn đồng).

Mỗi phần quà trị giá $5x + 3.2x = 5x + 6x = 11x$. Do đó y phần quà giá trị là $11xy$ (nghìn đồng). Vậy đơn thức cần tìm là $11xy$.

b) Với $x = 8$ và $y = 20$ thì số tiền mua quà là $11.8.20 = 1760$ (nghìn đồng). Vậy thầy không đủ tiền mua quà thưởng cho lớp.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Các biểu thức sau biểu thức không phải đơn thức là: $x + y; x + 1; 3x^3 + y$.

Bài 2. a) Hệ số là 5 và biến số là x^{100} .

b) Hệ số là 20 và biến số là xyz .

c) Hệ số là $\frac{3}{5}$ và biến số là $x^2y^4z^6$.

Bài 3. a) $12xy + 21xy = 33xy$.

b) $5x^2 + 2x^2 - 3x^2 = 4x^2$.

c) $2xy^2 + 3xy^2 = 5xy^2$.

d) $7x^3y^2 + 3x^3y^2 = 10x^3y^2$.

Bài 4. a) Tại $x = 2, y = 3 \Rightarrow xy = 2.3 = 6$.

b) Tại $x = 2, y = 3 \Rightarrow 3xy + 4xy = 7xy = 7.2.3 = 42$.

c) Tại $x = 2, y = 3 \Rightarrow 5xy^2 = 5.2.3^2 = 90$.

Bài 5. a) Tại $x = 2; y = 3 \Rightarrow 2x^2y^3 = 2.2^2.3^3 = 216$.

b) Tại $x = 0; y = 1 \Rightarrow 2x^2y^3 = 2.0^2.1^3 = 0$.

c) Tại $x = 1; y = 2 \Rightarrow 2x^2y^3 = 2.1^2.2^3 = 16$.

d) Tại $x = 2; y = 1 \Rightarrow 2x^2y^3 = 2.2^2.1^3 = 8$.

Bài 6. a) $2xy.3x^2y = 6x^3y^2$.

b) $\frac{1}{4}x^2y. \frac{2}{5}xy^2 = \frac{1}{10}x^3y^3$.

c) $12x. \frac{3}{4}xy = 9x^2y$.

d) $2y. \frac{1}{3}x^2y^4 = \frac{2}{3}x^2y^5$.

Bài 7. Xét tích hai đơn thức: $AB = \frac{1}{5}x^3y^2.(-10xy^4) = -2x^4y^6$.

Ta có $x^4 \geq 0, \forall x$ và $y^6 \geq 0, \forall y$ nên $x^4y^6 \geq 0, \forall x; y$.

Từ đó suy ra $-2x^4y^6 \leq 0, \forall x; y \Rightarrow A.B \leq 0, \forall x; y$.

Vậy hai đơn thức A và B không thể cùng có giá trị dương.

Bài 8. Xét tích ba đơn thức: $ABC = 2x^3.(-xy^4).(-3y^4z^3) = 6x^4y^8z^2$.

Ta có $x^4 \geq 0, \forall x$ và $y^8 \geq 0, \forall y$, $z^2 \geq 0, \forall z$ nên $x^4y^8z^2 \geq 0, \forall x; y$.

Từ đó suy ra $x^4y^8z^2 \geq 0, \forall x; y; z \Rightarrow A.B.C \geq 0, \forall x; y; z$.

Vậy ba đơn thức A, B và C không thể cùng có giá trị âm.

BÀI 2. ĐA THỨC

VD 1.1 Các biểu thức trong mục a, c, d, e là đa thức.

VD 1.2. Các biểu thức trong mục c, e không là đa thức.

VD 2.1.

$$\begin{aligned} a) \quad M &= y^2 - 2y + \frac{1}{2}y^2 + 5y - y^2 \\ &= \left(y^2 + \frac{1}{2}y^2 - y^2 \right) + (-2y + 5y) \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} - 1 \right) y^2 + (-2 + 5)y \\ &= \frac{1}{2}y^2 + 3y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad N &= \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y \\ &= \left(\frac{1}{3}x^2y - \frac{1}{3}x^2y \right) + \left(xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 \right) + (-xy - 5xy) \\ &= 0 + \left(1 + \frac{1}{2} \right) xy^2 + (-1 - 5)xy \\ &= \frac{3}{2}xy^2 - 6xy. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad P &= 5x^2y - 3xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + 5xy - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - \frac{1}{4} \\ &= \left(5x^2y + \frac{1}{2}x^2y \right) + (-3xy - xy + 5xy) + \left(-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \left(5 + \frac{1}{2} \right) x^2y + (-3 - 1 + 5)xy + \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) x + \frac{1}{4} \\ &= \frac{11}{2}x^2y + xy + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

VD 2.2.

$$a) \quad A = 2x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 5x$$

$$A = \left(2x^2 - \frac{1}{2}x^2\right) + (x + 5x)$$

$$A = \left(2 - \frac{1}{2}\right)x^2 + (1 + 5)x$$

$$A = \frac{3}{2}x^2 + 6x.$$

$$b) B = 5xy + \frac{1}{2}x^2y - \frac{2}{3}xy + 2x^2y$$

$$B = \left(5xy - \frac{2}{3}xy\right) + \left(\frac{1}{2}x^2y + 2x^2y\right)$$

$$B = \left(5 - \frac{2}{3}\right)xy + \left(\frac{1}{2} + 2\right)x^2y$$

$$B = \frac{13}{3}xy + \frac{5}{2}x^2y.$$

VD 3.1.

a) Đa thức $x^3 + 2x - 5xy + 3x^2 - x^3 = 3x^2 - 5xy + 2x$ có bậc 2.

b) Đa thức $y^4 + 4y^2 - 3y - 3y^4 = -2y^4 + 4y^2 - 3y$ có bậc 4.

VD 3.2.

a) Đa thức $ax^3 + 2xy - 5$.

Nếu $a \neq 0$ đa thức có bậc 3.

Nếu $a = 0$ đa thức có bậc 2.

b) Đa thức $ax^2 + 2x^2 - 3 = (a - 2)x^2 - 3$

Nếu $a \neq -2$ đa thức có bậc 2.

Nếu $a = -2$ đa thức có bậc 0.

VD 4.1.

$$\begin{aligned} a) \text{ Ta có } A &= 6x^2y + 50,5xy^2 + x^2y - 51,5xy^2 \\ &= (6x^2y + 1.x^2y) + (50,5xy^2 - 51,5xy^2) \\ &= (6 + 1)x^2y + (50,5 - 51,5)xy^2 \\ &= 7x^2y - xy^2. \end{aligned}$$

b) Bậc của A bằng 3.

c) Thay $x = -\frac{1}{7}$; $y = 14$ vào đa thức A, ta được:

$$A = 7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^2 \cdot 14 - \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot 14^2 = 2 + 28 = 30.$$

VD 4.2.

a) Ta có $B = -2xy^2 + \frac{1}{3}x^3y - x - \frac{1}{3}x^3y + xy^2 + x - 4x^2y$

$$= (-2xy^2 + xy^2) + \left(\frac{1}{3}x^3y - \frac{1}{3}x^3y\right) + (-x + x) - 4x^2y = (-2+1)xy^2 + 0 + 0 - 4x^2y$$

$$= -xy^2 - 4x^2y.$$

b) Bậc của B bằng 3.

c) Thay $x = 1, y = 2$ vào đa thức B, ta được: $B = -1 \cdot 2^2 - 4 \cdot 1^2 \cdot 2 = -4 - 8 = -12$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Các đa thức là ý a, c

Bài 2. Biểu thức biểu thị số tiền khi mua:

a) 5kg táo và 4kg nho là $5 \cdot x + 4 \cdot y$

b) 10 hộp táo và 10 hộp nho, biết mỗi hộp táo có 10kg và mỗi hộp nho có 12kg là $100 \cdot x + 120 \cdot y$

Bài 3. Thu gọn đa thức sau:

a) $M = x^2 - 2x + 5x^2 + 3x - x^2 = (x^2 + 5x^2 - x^2) + (-2x + 3x) = 4x^2 + x$

b) $N = 2x^2 + x - x^2 + 5x = (2x^2 - x^2) + (x + 5x) = x^2 + 6x$

c) $P = 3x^2y + xy^2 - xy + 2xy^2 - 5xy - 3x^2y$
 $= (3x^2y - 3x^2y) + (xy^2 + 2xy^2) + (-xy - 5xy) = 3xy^2 - 6xy$

d) $Q = 2x^3 - 3xy + x^2 + 5xy - x^2 - x^3 = (2x^3 - x^3) + (-3xy + 5xy) + (x^2 - x^2) = x^3 + 2xy$.

Bài 4. Tìm bậc của các đa thức sau:

a) $A = x^2y - 2x + 5x^2$ có bậc là 3.

b) $B = 3y^2 - 3y - 3y^4$ có bậc là 4.

Bài 5. Thu gọn rồi tìm bậc của các đa thức sau:

a) $A = 3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2 = (7x^3 - 3x^3 + 6x^3) + (3x^2 - 3x^2) = 10x^3$ có bậc là 3

b) $B = 3x^2 + x - 3x^2 - 5 = (3x^2 - 3x^2) + x - 5 = x - 5$ có bậc là 1

c) $P = 2x^3 - 3xy + x^2 + 5xy - x^2 - 6 = 2x^3 + (-3xy + 5xy) + (x^2 - x^2) - 6 = 2x^3 + 2xy - 6$ có bậc là 3

d) $Q = -3x^5 - 2x^3y - 4xy^2 + 3x^5 + 2 = (-3x^5 + 3x^5) - 2x^3y - 4xy^2 + 2 = -2x^3y - 4xy^2 + 2$ có bậc là 4

Bài 6. Ta có $N = 4x^5y^2 - 3x^3y + 7x^3y + ax^5y^2 = (a + 4)x^5y^2 + 4x^3y$. Biết rằng bậc của đa thức N bằng 4 nên $a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$.

Bài 7.

a) Ta có $A = 7x^2y - xy^2$

b) Bậc của A là 3

c) Thay $x = -2, y = 5$ vào biểu thức A ta có: $A = 7(-2)^2 \cdot 5 - (-2) \cdot 5^2 = 190$

Bài 8. Thay $-0,027 = (-0,3)^3 = x^3$ vào đa thức $f(x) = x^{2025} - x^{2025} - 2023 = -2023$

Bài 9. Nhận thấy $P(1) = 0$ nên tổng các hệ số của đa thức sau khi khai triển bằng 0.

Bài 10.

a) $M = 7(x - y) + 4a(x - y) - 5 = 7 \cdot 0 + 4a \cdot 0 - 5 = -5$

b) $N = (x^2 + y^2)(x - y) + 3 = (x^2 + y^2) \cdot 0 + 3 = 3$

Bài 11. $A = 4x^4 + 4x^2y^2 + 3x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2 = 4x^2(x^2 + y^2) + 3x^2(x^2 + y^2) + 5y^2$
 $= 4x^2 \cdot 5 + 3x^2 \cdot 5 + 5y^2 = 20(x^2 + y^2) = 20 \cdot 5 = 100$

Bài 12.

Cách 1: Thay biến bằng số

$$\begin{aligned} P &= x(x - 2y) - 2x + y^2(x - 2y) - 2y^2 - 2023 \\ &= x \cdot 2 - 2x + y^2 \cdot 2 - 2y^2 - 2023 \\ &= -2023 \end{aligned}$$

Cách 2: Thay số bằng biến:

$$\begin{aligned} P &= x^2 - 2xy - (x - 2y)x + xy^2 - (x - 2y)y^2 - 2y^3 - 2023 \\ &= x^2 - 2xy - x^2 + 2xy + xy^2 - xy^2 + 2y^3 - 2y^3 - 2023 \\ &= -2023 \end{aligned}$$

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

VD 1.1

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2) + (x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \\&= x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2 + x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \\&= (x^4 + x^4) + (3x^3 + x^3) + (x^2 + 2x^2) + (2x + 2x) + (2 + 1) \\&= 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 3.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2) - (x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \\&= x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2 - x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x - 1 \\&= (x^4 - x^4) + (3x^3 - x^3) + (x^2 - 2x^2) + (2x - 2x) + (2 - 1) \\&= 0 + 2x^3 - x^2 + 0 + 1 \\&= 2x^3 - x^2 + 1.\end{aligned}$$

VD 1.2.

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1) + (x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2) \\&= x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1 + x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2 \\&= (x^4 + x^4) + (5x^3 + 2x^3) + (-x^2 - 2x^2) + (-x - 3x) + (1 + 2) \\&= 2x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 4x + 3.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1) - (x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2) \\&= x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \\&= (x^4 - x^4) + (5x^3 - 2x^3) + (-x^2 + 2x^2) + (-x + 3x) + (1 - 2) \\&= 0 + 3x^3 + x^2 + 2x - 1 \\&= 3x^3 + x^2 + 2x - 1.\end{aligned}$$

VD 1.3.

a) Ta có $C = (x^2 - 4x + 1) + (2x^2 + 2x)$

$$\begin{aligned}&= x^2 - 4x + 1 + 2x^2 + 2x \\&= (x^2 + 2x^2) + (-4x + 2x) + 1 \\&= 3x^2 - 2x + 1.\end{aligned}$$

b) Bậc của C bằng 2.

c) Thay $x = -1$ vào C ta được $C = 3.(-1)^2 - 2.(-1) + 1 = 6$.

VD 2.1.

a) Ta có $P + (x^2 - 2y^2) = x^2 - y^2 + 3xy^2 - 1$

$$\begin{aligned} P &= x^2 - y^2 + 3xy^2 - 1 - (x^2 - 2y^2) \\ &= x^2 - y^2 + 3xy^2 - 1 - x^2 + 2y^2 \\ &= (x^2 - x^2) + (-y^2 + 2y^2) + 3xy^2 - 1 \\ &= 0 + y^2 + 3xy^2 - 1 \\ &= y^2 + 3xy^2 - 1. \end{aligned}$$

b) Ta có $Q - (5x^2 - xyz) = xy + 2x^2 - 3xyz + 5.$

$$\begin{aligned} Q &= xy + 2x^2 - 3xyz + 5 + (5x^2 - xyz) \\ &= xy + 2x^2 - 3xyz + 5 + 5x^2 - xyz \\ &= xy + (2x^2 + 5x^2) + (-3xyz - xyz) + 5 \\ &= xy + 7x^2 - 4xyz + 5. \end{aligned}$$

VD 2.2.

a) Ta có $M = (6x^2 + 9xy - y^2) - (5x^2 - 2xy)$

$$\begin{aligned} &= 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy \\ &= (6x^2 - 5x^2) + (9xy + 2xy) - y^2 \\ &= x^2 + 11xy - y^2. \end{aligned}$$

b) Ta có $M = (7x^2 - 8xy + y^2) + (6x^2 - 4xy)$

$$\begin{aligned} &= 7x^2 - 8xy + y^2 + 6x^2 - 4xy \\ &= (7x^2 + 6x^2) + (-8xy - 4xy) + y^2 \\ &= 13x^2 - 12xy + y^2. \end{aligned}$$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP**Bài 1.**

a) $A + B = (x^2y + x^3 - x^2y + 3) + (x^3 + x^2y - xy - 6) = x^2y + 2x^3 - xy - 3$

b) $M + N = (x^2y + 0,5xy^3 - 7,5x^3y^2 + x^3) + (3xy^3 - x^2y + 5,5x^3y^2) = 3,5xy^3 - 2x^3y^2 + x^3$

c) $P + Q = (x^5 + xy + 0,3y^2 - x^2y^2 - 2) + (x^2y^2 + 5 - 1,3y^2) = x^5 + xy - y^2 + 3$

Bài 2. $A - B = (3xyz - 3x^2 + 5xy - 1) - (5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y) = 2xyz - 8x^2 + 10xy - 4 + y$

Suy ra: $B - A = -2xyz + 8x^2 - 10xy + 4 - y$

Bài 3. $M - N - P = -4xy + 5; \quad P - N - M = -6x^2y + 5$

Bài 4.

$$\begin{aligned} A - B + C &= (5xy^2 - 4x^2y - 6x^2) - (8yx^2 - 4y^2x + 3y^2) + (-2xy^2 + 3yx^2 + 5x^2) \\ &= 5xy^2 - 4x^2y - 6x^2 - 8yx^2 + 4y^2x - 3y^2 - 2xy^2 + 3yx^2 + 5x^2 \\ &= (5 + 4 - 2)xy^2 + (-4 - 8 + 3)yx^2 + (-6 + 5)x^2 - 3y^2 \\ &= 7xy^2 - 9x^2y - x^2 - 3y^2 \end{aligned}$$

Bài 5.

a) $P = (x^2 - y^2 + 3xy^2 - 1) - (x^2 - 2y^2) = y^2 + 3xy^2 - 1$

b) $Q = (xy + 2x^2 - 3xyz + 5) + (5x^2 - xyz) = xy + 7x^2 - 4xyz + 5$

Bài 6.

a) $A = x^2 + 2xy - 3x^3 + 2y^3 + 3x^3 - y^3 = x^2 + 2xy + y^3$. Suy ra: $A = 5^2 + 2.5.4 + 4^3 = 129$

b) $B = xy - x^2y^2 + x^4y^4 - x^6y^6 + x^8y^8$. Có $xy = (-1).(-1) = 1$. Suy ra:

$$B = 1 - 1^2 + 1^4 - 1^6 + 1^8 = 1$$

Bài 7.

a) $M = A + B = (3x^3 - 2x^2 + 1) + (2x^2 - 1) = 3x^3$

b) Bậc của M là: 3

c) Tại $x = 2$ thì $M = 3.(3)^3 = 81$

d) Để $M = 0$ thì $x = 0$.

Bài 8.

a)

$$\begin{aligned} M - N + P &= (2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1) - (2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2) + \left(xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2\right) \\ &= 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1 - 2xy^2 - 3 - xy + x^2y^2 + xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2 \\ &= (2x^2y^2 + x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-3xy^2 - 2xy^2 + xy^2) + (-2xy - xy + xy) + \left(1 - 3 + \frac{3}{2}\right) \\ &= 6x^2y^2 - 4xy^2 - 2xy - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M - N - P &= (2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1) - (2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2) - \left(xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2\right) \\
&= 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1 - 2xy^2 - 3 - xy + x^2y^2 - xy - \frac{3}{2} - xy^2 - 3x^2y^2 \\
&= (2x^2y^2 + x^2y^2 - 3x^2y^2) + (-3xy^2 - 2xy^2 - xy^2) + (-2xy - xy - xy) + \left(1 - 3 - \frac{3}{2}\right) \\
&= -6xy^2 - 4xy - \frac{7}{2}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
M + N + P &= (2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1) + (2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2) + \left(xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2\right) \\
&= 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1 + 2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2 + xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2 \\
&= (2x^2y^2 - x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-3xy^2 + 2xy^2 + xy^2) + (-2xy + xy + xy) + \left(1 + 3 + \frac{3}{2}\right) \\
&= 4x^2y^2 + \frac{11}{2}
\end{aligned}$$

Ta có: $4x^2y^2 \geq 0 \quad \forall x, y \in R$ nên $4x^2y^2 + \frac{11}{2} > 0 \quad \forall x, y \in R$

Vậy $M + N + P$ luôn nhận giá trị dương với giá trị bất kì của x, y .

Bài 9. Ta có $P + Q + N = 2x^2y^2 + 2y^2 + 7x^4 + 7 > 0$ với mọi x, y nên ít nhất một trong ba đa thức đã cho có giá trị dương.

Bài 10. Với mọi giá trị x, y, z thì đều có: $A + B + C = 0$. Thì đa thức không thể cùng nhận giá trị dương hoặc cùng nhận giá trị âm được suy ra có ít nhất một đa thức không âm và một đa thức không dương.

Nên trong 3 đa thức trên sẽ có ít nhất một đa thức có giá trị không âm, một đa thức có giá trị không dương.

BÀI 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC

VD 1.1.

$$a) -\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3 = \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y \cdot y^3) = -\frac{1}{2}x^3y^4.$$

$$b) -5xy^4 \cdot (-0,2x^2y^2) = [-5 \cdot (-0,2)] \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y^4 \cdot y^2) = x^3y^6.$$

$$c) (-2x^2y)(5x^3y^3) = (-2 \cdot 5) \cdot (x^2 \cdot x^3) \cdot (y \cdot y^3) = -10x^5y^4.$$

$$d) \left(-1\frac{1}{2}x^2y^3\right)^2 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 (x^2)^2 (y^3)^2 = \frac{9}{4}x^4y^6.$$

VD 1.2.

$$a) \left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^3\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}xy^2\right) = \frac{1}{3}x^4y^6.$$

$$b) \left(-\frac{1}{4}x^3\right) \cdot (-8xy^2) \cdot (3xz^2) = 6x^5y^2z^2.$$

VD 2.1

$$a) 2x \cdot (x-1).$$

$$\text{Ta có } 2x \cdot (x-1) = 2x \cdot x^2 - 2x \cdot 1 = 2x^3 - 2x.$$

$$b) (4x^2 - 2xy + y) \cdot \left(\frac{-1}{2}xy\right).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (4x^2 - 2xy + y) \cdot \left(\frac{-1}{2}xy\right) &= 4x^2 \cdot \left(\frac{-1}{2}xy\right) - 2xy \cdot \left(\frac{-1}{2}xy\right) + y \cdot \left(\frac{-1}{2}xy\right) \\ &= -2x^3y + x^2y^2 - \frac{1}{2}xy^2. \end{aligned}$$

$$c) (2x-3)(x+1).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (2x-3)(x+1) &= 2x \cdot (x+1) - 3 \cdot (x+1) \\ &= 2x \cdot x + 2x \cdot 1 - 3 \cdot x - 3 \cdot 1 \\ &= 2x^2 + 2x - 3x - 3 \\ &= 2x^2 - x - 3 \end{aligned}$$

d) $(x + 3y)(2x - 3xy + y)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (x + 3y)(2x - 3xy + y) &= x.(2x - 3xy + y) + 3y.(2x - 3xy + y) \\ &= x.2x - x.3xy + x.y + 3y.2x - 3y.3xy + 3y.y \\ &= 2x^2 - 3x^2y + xy + 6xy - 9xy^2 + 3y^2 \\ &= 2x^2 - 3x^2y + 7xy - 9xy^2 + 3y^2. \end{aligned}$$

VD 2.2.

a) Ta có $(x - 1)(x - 2)(2x + 1) = [x.(x - 2) - 1.(x - 2)](2x + 1)$

$$\begin{aligned} &= (x^2 - 2x - x + 2)(2x + 1) \\ &= (x^2 - 3x + 2)(2x + 1) \\ &= x^2.(2x + 1) - 3x.(2x + 1) + 2.(2x + 1) \\ &= x^2.2x + x^2.1 - 3x.2x - 3x.1 + 2.2x + 2.1 \\ &= 2x^3 + x^2 - 6x^2 - 3x + 4x + 2 \\ &= 2x^3 - 5x^2 + x + 2. \end{aligned}$$

b) Ta có $x(1 - 3x)(4 - 3x) - (x - 4)(3x + 5) = (x - x.3x)(4 - 3x) - [x.(3x + 5) - 4(3x + 5)]$

$$\begin{aligned} &= (x - 3x^2)(4 - 3x) - (3x^2 + 5x - 12x - 20) \\ &= x.(4 - 3x^2) - 3x^2(4 - 3x^2) - 3x^2 + 7x + 20 \\ &= 4x - 12x^2 - 3x^2 + 9x^3 - 3x^2 + 7x + 20 \\ &= 9x^3 - 18x^2 + 11x + 20. \end{aligned}$$

VD 3.1.

a) $A = 2x(x - y) + y(2x - y)$ tại $x = 2$ và $y = -2$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= 2x(x - y) + y(2x - y) \\ &= 2x.x - 2x.y + y.2x - y.y \\ &= 2x^2 - 2xy + 2xy - y^2 = 2x^2 - y^2 \end{aligned}$$

Thay $x = 2$ và $y = -2$ vào biểu thức A ta có: $A = 2.(2)^2 - (-2)^2 = 8 - 4 = 4$

Vậy $A = 4$ khi $x = 2$ và $y = -2$.

b) $B = 2(x-1)(x+1) - (2x-1)(x+1)$ tại $x = 2$.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } B &= 2(x-1)(x+1) - (2x-1)(x+1) \\ &= (2x-2)(x+1) - (2x-1)(x+1) \\ &= 2x(x+1) - 2(x+1) - 2x(x+1) + 1.(x+1) \\ &= -2(x+1) + 1.(x+1) = -1(x+1) = -x-1\end{aligned}$$

Thay $x = 2$ vào biểu thức B ta có: $B = -2 - 1 = -3$.

Vậy $B = -3$ khi $x = 2$.

c) $C = (4x^2 - 2xy + y^2)(2x + y)$ với $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } C &= (4x^2 - 2xy + y^2)(2x + y) \\ &= 4x^2.(2x + y) - 2xy.(2x + y) + y^2.(2x + y) \\ &= 4x^2.2x + 4x^2.y - 2xy.2x - 2xy.y + y^2.2x + y^2.y \\ &= 8x^3 + 4x^2y - 4x^2y - 2xy^2 + 2xy^2 + y^3 \\ &= 8x^3 + y^3.\end{aligned}$$

Thay $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$ vào biểu thức C ta có: $C = 8.\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{28}{27}$.

Vậy $C = \frac{28}{27}$ khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$.

VD 3.2.

Vi $x = 100$. Ta thay $99 = x - 1$ vào biểu thức M

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } M &= x^5 - (x-1).x^4 - (x-1).x^3 - (x-1).x^2 - (x-1).x - (x-1) \\ &= x^5 - x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x - x + 1 \\ &= 1.\end{aligned}$$

Vậy $M = 1$ khi $x = 100$.

VD 4.1.

a) Ta có $(3x + 7)(2x + 3) - (3x - 5)(2x + 11)$

$$= 3x \cdot (2x + 3) + 7(2x + 3) - 3x \cdot (2x + 11) + 5 \cdot (2x + 11)$$

$$= 6x^2 + 9x + 14x + 21 - 6x^2 - 33x + 10x + 55$$

$$= (6x^2 - 6x^2) + (14x + 9x - 33x + 10x) + 21 + 55$$

$$= 76 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

b) Ta có $(3x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x + 3) - 4x(x^2 - 1) - 3x^2(x^2 + 2)$

$$= 3x^2 \cdot (x^2 + 2x + 3) - 2x \cdot (x^2 + 2x + 3) + 1 \cdot (x^2 + 2x + 3) - 4x \cdot x^2 - 4x \cdot (-1) - 3x^2 \cdot x^2 - 3x^2 \cdot 2$$

$$= 3x^2 \cdot x^2 + 3x^2 \cdot 2x + 3x^2 \cdot 3 - 2x \cdot x^2 - 2x \cdot 2x - 2x \cdot 3 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 3 - 4x^3 + 4x - 3x^4 - 6x^2$$

$$= 3x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 2x^3 - 4x^2 - 6x + x^2 + 2x + 3 - 4x^3 + 4x - 3x^4 - 6x^2$$

$$= (3x^4 - 3x^4) + (6x^3 - 2x^3 - 4x^3) + (9x^2 - 4x^2 + x^2 - 6x^2) + (-6x + 2x + 4x) + 3$$

$$= 3 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

VD 4.2.

a) Ta có $(x - 1)(x^2 + y) - (x^2 - y)(x - 2) - x(x + 2y) + 3(y - 5)$

$$= x \cdot (x^2 + y) - 1 \cdot (x^2 + y) - x^2 \cdot (x - 2) + y \cdot (x - 2) - x^2 - 2xy + 3y - 15$$

$$= x \cdot x^2 + x \cdot y - 1 \cdot x^2 - 1 \cdot y - x^2 \cdot x - x^2 \cdot (-2) + y \cdot x + y \cdot (-2) - x^2 - 2xy + 3y - 15$$

$$= x^3 + xy - x^2 - y - x^3 + 2x^2 + xy - 2y - x^2 - 2xy + 3y - 15$$

$$= (x^3 - x^3) + (2x^2 - x^2 - x^2) + (xy + xy - 2xy) + (3y - y - 2y) - 15$$

$$= -15 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

b) Ta có $6(x^3y + x - 3) - 6x(2xy^2 + 1) - 3x^2y(2x - 4y)$

$$= 6 \cdot x^3y + 6 \cdot x - 6 \cdot 3 - 6x \cdot 2xy^2 - 6x \cdot 1 - 3x^2y \cdot 2x - 3x^2y \cdot (-4y)$$

$$= 6x^3y + 6x - 18 - 12x^2y^2 - 6x - 6x^3y + 12x^2y^2$$

$$= (6x^3y - 6x^3y) + (12x^2y^2 - 12x^2y^2) + (6x - 6x) - 18$$

$$= -18 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

VD 5.

a) Ta có $(4x + 12)(3x - 2) - (3x - 3)(4x - 1) = -27$

$$4x \cdot (3x - 2) + 12 \cdot (3x - 2) - 3x \cdot (4x - 1) + 3 \cdot (4x - 1) = -27$$

$$4x \cdot 3x - 4x \cdot 2 + 12 \cdot 3x + 12 \cdot (-2) - 3x \cdot 4x - 3x \cdot (-1) + 3 \cdot 4x + 3 \cdot (-1) = -27$$

$$12x^2 - 8x + 36x - 24 - 12x^2 + 3x + 12x - 3 = -27$$

$$(12x^2 - 12x^2) + (-8x + 36x + 3x + 12x) - (24 + 3) = -27$$

$$43x \qquad \qquad \qquad -27 \qquad = 0$$

$$43x = 0$$

$$x = 0$$

Vậy $x = 0$

b) Ta có $(x + 1)(x + 2) - x(x + 3) = 1$

$$x \cdot (x + 2) + 1 \cdot (x + 2) - x \cdot x - x \cdot 3 = 1$$

$$x \cdot x + x \cdot 2 + 1 \cdot x + 1 \cdot 2 - x^2 - 3x = 1$$

$$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 3x = 1$$

$$x^2 - x^2 + 3x - 3x + 2 = 1$$

$$2 = 1$$

Vậy không có x thỏa mãn.

c) Ta có $(x - 1)(x + 2) - (x + 1)(x - 3) - 3x = 1$

$$x \cdot (x + 2) - 1 \cdot (x + 2) - x \cdot (x - 3) - 1 \cdot (x - 3) - 3x = 1$$

$$x \cdot x + x \cdot 2 - 1 \cdot x - 1 \cdot 2 - x \cdot x - x \cdot (-3) - 1 \cdot x - 1 \cdot (-3) - 3x = 1$$

$$x^2 + 2x - x - 2 - x^2 + 3x - x + 3 - 3x = 1$$

$$x^2 - x^2 + 2x - x + 3x - x - 3x - 2 + 3 = 1$$

$$1 = 1$$

Vậy đẳng thức thỏa mãn với mọi x .

VD 6.1.

a) Ta có VT = $(3x + 2y)(5x - y) - y^2$

$$\begin{aligned}
&= 3x \cdot (5x - y) + 2y \cdot (5x - y) - y^2 \\
&= 3x \cdot 5x - 3x \cdot y + 2y \cdot 5x + 2y \cdot (-y) - y^2 \\
&= 15x^2 - 3xy + 10xy - 2y^2 - y^2 \\
&= 15x^2 + 7xy - 3y^2 \\
&= VP
\end{aligned}$$

⇒ đpcm.

$$\begin{aligned}
\text{b) Ta có } VT &= (x + y)(x - y) - 9y^2 \\
&= x \cdot (x - y) + y \cdot (x - y) - 9y^2 \\
&= x \cdot x - x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y - 9y^2 \\
&= x^2 - xy + xy - y^2 - 9y^2 \\
&= x^2 - 10y^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Ta có } VP &= (x - 2y)(x + 5y) - 3xy \\
&= x \cdot (x + 5y) - 2y \cdot (x + 5y) - 3xy \\
&= x \cdot x + x \cdot 5y - 2y \cdot x - 2y \cdot 5y - 3xy \\
&= x^2 + 5xy - 2xy - 10y^2 - 3xy \\
&= x^2 - 10y^2
\end{aligned}$$

⇒ $VT = VP \Rightarrow$ đpcm.

VD 6. 2.

$$\text{a) } (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

$$VT = x \cdot (x + b) + a \cdot (x + b) = x^2 + a \cdot x + b \cdot x + ab = x^2 + (a + b)x + ab = VP$$

⇒ đpcm.

$$\text{b) } (x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc;$$

$$\begin{aligned}
VT &= [x \cdot (x + b) + a \cdot (x + b)] \cdot (x + c) \\
&= [x \cdot x + xb + a \cdot x + a \cdot b] \cdot (x + c) \\
&= [x^2 + (a + b)x + a \cdot b] \cdot (x + c) \\
&= x^3 + (a + b)x^2 + a \cdot bx + x^2 \cdot c + (a + b) \cdot c \cdot x + a \cdot b \cdot c \\
&= x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc \\
&= VP
\end{aligned}$$

⇒ đpcm.

VD 6.3.

a) Ta có $(x-1)(x+1) = x^2 + ax + b$

$$x.(x+1) - 1.(x+1) = x^2 + ax + b$$

$$x^2 - 1 = x^2 + ax + b. \text{ Suy ra } a = 0; b = -1$$

b) Ta có $x^2(x-1) + (2x-1)(x-a) = bx^3 + cx^2 + dx + 1$

$$x^3 - x^2 + 2x^2 - 2ax - x + a = bx^3 + cx^2 + dx + 1$$

$$x^3 + x^2 - (2a+1)x + a = bx^3 + cx^2 + dx + 1$$

Do đó $b = 1; c = 1; a = 1$ và $-2a - 1 = d$ Suy ra $b = 1; c = 1; a = 1$ và $d = -3$.

VD 7.1.

Gọi 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp là $n-2$; n ; và $n+2$ với $n \in \mathbb{N}$ và n là số lẻ.

Tích của hai số sau là : $n(n+2) = n^2 + 2n$

Tích của hai số đầu là: $n.(n-2) = n^2 - 2n$

Ta có : Tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 52.

Vậy:

$$(n^2 + 2n) - (n^2 - 2n) = 52$$

$$4n = 52$$

$$n = 13$$

Kết hợp điều kiện có $n = 13$ (thỏa mãn)

Vậy 3 số cần tìm là: 11; 13 và 15 .

Từ các ví dụ trên ta có bài toán tổng quát

Tổng quát bài toán : Với ba số tự nhiên cách đều nhau k đơn vị thì: Hiệu giữa tích hai số cuối và hai số đầu bằng $2k$ lần số giữa.

VD 7.2.

Ba số tự nhiên chẵn cách nhau 2 đơn vị. Vậy số đứng giữa bằng $624 : 4 = 156$

Vậy 3 số cần tìm là : 154; 156 và 158 .

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP**Câu 1.**

a) $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6.$

$$\text{b) } (2x - 1)(6x^2 + 3x - 3) = 12x^3 + 6x^2 - 6x - 6x^2 - 3x + 3 = 12x^3 - 9x + 3.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & x(1 - 3x)(4 - 3x) - (x - 4)(3x + 5) \\ &= (x - 3x^2)(4 - 3x) - (x - 4)(3x + 5) \\ &= 4x - 3x^2 - 12x^2 + 9x^3 - 3x^2 + 12x - 5x + 20 \\ &= 9x^3 - 18x^2 + 11x + 20. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (x^2y - xy^2)(x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4) \\ &= x^2y.(x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4) - xy^2.(x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4) \\ &= x^6y^3 + x^5y^4 + x^4y^5 - x^5y^4 - x^4y^5 - x^3y^6 \\ &= x^6y^3 - x^3y^6 + x^5y^4 - x^5y^4 + x^4y^5 - x^4y^5 \\ &= x^6y^3 - x^3y^6 \end{aligned}$$

Câu 2.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (5x^2 - 3x^3 + 4x - 1)(-2x^2 + 3) \\ &= -10x^4 + 15x^2 + 6x^5 - 9x^3 - 8x^3 + 12x + 2x^2 - 3 \\ &= 6x^5 - 10x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 12x - 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (2x^2 - 3x - 5)(x^2 - 4) \\ &= 2x^4 - 8x^2 - 3x^3 + 12x - 5x^2 + 20 \\ &= 2x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 12x + 20. \end{aligned}$$

Câu 3.

$$\begin{aligned} \text{a) } & -5x(5x - 2) + (5x + 1)(5x - 1) - 10x \\ &= -25x^2 + 10x + 25x^2 - 1 - 10x \\ &= -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (x - 8)(x - 4) - x(x - 12) - 32 \\ &= x^2 - 4x - 8x + 32 - x^2 + 12x - 32 \\ &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (2x + 3)(3x - 1) - 6x(x - 2) - 19(x - 1) \\ &= 6x^2 - 2x + 9x - 3 - 6x^2 + 12x - 19x + 19 \\ &= 16. \end{aligned}$$

Bài 4.

a)

$$A = (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$$

$$= x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x - 2x^4 - 4x^3 - 8x^2 - 16x - 32 = x^5 - 32$$

Với $x = 3$ thì $A = 3^5 - 32 = 211$

b)

$$B = (x + 1)(x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$= x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$$

$$= x^8 - 1$$

Với $x = 2$ thì $B = 2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$

c)

$$C = (x + 1)(x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$$

$$= x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$= x^7 + 1$$

Với $x = 2$ thì $C = 2^7 + 1 = 128 + 1 = 129$

d)

$$D = 2x(10x^2 - 5x - 2) - 5x(4x^2 - 2x - 1) = 20x^3 - 10x^2 - 4x - 20x^3 + 10x^2 + 5x = x$$

Với $x = -5$ thì $D = -5$

Bài 5.

a) $A = (x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)(x + y) = x^4 + x^3y - x^3y - x^2y^2 + x^2y^2 + xy^3 - y^3x - y^4 = x^4 - y^4$

Với $x = 2, y = -\frac{1}{2}$ thì $A = 2^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = 16 - \frac{1}{16} = \frac{255}{16}$

b)

$$B = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 - a^4b - a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 - b^5$$

$$= a^5 - b^5$$

Với $a = 3, b = -2$ thì $B = 3^5 - (-2)^5 = 243 - (-32) = 243 + 32 = 275$

c) $C = (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + y^2) + 2x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3$

$$= x^4 + x^2y^2 - 2x^3y - 2xy^3 + 2x^2y^2 + 2y^4 + 2x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3 = x^4 + 2y^4$$

Với $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$ thì $C = x^4 + 2y^4 = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} = \frac{3}{16}$

Bài 6.

$$a) (x+8)(x+6) - x^2 = 104$$

$$x^2 + 6x + 8x + 48 - x^2 = 104$$

$$14x = 56$$

$$x = 4.$$

$$b) (x+1)(x+2) - (x-3)(x+4) = 6$$

$$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 4x + 3x + 12 = 6$$

$$2x = -8$$

$$x = -4.$$

$$c) 3(2x-1)(x+2) - 2(3x+2)(x-4) = -19$$

$$3(2x^2 + 3x - 2) - 2(3x^2 - 10x - 8) = -19$$

$$6x^2 + 9x - 6 - 6x^2 + 20x + 16 = -19$$

$$29x = -29$$

$$x = -1.$$

Bài 7.

$$a) \text{Ta có } A = x(2x-3) - 2x(x+1) = 2x^2 - 3x - 2x^2 - 2x = -5x$$

Vậy A chia hết cho 5.

$$b) \text{Ta có } B = (3x-4)(4y-3) - (4x-3)(3y-4)$$

$$= 12xy - 9x - 16y + 12 - 12xy + 16x + 9y - 12$$

$$= 7x - 7y = 7.(x-y)$$

Vậy B chia hết cho 7.

$$c) \text{Rút gọn } C = n^2(n+1) + (n+1)(n+2) + (n+2)(n-3) + 4 = n.(n+1).(n+2)$$

Ta có $n.(n+1)$ là hai số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 2. Do đó C chia hết cho 2.

Có $n.(n+1).(n+2)$ là ba số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 3. Do đó C chia hết cho 3.

Vậy C chia hết cho 6.

$$\text{Bài 8. Ta có } (x+a)(x+5) = x^2 + 3x + b$$

$$x^2 + 5x + ax + 5a = x^2 + 3x + b$$

$$x^2 + (5+a)x + 5a = x^2 + 3x + b$$

Do đó $5+a=3$; $5a=b$. Suy ra $a=-2$ và $b=-10$. Vậy $a=-2$ và $b=-10$.

Bài 9.

a) Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là $n; n+1; n+2$; và $n+3$; với $n \in \mathbb{N}$

Tích hai số đầu là $:n^2 + n$

Tích hai số cuối là: $n^2 + 5n + 6$

$$\text{Vậy: } (n^2 + 5n + 6) - (n^2 + n) = 38$$

$$4n + 6 = 38$$

$$n = 8$$

Vậy 4 số cần tìm là: 8; 9; 10 và 11.

b) Đặt $a = 3k + 1$ và $b = 3h + 2$ với $h; k \in \mathbb{N}$

$$\text{Vậy } a.b = (3k + 1).(3h + 2) = 9hk + 3h + 6k + 2 = 3(3hk + h + 2k) + 2$$

Vậy $a.b$ chia cho 3 dư 2.

Bài 10.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= b^3 + c^3 + ab^2 + ac^2 - abc = b^2(b+a) + c^2(c+a) - abc = -b^2.c - c^2b - abc \\ &= -bc(b+c+a) = 0. \end{aligned}$$

vì $a+b+c=0$.

b) Thay $5 = x + 1$. Ta có:

$$\begin{aligned} B &= x^5 - (x+1)x^4 + (x+1)x^3 - (x+1)x^2 + (x+1)x - 1 \\ &= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + x^3 - x^3 - x^2 + x^2 + x - 1 \\ &= x - 1 \\ &= 4 - 1 = 3. \end{aligned}$$

c) Thay $80 = x + 1$. Ta có:

$$C = x^7 - (x+1)x^6 + (x+1)x^5 - (x+1)x^4 + \dots + (x+1)x + 15 = x + 15 = 94.$$

d) Có $x = 9$ thì $10 = x + 1$

$$\begin{aligned} D &= x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10 \\ &= x^{14} - (x+1)x^{13} + (x+1)x^{12} - (x+1)x^{11} + \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + 10 \\ &= x^{14} - x^{14} - x^{13} + x^{13} + x^{12} - x^{12} - x^{11} + \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + 10 = -x + 10 \end{aligned}$$

Với $x = 9$ thì $D = -9 + 10 = 1$

e) Có $x = 16$ thì $17 = x + 1$

$$\begin{aligned} E &= x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 20 = x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + 20 \\ &= x^4 - x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 - x + 20 = -x + 20 \end{aligned}$$

Với $x = 16$ thì $E = -16 + 20 = 4$

f) Có $x = 12$ thì $13 = x + 1$

$$\begin{aligned} F &= x^{10} - (x+1)x^9 + (x+1)x^8 - (x+1)x^7 + \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + 10 \\ &= x^{10} - x^{10} - x^9 + x^9 + x^8 - x^8 - x^7 + \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + 10 = -x + 10 \end{aligned}$$

Với $x = 12$ thì $F = -12 + 10 = -2$

BÀI 5. PHÉP CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

VD 1.1.

a) Ta có: $2x^4y : x^2 = 2x^2y$.

b) Ta có: $27x^4y^5 : (-3x^2y^4) = [27 : (-3)] \cdot (x^4 : x^2) \cdot (y^5 : y^4) = -9x^2y$.

c) Ta có: $125x^{12}y^8 : 25x^7y^3 = (125 : 25) \cdot (x^{12} : x^7) \cdot (y^8 : y^3) = 5x^5y^5$.

d) Ta có: $\frac{3}{4}x^{15}y^4z^{10} : \frac{5}{4}x^{12}y^4z^6 = \left(\frac{3}{4} : \frac{5}{4}\right) \cdot (x^{15} : x^{12}) \cdot (y^4 : y^4) \cdot (z^{10} : z^6) = \frac{3}{5}x^3 \cdot z^4$.

Lưu ý: Khi thực hiện phép chia đơn thức, nếu đơn thức B không có đủ các biến như đơn thức A thì ta giữ nguyên biến đó của đơn thức A .

VD 1.2.

a) Ta có: $(2x^5 + 3x^4 + 4x) : x = 2x^4 + 3x^3 + 4$.

b) Ta có: $(10x^3y^3 + 4x^4y^2 - 6x^5y^4) : 2x^3y^2 = 5y + 2x - 3x^2y^2$.

VD 2.1.

a) Ta có: $A = 24x^5y^3 : 3x^2y^2 = (24 : 3) \cdot (x^5 : x^2) \cdot (y^3 : y^2) = 8x^3y$.

Thay $x = -2$ và $y = 2$ vào biểu thức A ta được: $A = 8 \cdot (-2)^3 \cdot 2 = -128$

Vậy $A = -128$ tại $x = -2$ và $y = 2$.

b) Ta có: $B = -8x^4y^6 : (-4x^2y^5) = [-8 : (-4)] \cdot (x^4 : x^2) \cdot (y^6 : y^5) = 2x^2y$.

Thay $x = 1$ và $y = 4$ vào biểu thức B ta được: $B = 2 \cdot 1^2 \cdot 4 = 8$

Vậy $B = 8$ tại $x = 1$ và $y = 4$.

c) Ta có: $C = (x^3y^5z^2)^2 : (-x^2y^3z)^3 = [(x^3)^2 \cdot (y^5)^2 \cdot (z^2)^2] : [(-1)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot (y^3)^3 \cdot z^3]$
 $= (x^6y^{10}z^4) : (-x^6y^9z^3) = (-1) \cdot (x^6 : x^6) \cdot (y^{10} : y^9) \cdot (z^4 : z^3) = -yz$

Thay $x = 1, y = -1$ và $z = 100$ vào biểu thức C ta được: $C = -(-1) \cdot 100 = 100$

Vậy $C = 100$ tại $x = 1, y = -1$ và $z = 100$.

$$d) \text{ Ta có: } D = \left(\frac{1}{3}x^2y^3z^3\right)^3 : (-3x^3y^2z)^2 = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 (x^4)^3 \cdot (y^3)^3 \cdot (z^3)^3\right] : \left[(-3)^2 \cdot (x^3)^2 \cdot (y^2)^2 \cdot z^2\right]$$

$$= \left(\frac{1}{27}x^{12}y^9z^9\right) : (9x^6y^4z^2) = \left(\frac{1}{27} : 9\right) \cdot (x^{12} : x^6)(y^9 : y^4) \cdot (z^9 : z^2) = \frac{1}{243}x^6y^5z^7$$

Thay $x = -1, y = 2$ và $z = 3$ vào biểu thức B ta được: $D = \frac{1}{243} \cdot (-1)^6 \cdot 2^5 \cdot 3^7 = 288$

Vậy $D = 288$ tại $x = -1, y = 2$ và $z = 3$.

Lưu ý: Khi thay các giá trị của biến vào biểu thức, với những giá trị âm ta phải đóng mở ngoặc giá trị đó rồi mới ghi lũy thừa.

VD 2.2.

a) Ta có: $A = (15x^5y^3 - 9x^3y^2 + 12x^2y^4) : 3x^2y = 5x^3y^2 - 3xy + 4y^3$

Thay $x = -1$ và $y = 2$ vào biểu thức A ta được: $A = 5(-1)^3 \cdot 2^2 - 3 \cdot (-1) \cdot 2 + 4 \cdot 2^3 = 18$.

Vậy $A = 18$ tại $x = -1$ và $y = 2$.

$$B = (x^4y^6z^3 - 2x^3yz + x^2y^2z^2) : \left(\frac{1}{2}x^2yz\right) = 2x^2y^5z^2 - 4x + 2yz$$

Thay $x = 1; y = -1$ và $z = 2$ vào biểu thức B ta được:

$$B = 2 \cdot 1^2 \cdot (-1)^5 \cdot 2^2 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) \cdot 2 = -16$$

Vậy $B = -16$ tại $x = 1; y = -1$ và $z = 2$.

VD 3.1. Để $A : B$ thì $y^n : y^5 \Leftrightarrow n \geq 5$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{5; 6; 7; \dots\}$

VD 3.2. Để $A : B$ thì $x^{n+2} : x^5$ và $y^7 : y^{n+3}$ suy ra $n+2 \geq 5$ và $7 \geq n+3$, do đó $n \geq 3$ và $n \leq 4$ hay $3 \leq n \leq 4$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{3; 4\}$

VD 3.3. Để $A : B$ thì $x^{2n} : x^6$ và $y^{21-3n} : y^3$ suy ra $2n \geq 6$ và $21-3n \geq 3$, do đó $n \geq 3$ và $n \leq 6$ hay $3 \leq n \leq 6$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{3; 4; 5; 6\}$.

Lưu ý: Các giá trị của lũy thừa đều phải là số nguyên dương.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

1) $(-x)^5 : (-x)^3 = x^2$.

2) $(-y)^7 : (-y)^3 = y^4$.

$$3) x^{12} : (-x)^{10} = x^2.$$

$$4) (2x^6) : (2x)^3 = \frac{1}{4}x^3.$$

$$5) (-3x)^5 : (-3x)^2 = (-3x)^3 = -27x^3.$$

$$6) (xy^2)^4 : (xy^2)^2 = (xy^2)^2 = x^2y^4.$$

$$7) (4x^2y^2)^2 : (2x^2y^2) = 8x^2y^2.$$

$$8) (6xy^2)^5 : (6xy^2)^2 = (6xy^2)^3 = 216x^3y^6.$$

Bài 2.

$$1) (6x^5y^3 + 3x^2y^4) : x^2y^2 = 6x^3y + 3y^2.$$

$$2) (24x^2y^5 - 12xy^4) : 12xy^3 = 2xy^2 - y.$$

$$3) (-45x^2y^5 + 27x^3y^7) : 9x^2y^4 = -5y + 3xy^3.$$

$$4) (-21x^4y^9z^9 + 6x^5y^{10}z^6 + 3x^3y^7z^5) : (-3x^3y^6z^4) = 7xy^3z^5 - 2x^2y^4z^2 - yz.$$

Bài 3.

$$1) \text{Ta có: } A = (8x^{12}y^5) : (-2x^{10}y^3) = -4x^2y^2.$$

Thay $x = 2$ và $y = -4$ vào biểu thức A , ta được: $A = -4 \cdot 2^2 \cdot (-4)^2 = -256$.

Vậy $A = -256$ tại $x = 2$ và $y = -4$.

$$2) \text{Ta có: } B = (27x^5y^{10}) : \left(\frac{3}{2}x^3y^7\right) = 18x^2y^3.$$

Thay $x = -1$ và $y = 2$ vào biểu thức B , ta được: $B = 18 \cdot (-1)^2 \cdot 2^3 = 144$.

Vậy $B = 144$ tại $x = -1$ và $y = 2$.

$$3) \text{Ta có: } C = (-100x^{13}y^8z^5) : (-25x^{10}y^5z^2) = 4x^3y^3z^3.$$

Thay $x = -\frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$ và $z = 1$. vào biểu thức C , ta được: $C = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (1)^3 = -\frac{1}{16}$.

Vậy $C = -\frac{1}{16}$ tại $x = -\frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$ và $z = 1$.

$$4) \text{Ta có: } D = (-9x^5y^9z^2) : (15x^3y^4z^2) = -\frac{3}{5}x^2y^5.$$

Thay $x = 3$; $y = -1$ và $z = 2020$ vào biểu thức D , ta được: $D = -\frac{3}{5} \cdot 3^2 \cdot (-1)^5 = \frac{27}{5}$.

Vậy $D = \frac{27}{5}$ tại $x = 3$; $y = -1$ và $z = 2020$.

5) Ta có: $E = (x^5y^4 - 2x^3y^3) : (x^3y^2) = x^2y^2 - 2y$

Thay $x = 1$; $y = -1$ vào biểu thức E , ta được: $E = 1^2(-1)^2 - 2(-1) = 3$.

Vậy $E = 3$ tại $x = 1$; $y = -1$.

6) Ta có: $F = (3xy^2z^3 + x^2y^4z^5 - x^2yz^2) : (xyz^2) = 3yz + xy^3z^2 - x$

Thay $x = -7$; $y = 1$ và $z = -1$ vào biểu thức F , ta được:

$$F = 3 \cdot 1 \cdot (-1) + 7 \cdot 1^3 \cdot (-1)^2 - (-7) = 11.$$

Vậy $F = 11$ tại $x = -7$; $y = 1$ và $z = -1$.

Bài 4.

a)
$$\begin{aligned} & [7(x-y)^5 + 6(x-y)^4 - 3(x-y)^2] : (x-y)^2 \\ &= [7(x-y)^5] : (x-y)^2 + [6(x-y)^4] : (x-y)^2 + [-3(x-y)^2] : (x-y)^2 \\ &= 7(x-y)^3 + 6(x-y)^2 - 3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} & [5(x-y)^4 - 3(x-y)^3 + 2(x-y)^2] : (y-x)^2 \\ &= [5(x-y)^4 - 3(x-y)^3 + 2(x-y)^2] : (x-y)^2 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} & [14(x-y)^6 + 4(x-y)^5 - 3(x-y)^3] : (y-x)^3 \\ &= [14(x-y)^6 + 4(x-y)^5 - 3(x-y)^3] : [-(x-y)^3] \end{aligned}$$

Bài 5.

a) Cho $A = 12x^n y^7$ và $B = \frac{6}{5}x^4 y^5$. Để $A:B$ thì $x^n : x^4 \Leftrightarrow n \geq 4$.

b) Cho $A = 45x^9 y^{n+4}$ và $B = 5x^6 y^7$. Để $A:B$ thì $y^{n+4} : y^7 \Leftrightarrow n+4 \geq 7 \Leftrightarrow n \geq 3$.

Bài 6.

1) Để $A:B$ thì $x^{2n}:x^{n+1}$; $y^{2n-4}:y^2$ và $y^{7-n}:y^2$ suy ra $2n \geq n+1$; $2n-4 \geq 2$ và $7-n \geq 2$, do đó

$n \geq 1$; $n \geq 3$ và $n \leq 5$ kết hợp ta được $3 \leq n \leq 5$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{3; 4; 5\}$.

2) Để $A:B$ thì $y^{n+3}:y^4$; $x^{2n}:x^2$ và $y^{7-n}:y^4$ suy ra $n+3 \geq 4$; $2n \geq 2$ và $7-n \geq 4$, do đó $n \geq 1$; $n \leq 3$ kết hợp ta được $1 \leq n \leq 3$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{1; 2; 3\}$.

3) Để $A:B$ thì $x^{2n+3}:x^{n-1}$; $y^{2n-6}:y^2$; $x^8:x^{n-1}$ và $y^{10-2n}:y^2$ suy ra $2n+3 \geq n-1$; $2n-6 \geq 2$; $8 \geq n-1$ và $10-2n \geq 2$, do đó $n \geq -4$; $n \geq 4$; $n \leq 9$ và $n \leq 4$, kết hợp ta được $n = 4$.

4) Để $A:B \Leftrightarrow 6 \geq 2n; 2n \geq n+1$ và $3 \geq n+1$. Suy ra $n \leq 3; n \geq 1$ và $n \leq 2$, do đó $1 \leq n \leq 2$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{1; 2\}$.

Bài 7.

$$\begin{aligned} & \left[(x^2+1)^4 - 3(x^2+1)^3 + 3(x^2+1)^2 \right] : (x^2+1)^2 \\ &= (x^2+1)^4 : (x^2+1)^2 - 3(x^2+1)^3 : (x^2+1)^2 + 3(x^2+1)^2 : (x^2+1)^2 \\ &= (x^2+1)^2 - 3(x^2+1) + 3 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 - 3x^2 - 3 + 3 \\ &= x^4 - x^2 + 1 \\ &= \left(x^2 - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với } \forall x \end{aligned}$$

Bài 8.

$$\begin{aligned} & (7x^4y^3 - 6x^2y^6 + 2x^2y^3) : (-2x^2y^3) + 8(x+1)(x-1) + 10 \\ &= 7x^4y^3 : (-2x^2y^3) - 6x^2y^6 : (-2x^2y^3) + 2x^2y^3 : (-2x^2y^3) + 8(x^2-1) + 10 \\ &= -\frac{7}{2}x^2 + 3y^3 - 1 + 8x^2 - 8 + 10 \\ &= \frac{9}{2}x^2 + 3y^3 + 1 \end{aligned}$$

\Rightarrow Giá trị của biểu thức sau dương với mọi giá trị của biến x, y (đpcm).

Bài 9. Để A chia hết B thì $\begin{cases} 12 \geq n \\ 4 \geq n \\ 2n \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 \geq n \\ n \geq 2 \end{cases}$. Vậy $n \in \{2; 3; 4\}$.

Vậy để n lớn nhất thì $n = 4$.

Bài 10. Để A chia hết B thì $\begin{cases} 15 \geq n \\ 6 \geq n \\ 2n \geq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \geq n \\ n \geq 4 \end{cases}$. Vậy $n \in \{4; 5; 6\}$

Vậy để n nhỏ nhất thì $n = 4$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài 1.

Nhóm 1: $\frac{2}{3}x^5y^3$; $7x^5y^3$; $9x^5y^3$..

Nhóm 2: $6x^2y^2$; $-\frac{5}{7}x^2y^2$.

Nhóm 3: $\frac{-1}{2}x^4y^5$; $13x^4y^5$; $3x^4y^5$.

Bài 2.

a) $2xy$; $5xy$

b) $5x$; $3x$.

c) $6a$; $3a$.

d) $4x^2$; $6x^2$; x^2 .

Bài 3.

a) $7x^3y^5 - \frac{1}{2}x^3y^5 + 4x^3y^5 = (7 - \frac{1}{2} + 4)x^3y^5 = \frac{21}{2}x^3y^5$.

b) $\frac{-3}{2}xy^2z + \frac{1}{3}xy^2z + 4xy^2z = (\frac{-3}{2} + \frac{1}{3} + 4)xy^2z = \frac{17}{6}xy^2z$.

c)

$$x^3y^2 + 2x^3y^2 + 3x^3y^2 + \dots + 100x^3y^2 = (1 + 2 + 3 + \dots + 100)x^3y^2 = x^3y^2 = 5050x^3y^2.$$

d) $(92x^3y + 51x^3y) - (105x^3y - 7x^3y) = 143x^3y - 98x^3y = 45x^3y$.

e) $4ax^2yz - 5ax^2yz + a^2x^2yz = (4a - 5a + a^2)x^2yz = (a^2 - a)x^2yz$.

f) $4x^3 - 2x^2 + x - x^3 - 5x^2 - x = (4x^3 - x^3) - (2x^2 + 5x^2) + (x - x) = 3x^3 - 7x^2$.

g) $\frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{3}y^2 - (-\frac{2}{5}xy^2) + \frac{2}{5}y^2 = (\frac{1}{2}xy^2 + \frac{2}{5}xy^2) + (\frac{2}{5}y^2 - \frac{1}{3}y^2) = \frac{9}{10}xy^2 + \frac{1}{15}y^2$.

Bài 4.

$$\text{Có } axy^3 + (-3axy^3) + 7xy^3 = (a - 3a + 7)xy^3 = (7 - 2a)xy^3$$

Suy ra: $7 - 2a = 5$ hay $a = 1$.

Vậy $a = 1$.

Bài 5.

a) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 7x + 5$.

b) Bậc 4, Hệ số tự do là 5, Hệ số cao nhất là 1.

Bài 6.

a) $A = 3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2 = (7x^3 - 3x^3 + 6x^3) + (3x^2 - 3x^2) = 10x^3$ có bậc là 3.

b) $B = 3x^2 + x - 3x^2 - 5 = (3x^2 - 3x^2) + x - 5 = x - 5$ có bậc là 1.

c) $P = 2x^3 - 3xy + x^2 + 5xy - x^2 - 6 = 2x^3 + (-3xy + 5xy) + (x^2 - x^2) - 6 = 2x^3 + 2xy - 6$ có bậc là 3.

d) $Q = -3x^5 - 2x^3y - 4xy^2 + 3x^5 + 2 = (-3x^5 + 3x^5) - 2x^3y - 4xy^2 + 2 = -2x^3y - 4xy^2 + 2$ có bậc là 4.

Bài 7.

a) $A = x^4y$ bậc 5

b) $B = ax^3 + 4xy + 8y + 1$ bậc 3 khi a khác 0 ; bậc 2 khi $a = 0$.

c) $C = mx^4 + x^4 - 1$ bậc là 4 khi m khác -1 ; bậc là 0 khi m bằng -1 .

Bài 8. Có $P = (a - 2)x^4y^3 + bx^3y^4 + 7xy^2 + 4y^3$. Vì P có bậc 3 nên $a = 2; b = 0$.

Bài 9.

a) $A = (a+1)x^2 - 11xy - 8y^2$

b) A thuần nhất vì mọi hạng tử đều bậc 2

Bài 10.

a) $A = x^2 + 2xy - 3x^3 + 2y^3 + 3x^3 - y^3 = x^2 + 2xy + y^3$.

Thay $x = 5, y = 4$ ta được: $A = 5^2 + 2.5.4 + 4^3 = 129$

b) $B = xy - x^2y^2 + x^4y^4 - x^6y^6 + x^8y^8$

Thay $xy = (-1).(-1) = 1$ ta được $B = 1 - 1^2 + 1^4 - 1^6 + 1^8 = 1$

c) $C = -4xy^3 + 1$. Thay $x = 1; y = -1$ ta được $C = 5$.

d) $D = \frac{-1}{5}uv^2 + 3u^2v^2 - \frac{1}{2}v^2$ Thay $u = 3, v = -1$ ta được $D = \frac{259}{10}$

e) $E = 4x^2.5 + 3x^2.5 + 5y^2 = 20(x^2 + y^2)$. Thay $x^2 + y^2 = 5$ ta được $E = 20.5 = 100$

f) $P = x^2 - 2xy - x^2 + 2xy + xy^2 - xy^2 + 2y^3 - 2y^3 - 2023 = -2023$

Bài 11.

$$a) -5x(x-5) + (x-3)(x^2-7) = -5x^2 + 25x + x^3 - 7x - 3x^2 + 21 = x^3 - 8x^2 + 18x + 21$$

$$b) 4x(x^2-x+1) + (x^2-2)(-x+3) = 4x^3 - 4x^2 + 4x - x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 3x^3 - x^2 + 6x - 6$$

$$c) (-x+5)(x+3) + (2x-1)(x+3) = -x^2 - 3x + 5x + 15 + 2x^2 + 6x - 3 - x = x^2 + 7x + 12$$

$$d) (x-1)(x+2) - (x+5)(x-2) = x^2 - x + 2x - 2 - x^2 - 5x + 2x + 10 = -2x + 8$$

$$a) (2x-5)(3x+1) - 6x(x-3) = 5x - 5$$

$$b) (2x-3)(x+4) + (-x+1)(x-2) = x^2 + 8x - 14$$

$$c) 3(x+2)(x-2) - 5(x-4)(x+4) = -2x^2 + 68$$

$$d) (x-1)(x^2+x+1) - x(x^2+5) = -5x - 1$$

Bài 12.

$$a) x = \frac{-8}{13}$$

$$b) x = 5$$

$$c) x = -23$$

$$d) x = -\frac{1}{2}$$

$$e) x = \frac{3}{4}$$

$$f) x = \frac{25}{18}$$

$$g) x = 0$$

$$h) x = \frac{13}{20}$$

Bài 13.

$$a) A = (5x-7)(2x+3) - (7x+2)(x-4) = 3x^2 + 27x - 13$$

$$\text{tại } x = 2 \text{ ta có } A = 3 \cdot 2^2 + 27 \cdot 2 - 13 = 53$$

$$b) B = (x-9)(2x+3) - 2(x+7)(x-5) = -19x + 43$$

$$\text{tại } x = \frac{1}{2} \text{ ta có } B = -19 \cdot \frac{1}{2} + 43 = \frac{67}{2}$$

$$c) C = (-5x+4)(3x-2) + (-2x+3)(x-2) = -17x^2 + 29x - 14$$

$$\text{tại } x = -2 \text{ ta có } C = -17 \cdot (-2)^2 + 29 \cdot (-2) - 14 = -140$$

Bài 14.

a) Với $x = 2020$ nên ta thay $2021 = x + 1$ vào biểu thức, ta có:

$$A = x^6 - (x+1)x^5 + (x+1)x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + x + 1 = 1$$

b) Tương tự ta cũng tính được $B = 1$

Bài 15.

$$A = (3x - 5)(2x + 11) - (2x + 3)(3x + 7) = -72$$

$$B = (x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7 = -15$$

$$C = 4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1) = -24$$

$$D = x(y + z - yz) - y(z + x - zx) + z(y - x) = 0$$

Bài 16.

a) Có $A = 5n^2 + 5n + 10 : 5$

$$\begin{aligned} b) (a-1).(b-1).(c-1) &= 0 = (a-1)(bc - b - c + 1) = abc - ab - ac + a - bc + b + c - 1 \\ &= abc - ab - bc - ca + a + b + c - 1 = abc - (ab + bc + ca) + (a + b + c) - 1 \\ &= abc - abc + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Bài 17.

a) Gọi 3 số tự nhiên liên tiếp lần lượt là $x, x + 1, x + 2 (x \in \mathbb{N})$

$$\text{Tích hai số sau là } (x + 1)(x + 2)$$

$$\text{Tích hai số đầu là } x(x + 1)$$

$$\text{Theo bài, ta có: } (x + 1)(x + 2) - x(x + 1) = 52 \Leftrightarrow x = 25$$

Vậy 3 số cần tìm là 25, 26, 27.

b) Đặt $a = 5x + 1 (x \in \mathbb{N}), b = 5y + 4 (y \in \mathbb{N})$

$$\text{Ta có } ab + 1 = (5x + 1)(5y + 4) + 1 = 25xy + 20x + 5y + 5 = 5(5xy + 4x + y + 1) : 5$$

c) Có $Q = 2n^2(n + 1) - 2n(n^2 + n - 3) = 6n : 6$

Bài 18.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left(x^3y^3 - \frac{1}{2}x^2y^3 - x^3y^2 \right) : \frac{1}{3}x^2y^2 = x^3y^3 : \frac{1}{3}x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^3 : \frac{1}{3}x^2y^2 - x^3y^2 : \frac{1}{3}x^2y^2 \\ & = 3xy - \frac{3}{2}y - 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \left(15x^2y^4 + 7x^3y^5 - 6x^4y^6 \right) : \left(-\frac{1}{2}x^2y^4 \right) \\ & = 15x^2y^4 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^4 \right) + 7x^3y^5 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^4 \right) - 6x^4y^6 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^4 \right) = -30 - 14xy + 12x^2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \left(-24x^4y^3 + \frac{1}{5}x^6y^2 - \frac{2}{7}x^8y \right) : \left(\frac{1}{3}x^4y \right) = -24x^4y^3 : \frac{1}{3}x^4y + \frac{1}{5}x^6y^2 : \frac{1}{3}x^4y - \frac{2}{7}x^8y : \frac{1}{3}x^4y \\ & = -72y^2 + \frac{3}{5}x^2y - \frac{6}{7}x^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \left(\frac{2}{3}x^8y^7 - \frac{3}{4}x^7y^6 + \frac{4}{5}x^6y^5 \right) : \left(-\frac{5}{6}x^5y^4 \right) \\ & = \frac{2}{3}x^8y^7 : \left(-\frac{5}{6}x^5y^4 \right) - \frac{3}{4}x^7y^6 : \left(-\frac{5}{6}x^5y^4 \right) + \frac{4}{5}x^6y^5 : \left(-\frac{5}{6}x^5y^4 \right) \\ & = -\frac{4}{5}x^3y^3 + \frac{9}{10}x^2y^2 - \frac{24}{25}xy \end{aligned}$$

Bài 19.

$$\text{a) } \left[5(x-2y)^3 \right] : (5x-10y) = \left[5(x-2y)^3 \right] : 5(x-2y) = (x-2y)^2$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \left[5(a-b)^3 + 2(a-b)^2 \right] : (b-a)^2 = \left[5(a-b)^3 + 2(a-b)^2 \right] : (a-b)^2 \\ & = 5(a-b)^3 : (a-b)^2 + 2(a-b)^2 : (a-b)^2 = 5(a-b) + 2 \end{aligned}$$

$$\text{c) } (x^3 + 8y^3) : (x+2y) = (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) : (x+2y) = x^2 - 2xy + 4y^2$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \left[2(x-y)^3 - 7(y-x)^2 - (y-x) \right] : (x-y) = \left[2(x-y)^3 - 7(x-y)^2 + (x-y) \right] : (x-y) \\ & = 2(x-y)^3 : (x-y) - 7(x-y)^2 : (x-y) + (x-y) : (x-y) = 2(x-y)^2 - 7(x-y) + 1 \end{aligned}$$

$$\text{e) } \left[3(x-y)^5 - 2(x-y)^4 + 3(x-y)^2 \right] : \left[5(x-y)^2 \right]$$

$$= 3(x-y)^5 : 5(x-y)^2 - 2(x-y)^4 : 5(x-y)^2 + 3(x-y)^2 : 3(x-y)^2$$

$$= \frac{3}{5}(x-y)^3 - \frac{2}{5}(x-y)^2 + 1$$

Bài 20.

a) $(5x^3 - 7x^2 + x) : 3x^n = 5x^3 : 3x^n - 7x^2 : 3x^n + x : 3x^n$

Để $(5x^3 - 7x^2 + x) : 3x^n$ thì $0 \leq n \leq 1$

Vi $n \in N$ nên $n \in \{0; 1\}$

b) $(x^5 - 2x^3 - x) : 7x^n = x^5 : 7x^n - 2x^3 : 7x^n - x : 7x^n$

Để $(x^5 - 2x^3 - x) : 7x^n$ thì $0 \leq n \leq 1$

Vi $n \in N$ nên $n \in \{0; 1\}$

c) $(13x^4y^3 - 5x^3y^3 + 6x^2y^2) : 5x^n y^n$

Để $(13x^4y^3 - 5x^3y^3 + 6x^2y^2) : 5x^n y^n$ thì $\begin{cases} 0 \leq n \leq 2 \\ n \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq n \leq 2$

Vi $n \in N$ nên $n \in \{0; 1; 2\}$

d) $(5x^5y^5 - 2x^3y^3 - x^2y^2) : 2x^n y^n$

Để $(5x^5y^5 - 2x^3y^3 - x^2y^2) : 2x^n y^n$ thì $\begin{cases} 0 \leq n \leq 2 \\ n \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq n \leq 2$

Vi $n \in N$ nên $n \in \{0; 1; 2\}$

Bài 21.

a) $\left(8x^2y^3 - 6x^4y^2 + \frac{1}{2}x^3y^3\right) : (2x^{n-1}y^n)$

Để $\left(8x^2y^3 - 6x^4y^2 + \frac{1}{2}x^3y^3\right) : (2x^{n-1}y^n)$ thì $\begin{cases} 0 \leq n-1 \leq 2 \\ n \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq n \leq 3 \\ n \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq n \leq 2$

Vi $n \in N$ nên $n \in \{1; 2\}$

$$b) (8x^3y^6 - 9x^4y^5 - 2x^5y^7) : (3x^{n-1}y^{n+1})$$

$$\text{Để } (8x^3y^6 - 9x^4y^5 - 2x^5y^7) : (3x^{n-1}y^{n+1}) \text{ thì } \begin{cases} 0 \leq n-1 \leq 3 \\ n+1 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq n \leq 4 \\ n \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq n \leq 4$$

$$\text{Vì } n \in \mathbb{N} \text{ nên } n \in \{1; 2; 3; 4\}$$

$$c) (2x^{n-1}y^7 + 6x^{n+1}y^8) : \left(\frac{1}{2}x^3y^n\right)$$

$$\text{Để } (2x^{n-1}y^7 + 6x^{n+1}y^8) : \left(\frac{1}{2}x^3y^n\right) \text{ thì } \begin{cases} n-1 \geq 3 \\ n \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq n \leq 7$$

$$\text{Vì } n \in \mathbb{N} \text{ nên } n \in \{4; 5; 6; 7\}$$

$$d) \left(-\frac{1}{2}x^5y^7z^{n-3} + 3x^{n-2}y^8\right) : (-3x^4y^{n-2})$$

$$\text{Để } \left(-\frac{1}{2}x^5y^7z^{n-3} + 3x^{n-2}y^8\right) : (-3x^4y^{n-2}) \text{ thì } \begin{cases} n-2 \geq 4 \\ n-2 \leq 7 \\ n-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 6 \\ n \leq 9 \\ n \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 6 \leq n \leq 9$$

$$\text{Vì } n \in \mathbb{N} \text{ nên } n \in \{6; 7; 8; 9\}$$

Bài 22.

a) Tìm số tự nhiên n lớn nhất để đa thức A chia hết cho đơn thức B

$$A = -8y^{12}z^{12} - 21y^4z^{2n}; B = -6y^n z^4.$$

$$\text{Để } A \text{ chia hết } B \text{ thì } \begin{cases} 12 \geq n \\ 4 \geq n \\ 2n \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 \geq n \\ n \geq 2 \end{cases}. \text{ Vậy } n \in \{2; 3; 4\}.$$

Vậy để n lớn nhất thì $n = 4$.

b) Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để đa thức A chia hết cho đơn thức B

$$A = 9y^{15}z^{17} - 37y^6z^{2n}; B = 8y^n z^8.$$

$$\text{Để } A \text{ chia hết } B \text{ thì } \begin{cases} 15 \geq n \\ 6 \geq n \\ 2n \geq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \geq n \\ n \geq 4 \end{cases}. \text{ Vậy } n \in \{4; 5; 6\}$$

Vậy để n nhỏ nhất thì $n = 4$.

CHƯƠNG II. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 6. HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG, BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU.

VD 1.1.

$$a) (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2.2x.1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1.$$

$$b) (3x - 2y)^2 = (3x)^2 - 2.3x.2y + (2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2.$$

$$c) (3x + 1)(3x - 1) = (3x)^2 - 1^2 = 9x^2 - 1.$$

$$d) \left(\frac{x}{2} + 2y^2\right)\left(\frac{x}{2} - 2y^2\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - (2y^2)^2 = \frac{x^2}{4} - 4y^4$$

VD 1.2.

$$a) (x + y)^2 + (x - y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2.$$

$$b) (x + y)^2 - (x - y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy.$$

VD 1.3.

$$;?" \quad = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$b) (a - b + c)^2 = (a - b)^2 + 2(a - b)c + c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2 \\ = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$$

$$c) (a + b - c)^2 = (a + b)^2 - 2.(a + b).c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2(ac + bc) + c^2 \\ = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

$$d) \left(x + \frac{1}{6}y + 3\right)^2 = \left[\left(x + 3\right) + \frac{1}{6}y\right]^2 = (x + 3)^2 + 2.(x + 3).\frac{1}{6}y + \left(\frac{1}{6}y\right)^2$$