

# **CHƯƠNG VII.**

**BIỂU THỨC ĐẠI SỐ**

**VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN**

## BÀI 24. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

**VD 1.1.** Biểu thức đại số biểu thị

a) Nửa tổng của  $x$  và  $y$  là  $\frac{1}{2}(x+y)$

b) Tổng của tích 2 và  $x$  nhân với tích 3 và  $y$  là  $2x+3y$

**VD 1.2.** Biểu thức đại số biểu thị

a) Diện tích của hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng là  $a$  và  $b$  là  $a.b$

b) Diện tích hình thang có hai đáy là  $a$  và  $b$ , chiều cao là  $h$  là  $\frac{(a+b)h}{2}$

**VD 1.3.**

a) Biểu thức tích của ba số nguyên liên tiếp  $n(n+1)(n+2)$ .

b) Biểu thức lũy thừa bậc  $n$  của tổng hai số  $a$  và  $b$   $(a+b)^n$ .

### Dạng 2. Bài toán dẫn đến việc viết biểu thức đại số

**Bước 1:** Phân tích tìm ra ẩn số của bài toán

**Bước 2:** Viết biểu thức chứa các ẩn đó theo yêu cầu bài toán.

**VD 2.1.**

a) Số tiền thầy Trung phải trả cho  $x$  kg cam là  $40x$  (nghìn đồng). Tiền mua 2 quả bưởi là  $2.35=70$  nghìn đồng. Vậy biểu thức biểu thị tổng số tiền thầy Trung phải trả là:  $40x+70$  (nghìn đồng).

b) Thay  $x=3$  vào biểu thức  $40x+70$ , ta được:  $40 \cdot 3+70=150$  (nghìn đồng)

Vậy thầy Trung phải trả tất cả 150 nghìn đồng.

**VD 2.2.** Có  $x$  quả bưởi có giá là  $60.000x$

$$y \text{ cân cam có giá là } 50.000y$$

Biểu thức đại số cho số tiền ứng với  $x$  quả bưởi Năm roi và  $y$  cân cam là :

$$30.000x+20.000y.$$

**VD 2.3.**

a) Đến 9 giờ thì ô tô đi từ A đi được 2 giờ với vận tốc  $x \text{ km/h}$  thì đi được quãng đường  $2x \text{ km}$ .

Xe máy đi từ B đi sau 30 phút (bằng  $\frac{1}{2}$  giờ) thì đi được  $\frac{3}{2}$  giờ với vận tốc  $y$  km/h thì đi được quãng đường  $y$  km.

Sau 9 sáng thì quãng đường hai xe đi được là  $\left(2x + \frac{3}{2}y\right)$  km thì khoảng cách hai xe là  $310 - \left(2x + \frac{3}{2}y\right)$  (km).

Vậy biểu thức cần tìm là  $T = 310 - \left(2x + \frac{3}{2}y\right)$  (km)

b) Khi vận tốc ô tô là 80km/h và vận tốc xe máy là 60km/h thì  $x = 80$  và  $y = 60$ .

Thay vào biểu thức ta được  $T = 310 - \left(2.80 + \frac{3}{2}.60\right) = 60$  (km)

Khi đó xe máy phải đi thêm  $60 : 60 = 1$  giờ thì mới gặp được xe ô tô.

Vậy hai xe gặp nhau lúc 10h cùng ngày.

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Bài 1.** Tính giá trị của các biểu thức sau  $P = 2x - 3y + 4z$  tại  $x = 1; y = 2; z = 3$  :

Giá trị của biểu thức đại số cần tìm  $P = 2x - 3y + 4z = 2.1 - 3.2 + 4.3 = 8$

**Bài 2.** Biểu thức đại số biểu diễn cho số tiền cần trả là  $5x + 4y$

**Bài 3.** Biểu thức đại số biểu diễn cho chu vi hình vuông có cạnh  $a$  cm là  $4a$

**Bài 4.** Biểu thức đại số biểu diễn cho nửa chu vi một tam giác có độ lớn ba cạnh

lần lượt  $a; b; c$  là  $p = \frac{a+b+c}{2}$

**Bài 5.** Giá trị của các biểu thức đại số  $P = 3x^2 - 9$  tại  $x = -1$  và  $x = -\frac{1}{2}$  là  $-6; -\frac{33}{4}$

**Bài 6.** Giá trị của các biểu thức đại số  $B = 2x^2 + y$  tại  $x = 1$  và  $y = 1$  là 3

**Bài 7.** Bạn An đi mua 4kg táo giá  $x$  đồng một kg, 5kg cam giá  $y$  đồng một kg, 6kg xoài giá  $z$  đồng một kg. Hỏi số tiền An phải trả là  $4x + 5y + 6z$

**Bài 8.** Diện tích còn lại của khu vườn  $a(a - 8) - b^2$ .

Thay  $a = 50m; b = 10m$  ta có :  $50(50 - 8) - 10^2 = 2000(m^2)$ .

**Bài 9.** Tính giá trị của các biểu thức đại số

a) Ta có  $x + y + 1 = 0$  thì  $x + y = -1$ . Khi đó

$$\begin{aligned} M &= x^2(x+y) - y^2(x+y) + x^2 - y^2 + 2(x+y) + 3 = (x+y)(x^2 - y^2) + (x^2 - y^2) + 2(x+y) + 3 \\ &= (x^2 - y^2)(x+y+1) + 2(x+y) + 3 = 0 + 2 \cdot (-1) + 3 = 1. \end{aligned}$$

b) Ta có  $x + y = 0$  thì  $y = -x$

$$M = x^4 - x(-x)^3 + x^3(-x) - (-x)^4 - 1 = x^4 + x^4 - x^4 - x^4 - 1 = -1.$$

**Bài 10.** Quãng đường người đó từ nhà đến nơi làm việc là  $S = \frac{15}{60}x + \frac{24}{60}y$  (km).

$$\text{Thay } x = 30 \text{ km/h và } y = 50 \text{ km/h ta có } S = \frac{15}{60} \cdot 30 + \frac{24}{60} \cdot 50 = 27,5 \text{ km}$$

**Bài 11.** Quãng đường viên đá rơi được  $h = 5t^2 = 5 \cdot 1,5^2 = 11,25$  (m).

**Bài 12.** Tuyến đường AB dài :  $2v + 2(v - 3)$  (km) thay  $v = 60$  (km/h).

$$\text{Ta có } 2 \cdot 60 + 2(60 - 3) = 234 \text{ (km).}$$

## BÀI 25. ĐA THỨC MỘT BIẾN

### VD 1.1.

	Hệ số	Bậc
a) $2x^6$	2	3
b) $\frac{-1}{5}x^2$	$\frac{-1}{5}$	2
c) $-5$	$-5$	0
d) $(-5)^2 x$	25	1

### VD 1.2.

	Hệ số	Bậc
a) $2y^6$	2	6
b) $3y^2$	3	2
c) $6$	6	0
d) $0$	0	0

### VD 2.1.

a)  $5x^2 - 4x^2 = (5 - 4).x^2 = x^2$

b)

$6x^3 - 17x^3 = (6 - 17).x^3 = -11x^3$

c)  $6x^2.(-7x^4) = 6.(-7).(x^2.x^4) = -42.x^6$

d)  $6x^4.(-5) = (-5).6x^4 = -30.x^4.$

### VD 2.2.

a) Ta có  $3x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2 = \left(3 + \frac{1}{2} + 2\right).x^2 = \frac{11}{2}x^2.$

b) Ta có  $3y + y - 5y = (3 + 1 - 5).y = -y.$

### VD 2.3.

a) Ta có  $-3x^2 - 0,5x^2 + 2,5x^2 = -x^2.$

b) Ta có  $5x^3 - 3x^2 + x - x^3 - 4x^2 - x = 4x^3 - 7x^2$ .

c) Ta có  $\left(-\frac{2}{3}y^3\right) + 3y^2 - \frac{1}{2}y^3 - y^2 = -\frac{7}{6}y^3 + 2y^2$ .

**VD 3.1.**

a)  $A = 6x^3 - 4x^3 - 5x^2 - 5x + 4x - 6 = (6-4)x^3 - 5x^2 + (-5+4)x - 6 = 2x^3 - 5x^2 - x - 6$ .

b)  $B = 2x^5 - 3x^3 + x^4 + 5x^5 - x^4 - 7x + 7 - 2x^2 = 2x^5 + 5x^5 + x^4 - x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 7x + 7 = 7x^5 - 3x^3 - 2x^2 - 7x + 7$ .

c)

$C = 4x^2 - 5x^5 + x^4 - 3x^2 - x + 7 - x^2 = -5x^5 + x^4 + 4x^2 - 3x^2 - x^2 - x + 7 = -5x^5 + x^4 - x + 7$

d)

$D = 3x^3 - 5x^2 + 6x^3 + 5x + 8 - x^2 + x = 3x^3 + 6x^3 - 5x^2 - x^2 + 5x + x + 8 = 9x^3 - 6x^2 + 6x + 8$

**VD 3.2.**

a)  $A = 3x - 4x^3 + x^2 = -4x^3 + x^2 + 3x$

b)  $B = -2x^3 - 5x^2 + 2x^3 + 4x + x^3 - 5 = -2x^3 + 2x^3 + x^3 - 5x^2 + 4x - 5 = x^3 - 5x^2 + 4x - 5$

c)

$C = 7 + x^5 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x - x^5 + 6x^2 - 2x = x^5 - x^5 - \frac{1}{2}x^3 + 6x^2 + \frac{3}{2}x - 2x + 7 = -\frac{1}{2}x^3 + 6x^2 - \frac{1}{2}x + 7$

d)  $D = 6x^2 - 2x - x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 - x^4 = -x^4 - x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 + 6x^2 - 2x = x^3 + 6x^2 - 2x$ .

**VD 4.1.**

a)  $5x^2 - 2x + 1 - 3x^4 = -3x^4 + 5x^2 - 2x + 1$ . Bậc của đa thức là 4, hệ số cao nhất là -3 và hệ số tự do là 1.

b)  $-3x + 7 + 5x^2 - 4x^4 + \frac{1}{2}x^2 = -4x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 5x^2 - 3x + 7 = -4x^4 + \frac{11}{2}x^2 - 3x + 7$ . Bậc của đa thức là 4, hệ số cao nhất là -4 và hệ số tự do là 7.

**VD 5.1.**

a) Thay  $x = 1$  thì  $A = 12 \cdot 1^2 = 12$

b) Thay  $x = 2$  thì

$A = 12 \cdot 2^2 = 12 \cdot 4 = 48$

**VD 5.2.**

Thay  $x = 1$  ta có  $F(1) = 1^2 - 5 \cdot 1 + 6 = 2$ .

Thay  $x = 2$  ta có  $F(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$ .

Thay  $x = 3$  ta có  $F(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$ .

Thay  $x = 4$  ta có  $F(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 2$ .

Đa thức  $F(x) = x^2 - 5x + 6$  có 2 nghiệm là  $x = 2; x = 3$ .

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

##### Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } M &= y^2 - 2y + \frac{1}{2}y^2 + 5y - y^2 = \left(y^2 + \frac{1}{2}y^2 - y^2\right) + (-2y + 5y) = \left(1 + \frac{1}{2} - 1\right)y^2 + (-2 + 5)y \\ &= \frac{1}{2}y^2 + 3y. \end{aligned}$$

$$\text{b) } A = 2x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 5x = \left(2x^2 - \frac{1}{2}x^2\right) + (x + 5x) = \left(2 - \frac{1}{2}\right)x^2 + (1 + 5)x = \frac{3}{2}x^2 + 6x.$$

##### Bài 2.

a) Ta có  $-3x^4 - x^3 + 2x^2 + 3 + 3x^4 = -x^3 + 2x^2 + 3$ . Đa thức có bậc 3.

b) Đa thức  $y^4 + 4y^2 - 3y - 3y^4 = -2y^4 + 4y^2 - 3y$  có bậc 4.

##### Bài 3.

$$\text{a) } M = 2x^3 - 3x^2 + 1 - x^3 + 5x^2 - 2 = (2x^3 - x^3) + (-3x^2 + 5x^2) + (1 - 2) = x^3 + 2x^2 - 1$$

b) Đa thức  $M$  có bậc là 3

c) Thay  $x = 2$  vào đa thức  $M$  sau khi thu gọn ta có:  $M = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 1 = 15$

##### Bài 4.

a) Có  $\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot (8x^4) = -\frac{1}{2} \cdot 8x^2 \cdot x^4 = -4x^6$ . Hệ số của đơn thức là -4 và bậc của đơn thức là 6.

b) Có  $\frac{1}{2}x^4 - 5x^4 = \left(\frac{1}{2} - 5\right)x^4 = \frac{-9}{2}x^4$ . Hệ số của đơn thức là  $\frac{-9}{2}$  và bậc của đơn thức là 4.

c) Có  $\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 - 5x^2 = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2} - 5\right)x^2 = -2x^2$ . Hệ số của đơn thức là -2 và bậc của đơn thức là 2.

##### Bài 5.

a) Có

$$A(x) = x^3 - 4x^2 - 7x^4 + \frac{1}{2}x + x^2 - x^3 + 9 = -7x^4 + x^3 - x^3 - 4x^2 + x^2 + \frac{1}{2}x + 9 = -7x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}x + 9$$

Có

$$B(x) = x^5 - 3x^2 + 8x^4 - 2x^3 - x^5 + 2x + 1 = x^5 - x^5 + 8x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 8x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

b) Đa thức  $A(x)$  có bậc là 4, hệ số cao nhất là  $-7$  và hệ số tự do là  $9$ .

Đa thức  $B(x)$  có bậc là 4, hệ số cao nhất là  $8$  và hệ số tự do là  $1$ .

**Bài 6.** Đa thức  $F(x) = 4x^3 + 7x^2 + 3x + 3$

**Bài 7.**

a) Thay  $x = 1$  vào đa thức  $A(x)$  ta được  $A(1) = 2 \cdot 1 - 6 = 2 - 6 = -4$ .

Thay  $x = 2$  vào đa thức  $A(x)$  ta được  $A(2) = 2 \cdot 2 - 6 = 4 - 6 = -2$ .

Thay  $x = 3$  vào đa thức  $A(x)$  ta được  $A(3) = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$ . Vậy  $x = 3$  là nghiệm của đa thức  $A(x) = 2x - 6$ .

b) Thay  $x = 1$  vào đa thức  $B(x)$  ta được  $B(1) = 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$ . Vậy  $x = 1$  là nghiệm của đa thức.

Thay  $x = 2$  vào đa thức  $B(x)$  ta được  $B(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$ . Vậy  $x = 2$  là nghiệm của đa thức.

Thay  $x = 3$  vào đa thức  $B(x)$  ta được  $B(3) = 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 = 2$ . Vậy  $x = 2$  không là nghiệm của đa thức.

**Bài 8.**

a) Đa thức  $A(x) = x^2 + 1$  không có nghiệm vì tại giá trị bất kì của  $x$ , ta luôn có  $x^2 \geq 0$  nên  $A(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0$ .

b) Đa thức  $B(x) = -2x^2 - 3$  không có nghiệm vì tại giá trị bất kì của  $x$ , ta luôn có  $-2x^2 \leq 0$  nên  $B(x) = -2x^2 - 3 \leq -3 < 0$ .



**Bài 9.** Thời gian người thợ thứ nhất làm là  $x$  ngày thì số sản phẩm làm được  $3x$ . Thời gian người hai làm là  $x+5$  ngày thì số sản phẩm làm được là  $(x+5).5$ . Vậy tổng số công việc hai người làm được là:  $F(x) = 3x + 5x + 5 = 8x + 5$ .

**Bài 10.**

$$\begin{aligned}5x^{n+2} + 3x^n + 2x^{n+2} + 4x^n + x^{n+2} + x^n &= 0 \\(5x^{n+2} + 2x^{n+2} + x^{n+2}) + (3x^n + 4x^n + x^n) &= 0 \\8x^{n+2} + 8x^n &= 0 \\8x^n(x^2 + 1) &= 0\end{aligned}$$

Do đó  $x^n = 0$  hoặc  $x^2 + 1 = 0$ .

Mà  $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1$  nên  $x^n = 0$  hay  $x = 0$ .

Vậy  $x = 0$  là giá trị cần tìm.

## BÀI 26. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

VD 1.1.

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2) + (x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \\&= x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2 + x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \\&= (x^4 + x^4) + (3x^3 + x^3) + (x^2 + 2x^2) + (2x + 2x) + (2 + 1) \\&= 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 3.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2) - (x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \\&= x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2 - x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x - 1 \\&= (x^4 - x^4) + (3x^3 - x^3) + (x^2 - 2x^2) + (2x - 2x) + (2 - 1) \\&= 0 + 2x^3 - x^2 + 0 + 1 \\&= 2x^3 - x^2 + 1.\end{aligned}$$

VD 1.2.

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1) + (x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2) \\&= x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1 + x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2 \\&= (x^4 + x^4) + (5x^3 + 2x^3) + (-x^2 - 2x^2) + (-x - 3x) + (1 + 2) \\&= 2x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 4x + 3.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1) - (x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2) \\&= x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \\&= (x^4 - x^4) + (5x^3 - 2x^3) + (-x^2 + 2x^2) + (-x + 3x) + (1 - 2) \\&= 0 + 3x^3 + x^2 + 2x - 1 \\&= 3x^3 + x^2 + 2x - 1.\end{aligned}$$

VD 2.1:

a) Ta có  $P + (x^2 - x) = x^2 - x + 3x^3 - 1$

$$\begin{aligned}P &= x^2 - x + 3x^3 - 1 - (x^2 - x) \\&= x^2 - x + 3x^3 - 1 - x^2 + x \\&= 3x^3 + (x^2 - x^2) + (x - x) - 1 \\&= 3x^3 - 1\end{aligned}$$

Vậy :  $P = 3x^3 - 1$ .

b) Ta có  $Q - (5x^2 - x) = x + 2x^2 - 3x^3 + 5$ .

$$\begin{aligned} Q &= x + 2x^2 - 3x^3 + 5 + (5x^2 - x) \\ &= -3x^3 + (2x^2 + 5x^2) + x - x + 5 \\ &= -3x^3 + 7x^2 + 5 \end{aligned}$$

Vậy:  $Q = -3x^3 + 7x^2 + 5$

### VD 2.2:

Có  $A + B = 3x^4 - 7x^3 - 1$  thì  $B = A - (3x^4 - 7x^3 - 1)$

$$B = x^4 - 5x^3 - 3x + 1 - (3x^4 - 7x^3 - 1)$$

$$B = (x^4 - 3x^4) + (-5x^3 + 7x^3) - 3x + 1 + 1$$

$$B = -2x^4 + 2x^3 - 3x + 2$$

Có  $A - C = -x^3 + 1$  thì  $C = A - (-x^3 + 1)$

$$C = x^4 - 5x^3 - 3x + 1 - (-x^3 + 1)$$

$$C = x^4 - 5x^3 - 3x + 1 + x^3 - 1$$

$$C = x^4 - 4x^3 - 3x$$

Vậy:  $B = -2x^4 + 2x^3 - 3x + 2$ ;  $C = x^4 - 4x^3 - 3x$

### VD 3.1.

a) Đa thức biểu thị số tiền sách bán được loại sách Tự học là:  $100x$  (nghìn đồng), sách Bộ Đề là:  $150(x + 5)$  (nghìn đồng) và sách Trắc nghiệm là  $80(x + 7)$  (nghìn đồng).

b) Tổng số tiền nhà sách bán được của ba đầu sách là:

$$T(x) = 100x + 150(x + 5) + 80(x + 7) = 100x + 150x + 750 + 80x + 560 = 330x + 1310$$

(nghìn đồng)

c) Khi  $x = 25$  thay vào biểu thức ta được  $T(25) = 330.25 + 1310 = 12860$  (nghìn đồng)

### VD 3.2.

a) Đa thức biểu thị diện tích đất trồng cây là  $A(x) = x.3x = 3x^2$  ( $m^2$ ).

b) Chiều dài mảnh đất là  $5 + x + 18 = 23 + x$  (m). Đa thức biểu thị diện tích mảnh đất là  $B(x) = (23 + x).120$  ( $m^2$ ).

c) Đa thức biểu thị diện tích phần đất còn lại là:  $C(x) = (23 + x).120 - 3x^2$  ( $m^2$ ).

d) Khi  $x = 15$  thì diện tích đất trồng cây là:  $A(15) = 3.15^2 = 675$ . Diện tích phần đất còn lại là:  $C(15) = (23 + 15).120 - 3.15^2 = 3885$  ( $m^2$ ).

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

##### Bài 1.

a)

$$A(x) = -2x^2 + 3x - x^4 + 5 + 3x^2 - 4x = -x^4 + (3x^2 - 2x^2) + (3x - 4x) + 5 = -x^4 + x^2 - x + 5.$$

$$B(x) = 3x - 5 + 4x^3 - 8x + 10 = 4x^3 + (3x - 8x) + (10 - 5) = 4x^3 - 5x + 5.$$

$$C(x) = -3x^2 + 5 - 8x + 2x^4 + x^3 - 4 = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - 8x + (5 - 4) = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - 8x + 1.$$

b)

Đa thức	Hệ số cao nhất	Hệ số của bậc					Hệ số tự do
		4	3	2	1	0	
$A(x)$	-1	-1	0	1	-1	5	5
$B(x)$	4	0	4	0	-5	5	5
$C(x)$	2	2	1	-3	-8	1	1

##### Bài 2.

a) Sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến như sau:

$$F(x) = -x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 6x - 7;$$

$$G(x) = x^4 + 8x^3 - 5x^2 + 5.$$

b)  $F(x) + G(x) = 6x - 2;$

$$F(x) - G(x) = -2x^4 - 16x^3 + 10x^2 + 6x - 12;$$

c) Đặt  $P(x) = F(x) + G(x) = 6x - 2$ . Khi  $|x| = 1 \Rightarrow x = 1$  hoặc  $x = -1$

+)  $x = 1$  thì  $P(x) = 4$ .

+)  $x = -1$  thì  $P(x) = -8$ .

**Bài 3.**

$$\begin{aligned} a) M(x) - N(x) &= (-5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3) - (3x^4 - 2x + 2x^3) = -5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3 - 3x^4 + 2x - 2x^3 \\ &= -(4x^4 + 3x^4) + (x^3 - 2x^3) + 3x^2 + 2x - 5 = -7x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x - 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) N(x) + P(x) &= (3x^4 - 2x + 2x^3) + (-8 + 5x - 6x^3) = 3x^4 - 2x + 2x^3 - 8 + 5x - 6x^3 \\ &= 3x^4 + (2x^3 - 6x^3) + (5x - 2x) - 8 = 3x^4 - 4x^3 + 3x - 8. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) P(x) - M(x) &= (-8 + 5x - 6x^3) - (-5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3) = -8 + 5x - 6x^3 + 5 - 3x^2 + 4x^4 - x^3 \\ &= 4x^4 - (6x^3 + x^3) - 3x^2 + 5x + (5 - 8) = 4x^4 - 7x^3 - 3x^2 + 5x - 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) N(x) - P(x) + M(x) &= (3x^4 - 2x + 2x^3) - (-8 + 5x - 6x^3) + (-5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3) \\ &= 3x^4 - 2x + 2x^3 + 8 - 5x + 6x^3 - 5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3 = (3x^4 - 4x^4) + (2x^3 + 6x^3) + 3x^2 - (5x + 2x) + (8 - 5) \\ &= -x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 7x + 3. \end{aligned}$$

**Bài 4.**

$$\begin{aligned} a) 5E(x) - 3F(x) &= 5(x^2 - 4x + 5) - 3(2x^2 + 3x - 6) = 5x^2 - 20x + 25 - 6x^2 - 9x + 18 \\ &= (5x^2 - 6x^2) - (20x + 9x) + (25 + 18) = -x^2 - 29x + 43. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 2x.G(x) + x^2.E(x) &= 2x(x^2 - 2) + x^2(x^2 - 4x + 5) = 2x^3 - 4x + x^4 - 4x^3 + 5x^2 \\ &= x^4 + (2x^3 - 4x^3) + 5x^2 - 4x = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) G(x).E(x) - F(x) &= (x^2 - 2).(x^2 - 4x + 5) - (2x^2 + 3x - 6) \\ &= x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 8x - 10 - 2x^2 - 3x + 6 \\ &= x^4 - 4x^3 + x^2 + 5x - 4. \end{aligned}$$

**Bài 5.**

a) Từ giả thiết  $M(x) + N(x) = 2x^2 + 4$  và  $M(x) - N(x) = 6x$ . Suy ra

$$M(x) + N(x) + M(x) - N(x) = 2x^2 + 4 + 6x$$

$$2M(x) = 2x^2 + 4 + 6x$$

$$M(x) = \frac{2x^2 + 4 + 6x}{2} = x^2 + 3x + 2.$$

+) Từ  $M(x) + N(x) = 2x^2 + 4$

$$\text{Suy ra } N(x) = 2x^2 + 4 - M(x) = 2x^2 + 4 - (x^2 + 3x + 2) = 2x^2 + 4 - x^2 - 3x - 2 = x^2 - 3x + 1.$$

b) Từ giả thiết  $M(x) + N(x) = 5x^4 - 6x^3 - 3x^2 - 4$  và  $M(x) - N(x) = 3x^4 + 7x^2 + 8x + 2$ . Suy ra

$$M(x) + N(x) + M(x) - N(x) = (5x^4 - 6x^3 - 3x^2 - 4) + (3x^4 + 7x^2 + 8x + 2)$$

$$\begin{aligned}
2M(x) &= 5x^4 - 6x^3 - 3x^2 - 4 + 3x^4 + 7x^2 + 8x + 2 \\
&= (5x^4 + 3x^4) - 6x^3 + (7x^2 - 3x^2) + 8x - 4 + 2 \\
&= 8x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 8x - 2.
\end{aligned}$$

$$M(x) = \frac{8x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 8x - 2}{2}$$

$$M(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 4x - 1.$$

$$\text{Từ } M(x) - N(x) = 3x^4 + 7x^2 + 8x + 2 \Rightarrow N(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 4x - 1 - (3x^4 + 7x^2 + 8x + 2)$$

$$N(x)$$

$$= 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 4x - 1 - 3x^4 - 7x^2 - 8x - 2 = x^4 - 3x^3 - 5x^2 - 4x - 3.$$

$$\text{Bài 6. Ta có: } 2f(x) = 6x^2 - 4x + 8 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

$$\text{Do } f(x) - g(x) = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow g(x) = f(x) - (x^2 - 2x + 5)$$

$$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 2x + 5) = 2x^2 - 1.$$

**Bài 7.**

$$\text{a) } P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 9x^3 - 2x^4 + 4 + 5x = 3x^4 + 9x^3 - 3x^2 + 5x + 4;$$

$$Q(x) = -10x + 5 + 8x^3 + 3x^2 + x^3 = 9x^3 + 3x^2 - 10x + 5$$

$$\text{b) } P(x) + Q(x) = 3x^4 + 18x^3 - 5x + 9;$$

$$\text{c) } P(x) - Q(x) = 3x^4 - 6x^2 + 15x - 1.$$

**Bài 8.**

$$\text{a) } P(x) = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - \frac{1}{4}x; \quad Q(x) = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } P(x) + Q(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4};$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}.$$

$$\text{c) } P(1) = -3\frac{1}{4}, \quad Q(0) = -\frac{1}{4}, .$$

**Bài 9.**

a)

$$\begin{aligned}
A - B - C &= (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) - (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) \\
&= 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2 + 8xy^3 - xy^2 + 4x^2y^2 - x^3 - 4x^3y + 6xy^3 + 4xy^2 - 5x^2y^2 \\
&= x^3y - xy^2 - 7x^2y^2 + 14xy^3 - x^3
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} B + A - C &= (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) + (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) \\ &= -8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2 + 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2 - x^3 - 4x^3y + 6xy^3 + 4xy^2 - 5x^2y^2 \\ &= -2xy^3 + xy^2 - 15x^2y^2 + x^3y - x^3 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} C - A - B &= (x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2) - (5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2) - (-8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2) \\ &= x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2 - 5x^3y + 4xy^2 + 6x^2y^2 + 8xy^3 - xy^2 + 4x^2y^2 \\ &= x^3 - x^3y + 2xy^3 - xy^2 + 15x^2y^2 \end{aligned}$$

**Bài 10.**

a)  $M = -3x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 7x + 9$ ;  $N = 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 7x - 9$ .

b)  $C - A - B = -3x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x + 5$ ;  $A - C + B = x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x - 7$ .

## Bài 27. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

VD 1.1.

$$\begin{aligned} \text{a) } (3x+1)(2x+7) - (x+1)(6x-7) &= [(3x+1).2x + (3x+1).7] - [(x+1).6x - (x+1).7] \\ &= (6x^2 + 2x + 21x + 7) - (6x^2 + 6x - 7x - 7) = 6x^2 + 2x + 21x + 7 - 6x^2 - 6x + 7x + 7 \\ &= (6x^2 - 6x^2) + (2x + 21x - 6x + 7x) + (7 + 7) = 24x + 14. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3x+1)(5x-1) - (4x-1)(3x+2) - 3(x^2+x+1) \\ &= [(3x+1).5x - (3x+1)] - [(4x-1).3x + (4x-1).2] - 3(x^2+x+1) \\ &= (15x^2 + 5x - 3x - 1) - (12x^2 - 3x + 8x - 2) - (3x^2 + 3x + 3) \\ &= 15x^2 + 5x - 3x - 1 - 12x^2 + 3x - 8x + 2 - 3x^2 - 3x - 3 \\ &= (15x^2 - 12x^2 - 3x^2) + (5x - 3x + 3x - 8x - 3x) + (-1 + 2 - 3) = -6x - 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (x^2+x+1)(x-1) + (x^2-x+1)(x+1) \\ &= [x^2.(x-1) + x.(x-1) + (x-1)] + [x^2.(x+1) - x.(x+1) + (x+1)] \\ &= (x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1) + (x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1) = (x^3 - 1) + (x^3 + 1) = 2x^3. \end{aligned}$$

VD 1.2.

$$\text{a) } (x^3 + 2x^2 - 2x + 1)(x - 2)$$

Đặt phép tính nhân như sau:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 2x + 1 \\ \times \quad x - 2 \\ \hline \quad -2x^3 - 4x^2 + 4x - 2 \\ + \quad x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x \\ \hline x^4 \quad -6x^2 + 5x - 2 \end{array}$$

$$\text{Vậy: } (x^3 + 2x^2 - 2x + 1)(x - 2) = x^4 - 6x^2 + 5x - 2.$$

$$\text{b) } (2x + x^4 + 3)(5 - 2x + x^2)$$

Ta viết  $2x + x^4 + 3$  thành  $x^4 + 2x + 3$  và viết  $5 - 2x + x^2$  thành  $x^2 - 2x + 5$  rồi đặt tính nhân như sau:



$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} x^4 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} + 2x + 3 \\ x^2 - 2x + 5 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 5x^4 \\ + 10x + 15 \end{array} \\
 + \begin{array}{r} -2x^5 \\ -4x^2 - 6x \end{array} \\
 \begin{array}{r} x^6 \\ + 2x^3 + 3x^2 \end{array} \\
 \hline
 x^6 - 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 15
 \end{array}$$

Vậy:  $(2x + x^4 + 3)(5 - 2x + x^2) = x^6 - 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 15$ .

### VD 2.1.

a) Ta có  $A = (x-1)(x^2 + x + 1) = x.(x^2 + x + 1) - 1.(x^2 + x + 1)$

$$= x.x^2 + x.x + x.1 - 1.x^2 - 1.x - 1.1$$

$$= x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 + x^2 - x^2 + x - x - 1 = x^3 - 1.$$

Thay  $x = 10$  vào biểu thức  $M$  ta có:  $A = 10^3 - 1 = 1000 - 1 = 999$ .

Vậy  $A = 999$  khi  $x = 10$ .

b) Ta có  $B = 2(x-1)(x+1) - (2x-1)(x+1) = (2x-2)(x+1) - (2x-1)(x+1)$

$$= 2x(x+1) - 2(x+1) - 2x(x+1) + 1.(x+1) = -2(x+1) + 1.(x+1) = -1(x+1) = -x - 1$$

Thay  $x = 2$  vào biểu thức  $B$  ta có:  $B = -2 - 1 = -3$ .

Vậy  $B = -3$  khi  $x = 2$ .

### VD 2.2.

a) Vì  $x = 100$ . Ta thay  $99 = x - 1$  vào biểu thức  $M$

Ta có:  $M = x^5 - (x-1).x^4 - (x-1).x^3 - (x-1).x^2 - (x-1).x - (x-1)$

$$= x^5 - x^5 + x^4 - x^4 + x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x - x + 1 = 1.$$

Vậy  $M = 1$  khi  $x = 100$ .

b) Vì  $x = 100$ . Ta thay  $101 = x + 1$  vào biểu thức  $M$

Ta có:  $M = x^5 - (x+1).x^4 + (x+1).x^3 - (x+1).x^2 + (x+1).x - (x+1)$

$$= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + x^3 - x^3 - x^2 + x^2 + x - x - 1 = 1.$$

Vậy  $N = 1$  khi  $x = 100$ .

**VD 3.1.** Có  $P = (2x - 1)(x + 1) - (x + 1)(2x - 3) - 2x + 7$

$$= 2x \cdot (x + 1) - 1 \cdot (x + 1) - x \cdot (2x - 3) - 1 \cdot (2x - 3) - 2x + 7$$

$$= 2x^2 + 2x - x - 1 - 2x^2 + 3x - 2x + 3 - 2x + 7 = (2x^2 - 2x^2) - (x - 3x + 2x) - 1 + 3 + 7 = 9. \Rightarrow$$

đpcm.

**VD 3.2.**

a) Ta có  $(3x + 7)(2x + 3) - (3x - 5)(2x + 11)$

$$= 3x \cdot (2x + 3) + 7(2x + 3) - 3x \cdot (2x + 11) + 5 \cdot (2x + 11)$$

$$= 6x^2 + 9x + 14x + 21 - 6x^2 - 33x + 10x + 55$$

$$= (6x^2 - 6x^2) + (14x + 9x - 33x + 10x) + 21 + 55 = 76.$$

$\Rightarrow$  đpcm.

b) Ta có  $(3x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x + 3) - 4x(x^2 - 1) - 3x^2(x^2 + 2)$

$$= 3x^2 \cdot (x^2 + 2x + 3) - 2x \cdot (x^2 + 2x + 3) + 1 \cdot (x^2 + 2x + 3) - 4x \cdot x^2 - 4x \cdot (-1) - 3x^2 \cdot x^2 - 3x^2 \cdot 2$$

$$= 3x^2 \cdot x^2 + 3x^2 \cdot 2x + 3x^2 \cdot 3 - 2x \cdot x^2 - 2x \cdot 2x - 2x \cdot 3 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 3 - 4x^3 + 4x - 3x^4 - 6x^2$$

$$= 3x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 2x^3 - 4x^2 - 6x + x^2 + 2x + 3 - 4x^3 + 4x - 3x^4 - 6x^2$$

$$= (3x^4 - 3x^4) + (6x^3 - 2x^3 - 4x^3) + (9x^2 - 4x^2 + x^2 - 6x^2) + (-6x + 2x + 4x) + 3$$

$$= 3 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

**VD 4.1.** Ta có  $5(2x^2 - 1) - (5x - 4)(2x + 3) = 0$

$$10x^2 - 5 - 10x^2 - 15x + 8x + 12 = 0$$

$$(10x^2 - 10x^2) + (8x - 15x) + 12 - 5 = 0$$

$$-7x + 7 = 0$$

$$-7x = -7$$

$$x = 1$$

Vậy  $x = 1$ .

**VD 4.2.**

a) Ta có  $(4x + 12)(3x - 2) - (3x - 3)(4x - 1) = -27$

$$4x.(3x-2) + 12.(3x-2) - 3x.(4x-1) + 3.(4x-1) = -27$$

$$4x.3x - 4x.2 + 12.3x + 12.(-2) - 3x.4x - 3x.(-1) + 3.4x + 3.(-1) = -27$$

$$12x^2 - 8x + 36x - 24 - 12x^2 + 3x + 12x - 3 = -27$$

$$(12x^2 - 12x^2) + (-8x + 36x + 3x + 12x) - (24 + 3) = -27$$

$$43x - 27 = 0$$

$$43x = 0$$

$$x = 0$$

Vậy  $x = 0$

b) Ta có  $(x+1)(x+2) - x(x+3) = 1$

$$x.(x+2) + 1.(x+2) - x.x - x.3 = 1$$

$$x.x + x.2 + 1.x + 1.2 - x^2 - 3x = 1$$

$$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 3x = 1$$

$$x^2 - x^2 + 3x - 3x + 2 = 1$$

$$2 = 1$$

Vậy không có  $x$  thỏa mãn.

c) Ta có  $(x-1)(x+2) - (x+1)(x-3) - 3x = 1$

$$x.(x+2) - 1.(x+2) - x.(x-3) - 1.(x-3) - 3x = 1$$

$$x.x + x.2 - 1.x - 1.2 - x.x - x.(-3) - 1.x - 1.(-3) - 3x = 1$$

$$x^2 + 2x - x - 2 - x^2 + 3x - x + 3 - 3x = 1$$

$$x^2 - x^2 + 2x - x + 3x - x - 3x - 2 + 3 = 1$$

$$1 = 1$$

Vậy đẳng thức thỏa mãn với mọi  $x$ .

### VD 5.1.

Ta có:  $(x+2)(x+3) + (x-1).(2x-3) = 3(x^2+3)$

$$x.(x+3) + 2.(x+3) + x.(2x-3) - 1.(2x-3) = 3x^2 + 9$$

$$x^2 + 3x + 2x + 6 + 2x^2 - 3x - 2x + 3 = 3x^2 + 9$$

$$(x^2 + 2x^2) + (3x + 2x - 3x - 2x) + 9 = 3x^2 + 9$$

$$3x^2 + 9 = 3x^2 + 9$$

$$VT = VP \Rightarrow \text{đpcm.}$$

### VD 5.2.

$$a) (x+a).(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b$$

$$VT = x.(x+b) + a.(x+b) = x^2 + a.x + b.x + ab = x^2 + (a+b)x + ab = VP$$

$$\Rightarrow \text{đpcm.}$$

$$b) (x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc;$$

$$\begin{aligned} VT &= [x.(x+b) + a.(x+b)].(x+c) \\ &= [x.x + xb + a.x + a.b](x+c) \\ &= [x^2 + (a+b)x + a.b](x+c) \\ &= x^3 + (a+b)x^2 + a.bx + x^2.c + (a+b).c.x + a.b.c \\ &= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc \\ &= VP \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{đpcm.}$$

### VD 5.3.

$$a) \text{Ta có } (x-1)(x+1) = x^2 + ax + b$$

$$x.(x+1) - 1.(x+1) = x^2 + ax + b$$

$$x^2 - 1 = x^2 + ax + b. \text{ Suy ra } a = 0; b = -1.$$

$$b) \text{Ta có } x^2(x-1) + (2x-1)(x-a) = bx^3 + cx^2 + dx + 1$$

$$x^3 - x^2 + 2x^2 - 2ax - x + a = bx^3 + cx^2 + dx + 1$$

$$x^3 + x^2 - (2a+1)x + a = bx^3 + cx^2 + dx + 1$$

Do đó  $b = 1; c = 1; a = 1$  và  $-2a - 1 = d$  Suy ra  $b = 1; c = 1; a = 1$  và  $d = -3$ .

**VD 6.1.** Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là  $n, n+1, n+2$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

Tích của hai số đầu là  $n(n+1)$ .

Tích của hai số sau là  $(n+1)(n+2)$ .

Vì tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 100.

$$\text{Ta có : } (n+1)(n+2) - n(n+1) = 100$$

$$n^2 + 2n + n + 2 - n^2 - n = 100$$

$$2n + 2 = 100$$

$$2n = 98$$

$$n = 49$$

Kết hợp điều kiện  $\Rightarrow n = 49$  thỏa mãn

Vậy 3 số cần tìm là 49; 50 và 51.

**VD 6.2.** Gọi 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp là  $n-2$ ;  $n$ ; và  $n+2$  với  $n \in \mathbb{N}$  và  $n$  là số lẻ.

$$\text{Tích của hai số sau là : } n(n+2) = n^2 + 2n$$

$$\text{Tích của hai số đầu là: } n.(n-2) = n^2 - 2n$$

Ta có : Tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 52.

Vậy:

$$(n^2 + 2n) - (n^2 - 2n) = 52$$

$$4n = 52$$

$$n = 13$$

Kết hợp điều kiện có  $n = 13$  (thỏa mãn)

Vậy 3 số cần tìm là: 11; 13 và 15.

*Từ các ví dụ trên ta có bài toán tổng quát*

**Tổng quát bài toán :** Với ba số tự nhiên cách đều nhau  $k$  đơn vị thì: Hiệu giữa tích hai số cuối và hai số đầu bằng  $2k$  lần số giữa.

**VD 6.3.** Ba số tự nhiên chẵn cách nhau 2 đơn vị. Vậy số đứng giữa bằng  $624 : 4 = 156$ . Vậy 3 số cần tìm là : 154; 156 và 158.

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

##### Bài 1.

$$\text{a) } x^2.(2x^2 - 3x + 1) = x^2.2x^2 + x^2.-(3x) + x^2.1 = 2x^4 - 3x^3 + x^2.$$

$$\text{b) } (x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 2.3 = x^2 - x - 6.$$

$$\text{c) } 2x.(x^2 - 1) = 2x.x^2 - 2x.1 = 2x^3 - 2x.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (2x-3)(x+1) &= 2x \cdot (x+1) - 3 \cdot (x+1) = 2x \cdot x + 2x \cdot 1 - 3 \cdot x - 3 \cdot 1 = 2x^2 + 2x - 3x - 3 \\ &= 2x^2 - x - 3. \end{aligned}$$

### Bài 2.

$$\text{a) } (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6.$$

$$\text{b) } (2x-1)(6x^2+3x-3) = 12x^3 + 6x^2 - 6x - 6x^2 - 3x + 3 = 12x^3 - 9x + 3.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (5x^2 - 3x^3 + 4x - 1)(-2x^2 + 3) \\ = -10x^4 + 15x^2 + 6x^5 - 9x^3 - 8x^3 + 12x + 2x^2 - 3 = 6x^5 - 10x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 12x - 3. \end{aligned}$$

$$\text{d) } (2x^2 - 3x - 5)(x^2 - 4) = 2x^4 - 8x^2 - 3x^3 + 12x - 5x^2 + 20 = 2x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 12x + 20.$$

### Bài 3.

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } (x-1)(x-2)(2x+1) &= [x \cdot (x-2) - 1 \cdot (x-2)](2x+1) = (x^2 - 2x - x + 2)(2x+1). \\ &= (x^2 - 3x + 2)(2x+1) = x^2 \cdot (2x+1) - 3x \cdot (2x+1) + 2 \cdot (2x+1) \\ &= x^2 \cdot 2x + x^2 \cdot 1 - 3x \cdot 2x - 3x \cdot 1 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 1 = 2x^3 + x^2 - 6x^2 - 3x + 4x + 2 = 2x^3 - 5x^2 + x + 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có } x(1-3x)(4-3x) - (x-4)(3x+5) &= (x - x \cdot 3x)(4-3x) - [x \cdot (3x+5) - 4(3x+5)] \\ &= (x - 3x^2)(4-3x) - (3x^2 + 5x - 12x - 20) = x \cdot (4-3x^2) - 3x^2(4-3x^2) - 3x^2 + 7x + 20 \\ &= 4x - 12x^2 - 3x^2 + 9x^3 - 3x^2 + 7x + 20 = 9x^3 - 18x^2 + 11x + 20. \end{aligned}$$

### Bài 4.

$$\text{a) } -5x(5x-2) + (5x+1)(5x-1) - 10x = -25x^2 + 10x + 25x^2 - 1 - 10x = -1.$$

$$\text{b) } (x-8)(x-4) - x(x-12) - 32 = x^2 - 4x - 8x + 32 - x^2 + 12x - 32 = 0.$$

$$\text{c) } (2x+3)(3x-1) - 6x(x-2) - 19(x-1) = 6x^2 - 2x + 9x - 3 - 6x^2 + 12x - 19x + 19 = 16.$$

$$\text{d) } (x-1)(x+1)(x^2+1) - x^4 = (x^2-1)(x^2+1) - x^4 = x^4 - 1 - x^4 = -1.$$

$$\begin{aligned} \text{e) } x(x^3 + x^2 - 3x + 2) - (x^2 - 2)(x^2 + x + 3) + 4(x^2 - x - 2) \\ = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x^2 + 2x + 6 + 4x^2 - 4x - 8 = -2. \end{aligned}$$

### Bài 5.

$$\text{a) } (x+8)(x+6) - x^2 = 104$$

$$x^2 + 6x + 8x + 48 - x^2 = 104$$

$$14x = 56$$

$$x = 4$$

Vậy:  $x = 4$ .

$$b) (x+1)(x+2) - (x-3)(x+4) = 6$$

$$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 4x + 3x + 12 = 6$$

$$2x = -8$$

$$x = -4$$

Vậy:  $x = -4$ .

$$c) 3(2x-1)(x+2) - 2(3x+2)(x-4) = -19$$

$$3(2x^2 + 3x - 2) - 2(3x^2 - 10x - 8) = -19$$

$$6x^2 + 9x - 6 - 6x^2 + 20x + 16 = -19$$

$$29x = -29$$

$$x = -1$$

Vậy:  $x = -1$ .

### Bài 6.

a) Ta có  $A = x(2x-3) - 2x(x+1) = 2x^2 - 3x - 2x^2 - 2x = -5x$  Vậy  $A$  chia hết cho 5.

b) Ta có:  $B = n(3-2n) - (n-1)(1+4n) - 1 = 3n - 2n^2 - n(1+4n) + 1(1+4n) - 1$

$$= 3n - 2n^2 - n - 4n^2 + 1 + 4n - 1 = -6n^2 + 6n = -6n(n-1):6.$$

c) Ta có  $C = n^2(n+1) + (n+1)(n+2) + (n+2)(n-3) + 4 = n(n+1)(n+2)$

Ta có  $n(n+1)$  là hai số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 2. Do đó  $C$  chia hết cho 2.

Có  $n(n+1)(n+2)$  là ba số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 3. Do đó  $C$  chia hết cho 3.

Vậy  $C$  chia hết cho 6.

**Bài 7.** Ta có  $(x+a)(x+5) = x^2 + 3x + b$

$$x^2 + 5x + ax + 5a = x^2 + 3x + b$$

$$x^2 + (5+a)x + 5a = x^2 + 3x + b$$

Do đó  $5+a=3$ ;  $5a=b$ . Suy ra  $a=-2$  và  $b=-10$ . Vậy  $a=-2$  và  $b=-10$ .

**Bài 8.**

a) Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là  $n; n+1; n+2$ ; và  $n+3$ ; với  $n \in \mathbb{N}$

Tích hai số đầu là :  $n^2 + n$

Tích hai số cuối là:  $n^2 + 5n + 6$

Vậy:  $(n^2 + 5n + 6) - (n^2 + n) = 38$

$$4n + 6 = 38$$

$$n = 8$$

Vậy 4 số cần tìm là: 8; 9; 10 và 11.

b) Đặt  $a = 3k + 1$  và  $b = 3h + 2$  với  $h; k \in \mathbb{N}$

Vậy  $a.b = (3k + 1).(3h + 2) = 9hk + 3h + 6k + 2 = 3(3hk + h + 2k) + 2$

Vậy  $a.b$  chia cho 3 dư 2.

**Bài 9.**

a) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là  $n, n+1, n+2$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

Tích của hai số đầu là  $n(n+1)$ .

Tích của hai số sau là  $(n+1)(n+2)$ .

Theo đầu bài, ta có:

$$(n+1)(n+2) - n(n+1) = 100$$

$$n^2 + 2n + n + 2 - n^2 - n = 100$$

$$2n + 2 = 100$$

$$2n = 98$$

$$n = 49$$

Vậy : Ba số cần tìm là : 49; 50; 51

b) 62, 64 và 66.

c) 15; 17 và 19.

**Bài 10.**

a)  $A = b^3 + c^3 + ab^2 + ac^2 - abc$

$$= b^2(b+a) + c^2(c+a) - abc = -b^2.c - c^2.b - abc = -bc(b+c+a) = 0.$$

b) Thay  $5 = x + 1$ . Ta có:  $B = x^5 - (x+1)x^4 + (x+1)x^3 - (x+1)x^2 + (x+1)x - 1$



$$= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + x^3 - x^3 - x^2 + x^2 + x - 1 = x - 1 = 4 - 1 = 3.$$

c) Thay  $80 = x + 1$ . Ta có:

$$C = x^7 - (x+1)x^6 + (x+1)x^5 - (x+1)x^4 + \dots + (x+1)x + 15 = x + 15 = 94.$$

d) Có  $x = 2222$  nên  $2223 = x + 1$ .

$$\begin{aligned} \text{Do đó } & x^4 - 2223x^3 + 2223x^2 - 2223x + 2223 \\ &= x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1) = 1. \end{aligned}$$

e) Có  $x = 2022$  nên  $x = 2022$ .

$$\begin{aligned} \text{Do đó } E &= x^{14} - 2023x^{13} + 2023x^{12} - 2023x^{11} + \dots + 2023x^2 - 2023x + 2023 \\ &= x^{14} - (x+1)x^{13} + (x+1)x^{12} - (x+1)x^{11} + \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1) = 1. \end{aligned}$$

## Bài 28. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

VD 1.1.

$$a) 3x^7 : 7x^3 = \frac{3}{7}x^{7-3} = \frac{3}{7}x^4$$

$$b) (-3x^2) : 3x^2 = \frac{-3}{3}x^{2-2} = -1x^0 = -1$$

$$c) (0,25x^3) : 5x = (0,25 : 5)x^{3-1} = 0,5x^2$$

$$d) 0 : 6x^4 = 0$$

VD 1.2.

a)

$$(-2x^6 + 10x^4 - 2x^3) : 0,2x^2 = -(2x^6 : 0,2x^2) + (10x^4 : 0,2x^2) - (2x^3 : 0,2x^2) = -10x^4 + 50x^2 - 4x$$

$$b) (-6x^5 + 7x^4 - 9x^3) : 3x^3 = (-6x^5 : 3x^3) + (7x^4 : 3x^3) + (-9x^3 : 3x^3) = -2x^2 + \frac{7}{3}x - 3$$

VD 1.3.

a) Để  $8x^2$  chia hết cho  $9x^n$  thì  $n \leq 2$ . Vậy  $n \in \{0; 1; 2\}$ .

b) Để  $(6x^2 + 3x)$  chia hết cho  $x^n$  thì  $n \leq 1$ . Vậy  $n \in \{0; 1\}$ .

VD 2.1.

$$a) (x^2 - 5x + 4) : (x - 1)$$

$$b) (2x^3 - 5x^2 - 6x + 1) : (x + 1)$$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 5x + 4 & x - 1 \\ - & \\ \hline x^2 - x & x - 4 \\ \hline -4x + 4 & \\ - & \\ \hline -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 5x^2 - 6x + 1 & x + 1 \\ - & \\ \hline 2x^3 + 2x^2 & 2x^2 - 7x + 1 \\ \hline -7x^2 - 6x + 1 & \\ - & \\ \hline -7x^2 - 7x & \\ \hline & x + 1 \\ - & \\ \hline & x + 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Vậy:  $(x^2 - 5x + 4) : (x - 1) = x - 4$

Vậy:

$$(2x^3 - 5x^2 - 6x + 1) : (x + 1) = 2x^2 - 7x + 1$$

$$c) (4x^2 - 81) : (2x - 9)$$

$$d) (8x^3 - 27) : (4x^2 + 6x + 9)$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 & -81 \\ - & 2x-9 \\ \hline 4x^2-18x & 2x+9 \\ \hline 18x-81 & \\ - & \\ \hline 18x-81 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Vậy:  $(4x^2 - 81) : (2x - 9) = 2x + 9$

$(8x^3 - 27) : (4x^2 + 6x + 9) = 2x - 3.$

$$\begin{array}{r|l} 8x^3 & -27 \\ - & 4x^2+6x+9 \\ \hline 8x^3+12x^2+18x & 2x-3 \\ \hline -12x^2-18x-27 & \\ - & \\ \hline -12x^2-18x-27 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Vậy:

### VD 2.2.

a)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = M.(x + 1)$

Thì  $M = (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) : (x + 1) = (x + 1)^3 : (x + 1) = (x + 1)^2$

Vậy:  $M = (x + 1)^2$

b)  $2x^3 + 5x^2 + 5x + 3 = M.(2x + 3)$

$M = (2x^3 + 5x^2 + 5x + 3) : (2x + 3) = x^2 + x + 1.$

Vậy:  $M = x^2 + x + 1$

c)  $x^3 - 5x^2 + x - 5 = (x - 5).M$

Thì  $M = (x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x - 5)$

$= (x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x - 5) = (x^2(x - 5) + x - 5) : (x - 5)$

$= ((x - 5)(x^2 + 1)) : (x - 5) = x^2 + 1.$

Vậy:  $M = x^2 + 1.$

d)  $(x^2 - 4x - 3).M = 2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15x$

Thì

$M = (2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15x) : (x^2 - 4x - 3) = (x^2 - 4x - 3).(2x^2 - 5x) : (x^2 - 4x - 3) = 2x^2 - 5x$

.

Vậy:  $M = 2x^2 - 5x$

$$e) (2x^6 - x^4 - 2x^2 + 1) = M.(2x^2 - 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Thì } M &= (2x^6 - x^4 - 2x^2 + 1) : (2x^2 - 1) = [(2x^6 - x^4) - (2x^2 - 1)] : (2x^2 - 1) \\ &= (2x^2 - 1).(x^3 - 1) : (2x^2 - 1) = x^3 - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } M = x^3 - 1$$

$$f) (x^2 + x + 1).M = x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3$$

$$M = (x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1).(x^2 - 2x - 3) : (x^2 + x + 1) = x^2 - 2x - 3$$

$$\text{Vậy: } M = x^2 - 2x - 3.$$

### VD 3.1.

$$a) A = x^3 - 3x^2 + 6x - 1 \text{ và } B = x - 1.$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 + 6x - 1 & x - 1 \\ - & \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 + 6x - 1 & \\ - & \\ \hline -2x^2 + 2x & \\ \hline 4x - 1 & \\ - & \\ \hline 4x - 4 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Đã thức dư là: 3.

$$b) A = 4x^4 - x^2 + 5x - 7 \text{ và } B = 2x - 3.$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - x^2 + 5x - 7 & 2x - 3 \\ - & \\ \hline 4x^4 - 6x^3 & 2x^3 - 3x^2 - 5x - 5 \\ \hline -6x^3 - x^2 + 5x - 7 & \\ - & \\ \hline -6x^3 + 9x^2 & \\ \hline -10x^2 + 5x - 7 & \\ - & \\ \hline -10x^2 + 15x & \\ \hline -10x - 7 & \\ - & \\ \hline -10x + 15 & \\ \hline -22 & \end{array}$$

Đã thức dư là: -22

c)  $A = x^5 + 5x^4 - 3x^2 + x - 7$  và  $B = x^2 - 1$ .

$$\begin{array}{r|l}
 x^5 + 5x^4 - 3x^2 + x - 7 & x^2 - 1 \\
 - x^5 & \phantom{x^2 - 1} \\
 \hline
 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x - 7 & \\
 - 5x^4 & \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 + x - 7 & \\
 - x^3 & \\
 \hline
 2x^2 + 2x - 7 & \\
 - 2x^2 & \\
 \hline
 2x - 5 & 
 \end{array}$$

Đa thức dư là  $2x - 5$ .

d)  $A = x^4 - 3x^2 + x + 6$  và  $B = x^2 + x + 1$ .

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 - 3x^2 + x + 6 & x^2 + x + 1 \\
 - x^4 + x^3 + x^2 & \\
 \hline
 x^3 - 4x^2 + x + 6 & \\
 - x^3 + x^2 + x & \\
 \hline
 -5x^2 + 6 & \\
 - -5x^2 - 5x - 5 & \\
 \hline
 5x + 11 & 
 \end{array}$$

Đa thức dư là:  $5x + 11$ .

### VD 3.2.

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a & x^2 - x + 5 \\
 - x^4 - x^3 + 5x^2 & \\
 \hline
 x^2 - x + a & \\
 - x^2 - x + 5 & \\
 \hline
 a - 5 & 
 \end{array}$$

Để  $A$  chia hết cho  $B$  thì phần dư bằng  $0$ . Tức là:  $a - 5 = 0$  hay  $a = 5$ .

Vậy:  $a = 5$ .

**VD 3.3.** Ta thực hiện phép chia:

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 9x^3 + 21x^2 + ax + b \\
 - \quad x^4 - x^3 - 2x^2 \\
 \hline
 -8x^3 + 23x^2 + ax + b \\
 - \quad -8x^3 + 8x^2 + 16x \\
 \hline
 15x^2 + (a-16)x + b \\
 - \quad 15x^2 - 15x - 30 \\
 \hline
 (a-1)x + (b+30)
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 x^2 - x - 2 \\
 \hline
 x^2 - 8x + 15
 \end{array} \right.$$

Để A chia hết cho B thì phần dư bằng 0

Tức là:  $(a-1)x + b + 30 \equiv 0$ . Suy ra:  $\begin{cases} a-1=0 \\ b+30=0 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} a=1 \\ b=-30 \end{cases}$ .

Vậy:  $a=1; b=-30$ .

**VD 4.1.** Ta có:  $A = \frac{2x+7}{x+1} = \frac{2x+2+5}{x+1} = 2 + \frac{5}{x+1}$ . Để  $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5:(x+1)$

- $x+1=1 \Leftrightarrow x=0 \Leftrightarrow A=2+5=7$
- $x+1=-1 \Leftrightarrow x=-2 \Leftrightarrow A=2-5=-3$
- $x+1=5 \Leftrightarrow x=4 \Leftrightarrow A=2+1=3$
- $x+1=-5 \Leftrightarrow x=-6 \Leftrightarrow A=2-1=1$

Để  $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-6; -2; 0; 4\}$ .

Vậy:  $x \in \{-6; -2; 0; 4\}$

**VD 4.2.** Ta có:  $B = \frac{2x+7}{x-2} = \frac{2x-4+11}{x-2} = 2 + \frac{11}{x-2}$ . Để  $B \in \mathbb{Z} \Rightarrow 11:(x-2)$

- $x-2=1 \Leftrightarrow x=3 \Leftrightarrow B=2+11=13$
- $x-2=-1 \Leftrightarrow x=1 \Leftrightarrow B=2-11=-9$
- $x+1=11 \Leftrightarrow x=10 \Leftrightarrow B=2+1=3$
- $x+1=-11 \Leftrightarrow x=-12 \Leftrightarrow B=2-1=1$

Để  $B \in \mathbb{Z}$  thì  $x \in \{-12; 1; 3; 10\}$ .

Vậy:  $x \in \{-12; 1; 3; 10\}$ .

#### IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

##### Bài 1.

a)  $(2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3 - 3x) : (x^2 - 3)$

$$\begin{array}{r}
 2x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x - 3 \quad | \quad x^2 - 3 \\
 - \quad 2x^4 \quad - 6x^2 \quad \quad \quad | \quad 2x^2 + x + 1 \\
 \hline
 \quad \quad x^3 + x^2 - 3x - 3 \\
 - \quad \quad x^3 \quad \quad - 3x \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad x^2 \quad - 3 \\
 - \quad \quad \quad \quad x^2 \quad - 3 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

b)  $(x^5 + x^3 + x^2 + 1) : (x^3 + 1)$

$$\begin{array}{r}
 x^5 + x^3 + x^2 + 1 \quad | \quad x^3 + 1 \\
 - \quad x^5 \quad \quad + x^2 \quad \quad \quad | \quad x^2 + 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad x^3 \quad + 1 \\
 - \quad \quad \quad x^3 \quad + 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

c)  $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3) : (2x^2 - x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 5x^2 - 2x + 3 \quad | \quad 2x^2 - x + 1 \\
 - \quad 2x^3 - x^2 + x \quad \quad \quad | \quad 2x + 3 \\
 \hline
 \quad \quad 6x^2 - 3x + 3 \\
 - \quad \quad 6x^2 - 3x + 3 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

d)  $(8x - 8x^3 - 10x^2 + 3x^4 - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 3x^4 - 8x^3 - 10x^2 + 8x - 5 \quad | \quad 3x^2 - 2x + 1 \\
 - \quad 3x^4 - 2x^3 + x^2 \quad \quad \quad | \quad x^2 - 2x - 5 \\
 \hline
 \quad \quad -6x^3 - 11x^2 + 8x - 5 \\
 - \quad \quad -6x^3 + 4x^2 - 2x \\
 \hline
 \quad \quad \quad -15x^2 + 10x - 5 \\
 - \quad \quad \quad -15x^2 + 10x - 5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

**Bài 2.**

a) Có  $8x^3 + 1 = (2x)^3 + 1^3 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

$\Rightarrow (8x^3 + 1) : (4x^2 - 2x + 1) = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) : (4x^2 - 2x + 1) = 2x + 1$

b) Có  $x^2 - 3x + xy - 3y = (x^2 + xy) - (3x + 3y) = x(x + y) - 3(x + y) = (x + y)(x - 3)$

$\Rightarrow (x^2 - 3x + xy - 3y) : (x + y) = (x + y)(x - 3) : (x + y) = x - 3$

c) Có  $(a^3b^3 - 6a^2b^2c + 12abc^2 - 8c^3) = (ab - 2c)^3$

$\Rightarrow (a^3b^3 - 6a^2b^2c + 12abc^2 - 8c^3) : (2c - ab) = (ab - 2c)^3 : (2c - ab) = -(2c - ab)^3 : (2c - ab) = -(2c - ab)^2$

**Bài 3.** Ta có  $(2x^2 - 2x + 1).M = 6x^4 - 4x^3 + x^2 + x$

$M = (6x^4 - 4x^3 + x^2 + x) : (2x^2 - 2x + 1)$

$M = (6x^4 - 4x^3 + x^2 + x) : (2x^2 - 2x + 1)$

$M = (3x^2 + x)(2x^2 - 2x + 1) : (2x^2 - 2x + 1)$

$M = (3x^2 + x)$

Vậy:  $M = (3x^2 + x)$

**Bài 4.**

a) Ta thực hiện phép chia:

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 + 10x^2 - 5 + a & 3x + 1 \\ - 3x^3 + x^2 & x^2 + 3x - 1 \\ \hline 9x^2 + a - 5 & \\ - 9x^2 + 3x & \\ \hline -3x + a - 5 & \\ - -3x - 1 & \\ \hline a - 4 & \end{array}$$

Để  $f(x)$  chia hết cho  $g(x)$  thì phần dư bằng 0, tức là:  $a - 4 \equiv 0$  thì  $a = 4$ .

Vậy:  $a = 4$ .

b) Thực hiện phép chia đa thức  $3x^3 + 2x^2 - 7x + a$  cho đa thức  $3x - 1$ , thu được đa thức dư:  $a - 2$

Để phép chia trên là phép chia hết, đa thức dư là đa thức 0:  $a - 2 = 0$  thì  $a = 2$ .

Vậy:  $a = 2$ .



### Bài 5.

a) Ta thực hiện phép chia:

$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^3 - x^2 + (2a-b)x + 3b + a \\ - x^4 + 3x^3 - x^2 \\ \hline (2a-b)x + 3b + a \end{array} \left| \begin{array}{l} x^2 + 3x - 1 \\ x^2 \end{array} \right.$$

Để A chia hết cho B thì phần dư bằng 0, tức là:  $(2a-b)x + 3b + a \equiv 0$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 2a - b = 0 \\ 3b + a = 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Vậy:  $a = 0; b = 0$ .

b) Thực hiện phép chia đa thức  $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + ax + b$  cho đa thức  $g(x) = x^2 - x - 2$ , thu được đa thức dư:  $(a-1)x + (b+30)$

Để phép chia trên là phép chia hết, đa thức dư là đa thức 0:  $(a-1)x + b + 30 \equiv 0$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a - 1 = 0 \\ b + 30 = 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = 1 \\ b = -30 \end{cases}$$

Vậy:  $a = 1; b = -30$ .

c) Cách 1. Phân tích  $g(x) = x^2 - x - 2x + 2 = x(x-1) - 2(x-1) = (x-1)(x-2)$

$$\text{Nếu } f(x) \text{ chia hết cho } g(x) \text{ thì } \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a + b = 0 \\ 16 + 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \end{cases}$$

Thực hiện phép chia  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$  cho  $g(x) = x^2 - 3x + 2$  ta được  $q(x) = x^2 + 3x + 2$ .

Cách 2. Giả sử đa thức thương là  $q(x) = x^2 + cx + d$

$$\text{Ta có } x^4 + ax^2 + b = (x^2 - 3x + 2)(x^2 + cx + d)$$

$$x^4 + ax^2 + b = x^4 + (c-3)x^3 + (d+2-3c)x^2 + (2c-3d)x + 2d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c - 3 = 0 \\ d + 2 - 3c = a \\ 2c - 3d = 0 \\ b = 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ d = 2 \\ a = -5 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy với  $a = -5; b = 4$  thì  $f(x)$  chia hết cho  $g(x)$  và đa thức thương là  $q(x) = x^2 + 3x + 2$ .

**Bài 6.**

a) Ta thực hiện phép chia

$$\begin{array}{r|l}
 k^3 + 2k^2 + 15 & k + 3 \\
 - k^3 + 3k^2 & k^2 - k + 3 \\
 \hline
 -k^2 + 15 & \\
 - k^2 - 3k & \\
 \hline
 3k + 15 & \\
 - 3k + 9 & \\
 \hline
 6 & 
 \end{array}$$

Để  $f(k) = k^3 + 2k^2 + 15$  chia hết cho  $g(k) = k + 3$  thì  $k + 3$  phải là các ước số dương của 6:

$$\begin{cases} k+3=1 \\ k+3=2 \\ k+3=3 \\ k+3=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=-2 \\ k=-1 \\ k=0 \\ k=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{array}{r|l}
 x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k & x^2 - x - 2 \\
 - x^4 - x^3 - 2x^2 & x^2 - 8x + 15 \\
 \hline
 -8x^3 + 23x^2 + x + k & \\
 - 8x^3 + 8x^2 + 16x & \\
 \hline
 15x^2 - 15x + k & \\
 - 15x^2 - 15x - 30 & \\
 \hline
 k + 30 & 
 \end{array}$$

Phép chia đa thức  $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k$  cho đa thức  $g(x) = x^2 - x - 2$ , thu được đa thức dư:  $k + 30$

Để phép chia trên là phép chia hết, đa thức dư là đa thức 0:  $k + 30 \equiv 0$  thì  $k = -30$

**Bài 7.** Thực hiện phép chia đa thức  $4x^3 + 11x^2 + 5x + 5$  cho đa thức  $x + 2$ , thu được đa thức thương:  $4x^2 + 3x - 1$ , và đa thức dư: 7.

Viết lại:  $\frac{4x^3 + 11x^2 + 5x + 5}{x + 2} = 4x^2 + 3x - 1 + \frac{7}{x + 2}$ , phép chia trên là phép chia hết khi

$\frac{7}{x + 2}$  phải là số nguyên. Vậy  $x + 2$  phải là các ước số nguyên của 7.

Tìm  $x$  để  $x + 2$  phải là các ước số nguyên của 7:  $(x + 2) = \{-1; -7; 1; 7\}$ . Đáp số:

$$x = \{-9; -3; -1; 5\}$$

**Bài 8.** Thực hiện phép chia đa thức tử số  $2x^2 + 4x + 15$  cho đa thức mẫu số  $x^2 + 2x + 5$ , thu được đa thức thương: 2, và đa thức dư: 5

$$\text{Viết lại: } A = \frac{2x^2 + 4x + 15}{x^2 + 2x + 5} = \frac{2x^2 + 4x + 10 + 5}{x^2 + 2x + 5} = 2 + \frac{5}{x^2 + 2x + 5} = 2 + \frac{5}{(x + 1)^2 + 4}$$

Sử dụng đánh giá  $(x + 1)^2 \geq 0$ , biến đổi tương đương để thu được biểu thức A:

$$(x + 1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + 4 \geq 4 \Leftrightarrow \frac{5}{(x + 1)^2 + 4} \leq \frac{5}{4} \Leftrightarrow A \leq 2 + \frac{5}{4} = \frac{13}{4}$$

Vậy  $\max A = \frac{13}{4}$ , dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

**Bài 9.** Ta thực hiện phép chia

$x^3 - 2x^2 + 7x - 7$	$x^2 + 3$
$x^3 \quad + 3x$	$x - 2$
$-2x^2 + 4x - 7$	
$-2x^2 \quad - 6$	
$4x - 1$	

Để  $x^3 - 2x^2 + 7x - 7$  chia hết cho  $x^2 + 3$  thì  $(4x - 1) : (x^2 + 3)$

Suy ra  $(4x - 1)(4x + 1) : (x^2 + 3)$  hay  $16x^2 - 1 : (x^2 + 3)$

$$16(x^2 + 3) - 49 : (x^2 + 3)$$

$$49 : (x^2 + 3)$$

Suy ra:  $(x^2 + 3) \in \{7; 49\}$  thì  $x^2 \in \{4; 46\}$ . Mà  $x$  là số nguyên thì  $x^2 = 4$  hay  $x = \pm 2$ .

Vậy:  $x = \pm 2$ .

**Bài 10.** Do  $P(x)$  chia cho các nhị thức  $(x-1)$ ,  $(x-2)$  và  $(x-3)$  đều có dư là 6 nên

$P(x)-6$  chia hết cho  $x-1; x-2; x-3$ . Vì  $P(x)$  là đa thức bậc ba nên

$P(x)-6 = m(x-1)(x-2)(x-3)$  với  $m$  là hằng số.

và  $P(-1) = -18$  nên  $-18-6 = m(x-1)(x-2)(x-3)$  với  $m$  là hằng số.

$P(-1) = -18$  nên  $-18-6 = m(-2)(-3)(-4) \Leftrightarrow m = 1$ .

$P(x)-6 = x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ .

Vậy  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x$ .

**Bài 11.** Đặt  $f(x) = (2x^3 + ax + b)$  ta có  $\begin{cases} f(-1) = -6 \\ f(2) = 21 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} -2 - a + b = -6 \\ 16 + 2a + b = 21 \end{cases}$ . Ta giải được

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy với  $a = 3; b = -1$ .

**Bài 12.** Theo yêu cầu bài toán thì  $f(x) = 5x^2(x-1)(x+2) + ax + b$

Vì khi chia cho  $x-1$  thì dư 4 nên khi  $x = 1$  thì  $f(x) = 4$  nên  $a + b = 4$

Vì khi chia cho  $x+2$  thì dư 1 nên khi  $x = -2$  thì  $f(x) = 1$  nên  $-2a + b = 1$

Ta tìm được:  $a = 1, b = 3$  Suy ra:  $f(x) = 5x^2(x-1)(x+2) + x + 3$

Vậy:  $f(x) = 5x^2(x-1)(x+2) + x + 3$

**Bài 13.** Vì bậc của đa thức chia là 2 nên gọi đa thức dư cần tìm là  $ax + b$ .

Ta có:  $x^{49} + x^{13} - x^8 = (x^2 - 1).Q(x) + ax + b$  (\*)

( $Q(x)$  là đa thức thương của phép chia đa thức)

Thay  $x = 1$  vào (\*), ta có:  $a + b = 1$

Thay  $x = -1$  vào (\*), ta có:  $-a + b = -3$ .

Do vậy  $a + b - a + b = 1 - 3 \Leftrightarrow 2b = -2 \Leftrightarrow b = -1$

Ta có  $a + (-1) = 1$  thì  $a = 2$ .

Vậy:  $a = 2$ .

## ÔN TẬP CHƯƠNG VII

### Bài 1.

a) Chu vi của hình chữ nhật có chiều dài là  $a$ , chiều rộng là  $b$ :  $2(a + b)$

b) Chu vi hình vuông có cạnh là  $x$ :  $4x$

c) Diện tích của hình tròn có bán kính là  $R$  là  $\pi R^2$ .

### Bài 2.

a)  $a = \frac{S}{5}$

b)  $s = 15t$

### Bài 3.

a)  $M = x^2 - 2x + 5x^2 + 3x - x^2 = (x^2 + 5x^2 - x^2) + (-2x + 3x) = 4x^2 + x$

b)  $N = 2x^2 + x - x^2 + 5x = (2x^2 - x^2) + (x + 5x) = x^2 + 6x$

### Bài 4.

a)  $A = 3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2 = (7x^3 - 3x^3 + 6x^3) + (3x^2 - 3x^2) = 10x^3$  có bậc là 3

b)  $B = 3x^2 + x - 3x^2 - 5 = (3x^2 - 3x^2) + x - 5 = x - 5 \Rightarrow B$  có bậc là 1

### Bài 5.

a)  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 7x + 5$ .

b) Bậc 4, Hệ số tự do là 5, Hệ số cao nhất là 1.

### Bài 6.

a)  $M = A + B = (x^3 - 2x^2 + 1) + (2x^2 - 1) = x^3$

b) Thay  $x = \frac{1}{2}$  vào đa thức  $M$  ta được:  $M = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Vậy tại  $x = \frac{1}{2}$  giá trị của đa thức  $M$  là  $\frac{1}{8}$

c)  $M = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ . Vậy với  $x = 0$  thì  $M = 0$

**Bài 7.** Tính  $M(x) + N(x)$ ,  $M(x) - N(x)$  và  $N(x) - M(x)$  biết:

$$M(x) = 5 - 2x^3 + \frac{1}{4}x^2; N(x) = -\frac{3}{4}x^2 + x^3 + 5 + x.$$

$$\begin{aligned}
 * M(x) + N(x) &= \left(5 - 2x^3 + \frac{1}{4}x^2\right) + \left(-\frac{3}{4}x^2 + x^3 + 5 + x\right) \\
 &= (-2x^3 + x^3) + \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x^2\right) + x + (5 + 5) = -x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * M(x) - N(x) &= \left(5 - 2x^3 + \frac{1}{4}x^2\right) - \left(-\frac{3}{4}x^2 + x^3 + 5 + x\right) \\
 &= (-2x^3 - x^3) + \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x^2\right) - x + (5 - 5) = -3x^3 + x^2 - x
 \end{aligned}$$

$$* M(x) - N(x) = 3x^3 - x^2 + x.$$

**Bài 8.**

$$\text{a) } P(x) = +3x^4 - 2x^2 - 3x + \frac{1}{2} \text{ và } Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 - 3x$$

$$\text{b) } P(x) + Q(x) = 4x^4 + x^3 - 6x + \frac{1}{2} \text{ và } P(x) - Q(x) = 2x^4 - x^3 - 4x^2 + \frac{1}{2} \text{ đều có bậc } 4.$$

$$\text{Bài 9. } P(x) + Q(x) - R(x) = x^2 + 4x + 1 \text{ và } P(x) - Q(x) - R(x) = 4x^3 - 5x^2 + 6x - 5.$$

**Bài 10.**

$$\text{a) } f(x) - h(x) = g(x)$$

$$\text{thì } h(x) = f(x) - g(x) = (2x^4 + 5x^3 - x + 8) - (x^4 - x^2 + 3x + 9) = x^4 + 5x^3 - 4x - 1$$

$$\text{b) } k(x) - g(x) = f(x)$$

$$\text{thì } k(x) = f(x) + g(x) = (2x^4 + 5x^3 - x + 8) + (x^4 - x^2 + 3x + 9) = 3x^4 + 5x^3 + 2x + 17$$

**Bài 11.**

$$\begin{aligned}
 \text{Có } f(x) &= \frac{1}{2} \{ [f(x) + g(x)] + [f(x) - g(x)] \} = \frac{1}{2} [(2x^4 + 5x^2 - 3x) + (x^4 - x^2 + 2x)] \\
 &= \frac{3}{2}x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2}x.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Có } g(x) &= \frac{1}{2} \{ [f(x) + g(x)] - [f(x) - g(x)] \} = \frac{1}{2} [(2x^4 + 5x^2 - 3x) - (x^4 - x^2 + 2x)] \\
 &= \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 - \frac{5}{2}x.
 \end{aligned}$$

**Bài 12.**

$$\text{a) Cho đa thức } P(x) = 2x^4 - 2x^3 - x + 1. \text{ Do } P(x) + Q(x) = 2x^4 - 3x^3 + 3x + 1 + 5x^2$$

Suy ra:  $Q(x) = (2x^4 - 3x^3 + 3x + 1 + 5x^2) - P(x)$   
 $= (2x^4 - 3x^3 + 3x + 1 + 5x^2) - (2x^4 - 2x^3 - x + 1) = -x^3 + 5x^2 + 4x.$

b)  $M(x) + (6x^2 - 4x) = 7x^2 - 8x + x^3$ . Suy ra:

$$M(x) = (7x^2 - 8x + x^3) - (6x^2 - 4x) = x^3 + x^2 - 4x.$$

**Bài 13.**

a)  $(3x - 2) - (5x + 4) = (x - 3) - (x + 5)$

$$3x - 2 - 5x - 4 = x - 3 - x - 5$$

$$-2x - 6 = -8$$

$$x = 1$$

b)  $(x^2 - 4x + 5) - (x^2 - 2x + 1) = 3$

$$x^2 - 4x + 5 - x^2 + 2x - 1 = 3$$

$$-2x + 4 = 3$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

c)  $\left(5x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\right) + (3x^2 + 5x - 5x^4 + 1) = 3$

$$\frac{13}{2}x + \frac{1}{2} = 3$$

$$x = \frac{5}{13}$$

**Bài 14.**

a) Đa thức bậc nhất  $P(x) = ax + b$

Do  $P(-1) = 5 \Rightarrow -a + b = 5$  và  $P(-2) = 7 \Rightarrow -2a + b = 7$

$\Rightarrow a = -2; b = 3$  hay  $P(x) = -2x + 5$ .

b) Đa thức bậc hai  $Q(x) = ax^2 + bx + c$

Do  $Q(-1) = 6 \Rightarrow a - b + c = 6$  (1);  $Q(2) = 3 \Rightarrow 4a + 2b + c = 3$  (2)

và tổng các hệ số của đa thức bằng 0 nên  $a + b + c = 0$  (3)

Lấy (3) trừ (1), ta được  $b = -3 \Rightarrow 4a + c = 9$  và  $a + c = 3$  nên  $a = 2; c = 1$ .

Vậy  $Q(x) = 2x^2 - 3x + 1$ .

**Bài 15.** Cho đa thức  $Q(x) = ax^2 + bx + c$ .

a) Do  $Q(x)$  nhận giá trị nguyên với mọi  $x$  là số nguyên nên  $Q(0) = c$  là số nguyên.

$$Q(1) = a + b + c \text{ nguyên và } Q(-1) = a - b + c \text{ nguyên.}$$

Do đó,  $a + b = Q(1) - Q(0)$  là số nguyên.

$$Q(1) + Q(-1) = 2a + 2c \text{ nguyên nên } 2a \text{ cũng là số nguyên.}$$

b) Do  $Q(x)$  chia hết cho 3 với mọi số nguyên  $x$ , và  $a, b, c$  nguyên nên  $Q(0) = c : 3$ .

$$Q(1) + Q(-1) = 2a + 2c : 3 \text{ nên } a : 3. \text{ Mà } Q(1) = a + b + c : 3 \text{ nên } b : 3.$$

Vậy các hệ số  $a, b, c$  đều chia hết cho 3.

c) Biết  $7a + b = 0$

$$\begin{aligned} f(10) \cdot f(-3) &= (100a + 10b + c)(9a - 3b + c) \\ &= [(98a + 14b) + 2a - 4b + c] \cdot [(7a + b) + 2a - 4b + c] = (2a - 4b + c)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

Nên không thể là số âm không?

**Bài 16.** Gọi số tự nhiên có hai chữ số là:  $\overline{ab} = 10a + b$ .

a) Tổng của một số tự nhiên có hai chữ số với số gồm hai chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại là:  $\overline{ab} + \overline{ba} = (10a + b) + (10b + a) = 11(a + b) : 11$ .

b) Hiệu của một số tự nhiên có hai chữ số với số gồm hai chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại là:  $\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 9(a - b) : 9$ .

**Bài 17.** Ta có:  $3a + 5b = 8c \Leftrightarrow 3a - 3b = 8c - 8b \Leftrightarrow 3(a - b) = 8(c - b)$ .

Do đó:  $3(a - b) : 8$ . Từ đó  $(a - b) : 8$

Do  $a \neq b$  nên  $a - b \in \{-8; 8\}$

TH1:  $a - b = 8$  thì  $c - b = 3$  nên  $a = 8; b = 0; c = 4$  hoặc  $a = 9; b = 1; c = 4$ .

TH2:  $a - b = -8$  thì  $c - b = -3$  nên  $a = 1; b = 9; c = 6$ ;

Vậy các số cần tìm là: 803; 914; 196.

**Bài 18.** Cho  $f(x) = (8x^2 + 5x - 14)^{50} \cdot (x + 1)$ .

Sau khi bỏ dấu ngoặc thì tổng các hệ số của  $f(x)$  là chính là giá trị của đa thức

$$f(x) \text{ tại } x = 1 \text{ nên tổng các hệ số là: } f(1) = (8 + 5 - 14)^{50} \cdot (1 + 1) = 2.$$



**Bài 19.** Cho  $f(x) = x^8 - 101x^7 + 101x^6 - \dots + 101x^2 - 101x + 25$ .  $f(100)$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= x^8 - 101x^7 + 101x^6 - \dots + 101x^2 - 101x + 25 \\ &= (x^8 - 100x^7) - (x^7 - 100x^6) + \dots + (x^2 - 100x) - (x - 100) - 75 \\ &= x^7(x - 100) - x^6(x - 100) + \dots + x(x - 100) - (x - 100) - 75 \\ &\Rightarrow f(100) = -75. \end{aligned}$$

**Bài 20.** Từ  $\overline{abc} = \frac{\overline{bca} + \overline{cab}}{2}$ , ta tìm được:  $7a = 3b + 4c$ .

$$\text{Từ đó: } 7(a - c) = 3(b - c) \Rightarrow (b - c):7$$

$$\text{Do } b \neq c \text{ nên } (b - c) \in \{7; -7\}$$

Giải tương tự Bài 10, ta được: 481; 592; 629; 518.

**Bài 21.** Ta có:  $\overline{abcd}:\overline{ab.cd}$  (1)

$$\Rightarrow (100.\overline{ab} + \overline{cd}):\overline{ab.cd}$$
 (2)

$$\Rightarrow \overline{cd}:\overline{ab}$$

$$\text{Đặt } \overline{cd} = k.\overline{ab} \text{ với } k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 9$$
 (3)

$$\text{Thay vào (2), ta có: } (100.\overline{ab} + k.\overline{ab}):k.\overline{ab} \Rightarrow (100 + k):k.\overline{ab}$$
 (4)

$$\Rightarrow 100:k$$
 (5)

$$\text{Từ (3) và (5) suy ra } k \in \{1; 2; 4; 5\}$$

Với  $k = 1$ , thay vào (4), ta có:  $101:\overline{ab}$  (loại)

Với  $k = 2$ , thay vào (4), ta có:  $102:2.\overline{ab} \Rightarrow 51:\overline{ab}$ . Khi đó:

$$\overline{ab} = 17 \text{ và } \overline{cd} = 34, \text{ hoặc } \overline{ab} = 51 \text{ và } \overline{cd} = 102 \text{ (loại)}$$

Với  $k = 4$ , thay vào (4), ta có:  $104:4.\overline{ab} \Rightarrow 26:\overline{ab}$ . Khi đó:

$$\overline{ab} = 13 \text{ và } \overline{cd} = 52, \text{ hoặc } \overline{ab} = 26 \text{ và } \overline{cd} = 104 \text{ (loại)}$$

Với  $k = 5$ , thay vào (4), ta có:  $105:5.\overline{ab} \Rightarrow 21:\overline{ab}$ . Khi đó:

$$\overline{ab} = 21 \text{ và } \overline{cd} = 105 \text{ (loại)}$$

Vậy có hai số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: 1734 và 1352.

**Bài 22.**

a) Vì  $f(x) = g(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Do đó:

- Với  $x = 0$ , ta có  $f(0) = b = g(0) = d$ . Vậy  $b = d$ .

- Với  $x = 1$ , ta có  $f(1) = a + b = g(1) = c + d$  nhưng  $b = d$ , do đó  $a = c$ .

b) Nếu  $f(x) \neq g(x)$ , thì theo câu a, suy ra  $a \neq c$  hoặc  $b \neq d$ . Nếu  $a = c$  và  $b \neq d$  thì hai đa thức trên không nhận giá trị bằng nhau nào tại mọi giá trị của biến  $x$ . Thật vậy, nếu tại  $x = x_0$  mà  $f(x_0) = ax_0 + b = g(x_0) = cx_0 + d$  thì từ  $a = c$ , suy ra  $b = d$ .

**Bài 23.**

a) Ta có  $P(0) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 0 + a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$ ;      b)  $a = -1$ ;      c)  $a = 5$ .

**Bài 24.** Ta có  $f(0) = 0 \Leftrightarrow b = 0$        $f(2) = 0 \Leftrightarrow 4a + b = -4$ . Mà  $b = 0$  nên  $a = -1$