

TỰ HỌC NÂNG CAO KIẾN THỨC

TOÁN 7

- TẬP 2 -

PHẦN ĐÁP ÁN

MỤC LỤC

CHƯƠNG VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	4
Bài 20. TỈ LỆ THỨC	5
Bài 21. TÍNH CHẤT DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU	13
Bài 22. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN	25
Bài 23. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	35
ÔN TẬP CHƯƠNG VI.....	44
CHƯƠNG VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN.....	51
Bài 24. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ.....	52
Bài 25. ĐA THỨC MỘT BIẾN	55
Bài 26. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN	60
Bài 27. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN.....	66
Bài 28. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN	76
ÔN TẬP CHƯƠNG VII	87
CHƯƠNG VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ	93
Bài 29. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ.....	94
Bài 30. LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ	98
ÔN TẬP CHƯƠNG VIII	103
CHƯƠNG IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC	106
Bài 31. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC.....	107
Bài 32. QUAN HỆ ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN.....	117
Bài 33. QUAN HỆ BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC	122
Bài 34. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC	131
Bài 35. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC	148
ÔN TẬP CHƯƠNG IX	167

CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIÊN	171
Bài 36. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG	172
Bài 37. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC	178
ÔN TẬP CHƯƠNG X	183

CHƯƠNG VI.

TỈ LỆ THỨC

VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

BÀI 20. TỈ LỆ THỨC

VD 1.1.

a) Từ bốn trong năm số đã cho ta lập được ba đẳng thức sau:

$$5.3125 = 25.625(1); \quad 25.3125 = 125.625(2); \quad 5.625 = 25.125(3)$$

Từ mỗi đẳng thức trên ta có thể lập được 4 tỉ lệ thức. Chẳng hạn từ đẳng thức (1)

$$\text{ta lập được 4 tỉ lệ thức sau: } \frac{5}{625} = \frac{25}{3125}; \quad \frac{5}{25} = \frac{625}{3125}; \quad \frac{3125}{625} = \frac{25}{5}; \quad \frac{625}{5} = \frac{3125}{25};$$

Làm tương tự với 2 đẳng thức còn lại, ta có được tất cả 12 tỉ lệ thức.

b) Từ bốn trong năm số đã cho ta lập được ba đẳng thức sau:

$$2.162 = 6.54(1); \quad 6.162 = 18.54(2); \quad 2.54 = 6.18(3)$$

Từ mỗi đẳng thức trên ta có thể lập được 4 tỉ lệ thức. Chẳng hạn từ đẳng thức (1)

$$\text{ta lập được 4 tỉ lệ thức sau: } \frac{2}{6} = \frac{54}{162}; \quad \frac{2}{54} = \frac{6}{162}; \quad \frac{162}{6} = \frac{54}{2}; \quad \frac{162}{54} = \frac{6}{2};$$

Làm tương tự với 2 đẳng thức còn lại, ta có được tất cả 12 tỉ lệ thức.

VD 1.2.

a) Ta có : $46\frac{1}{2}.101 = 60\frac{3}{5}.77\frac{1}{2} \left(= 4696\frac{1}{2} \right)$, nên bốn số có thể lập thành 1 tỉ lệ thức.

b) Xét từng cặp tích :

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{6} \neq -4,5 \cdot 31,5 \\ -\frac{1}{8} \cdot (-4,5) \neq \frac{5}{6} \cdot 31,5 \\ -\frac{1}{8} \cdot 31,5 \neq \frac{5}{6} \cdot (-4,5) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Bốn số đã cho không lập thành một tỉ lệ thức.}$$

c) Ta có : $\frac{(1+2+3)^2}{(1+2+3)^3} = \frac{1}{6}; \quad \frac{1^3+2^3+3^3}{1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3} = \frac{1}{6}.$

Vậy bốn số đã cho lập thành tỉ lệ thức $\frac{(1+2+3)^2}{(1+2+3)^3} = \frac{1^3+2^3+3^3}{1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3}.$

VD 2.1.

Cách tìm:

+ Nếu tìm số chưa biết là ngoại tỉ: Lấy tích các trung tỉ chia cho ngoại tỉ đã biết

+ Nếu tìm số chưa biết là trung tỉ: Lấy tích các ngoại tỉ chia cho trung tỉ đã biết.

$$a) \frac{x}{0,9} = \frac{5}{6} \text{ thì } x = \frac{5 \cdot 0,9}{6} = 0,75. \text{ Vậy: } x = 0,75.$$

$$b) \frac{-6}{x} = \frac{9}{-15} \text{ thì } x = \frac{-6 \cdot (-15)}{9} = 10.$$

$$c) 3 : (2x) = \frac{1}{4} : 2\frac{2}{3} \text{ thì } 2x = 3 \cdot 2\frac{2}{3} : \frac{1}{4}. \text{ Suy ra: } x = 16. \text{ Vậy: } x = 16.$$

$$d) \frac{14}{15} : \frac{9}{10} = x : \frac{3}{7} \text{ thì } \frac{9}{10} \cdot x = \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{7}. \text{ Suy ra: } \frac{9}{10} \cdot x = \frac{2}{5} \text{ hay } x = \frac{4}{9}. \text{ Vậy: } x = \frac{4}{9}.$$

$$e) 1\frac{3}{5} : 8 = 2,5 : x \text{ thì } x = 2,5 \cdot 8 : 1\frac{3}{5} = 12,5. \text{ Vậy: } x = 12,5$$

$$f) (1-x)^3 : (-0,5625) = 0,525 : 0,7 \text{ thì } (1-x)^3 = \frac{(-0,5625) \cdot 0,525}{0,7} = \frac{-27}{64}$$

$$\text{Suy ra: } (1-x)^3 = \left(\frac{-3}{4}\right)^3 \text{ hay } 1-x = \frac{-3}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{4}. \text{ Vậy: } x = \frac{7}{4}$$

$$g) \frac{3x-7}{8} = \frac{5}{2} \text{ thì } 3x-7 = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20. \text{ Vậy: } x = 9$$

$$h) x : 0,2 = 0,8 : x \text{ thì } x^2 = 0,16. \text{ Suy ra: } x = \pm 0,4. \text{ Vậy: } x = \pm 0,4$$

$$i) \frac{x+11}{14-x} = \frac{2}{3} \text{ thì } 3(x+11) = 2(14-x)$$

$$3x + 33 = 28 - 2x$$

$$5x = -5$$

$$x = -1.$$

Vậy: $x = -1$.

VD 2.2.

a) Có $\frac{x-y}{x+2y} = \frac{3}{4}$

$$(x-y).4 = (x+2y).3$$

$$4x - 4y = 3x + 6y$$

$$1.x = 10.y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{10}{1}$$

Vậy: $\frac{x}{y} = 10$

b) Có: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ thì $x = \frac{2y}{3}$

$$\frac{t}{y} = \frac{4}{9} \text{ thì } t = \frac{4y}{9}$$

$$\frac{z}{t} = \frac{5}{8} \Rightarrow z = \frac{5t}{8}$$

Thay $t = \frac{4y}{9}$ ta có $z = \frac{5t}{8} = \frac{5 \cdot \frac{4y}{9}}{8} = \frac{20y}{72} = \frac{5y}{18}$

Thay $x = \frac{2y}{3}$ và $z = \frac{5y}{18}$ ta có: $\frac{x}{z} = \frac{\frac{2y}{3}}{\frac{5y}{18}} = \frac{2y}{3} \cdot \frac{18}{5y} = \frac{12}{5}$

Vậy: $\frac{x}{z} = \frac{12}{5}$

VD 2.3. Gọi số cần tìm có dạng $\frac{x}{y}$.

Theo đề ta có: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ thì $3x = 2y$ hay $6x = 4y$ (1)

Mặt khác: $\frac{x+50}{y} = \frac{5}{6}$ thì $6(x+50) = 5y$ hay $6x + 300 = 5y$ (2)

Thay (1) vào (2): $4y + 300 = 5y$

$$300 = 5y - 4y$$

$$y = 300$$

Vậy: $x = 200; y = 300$

VD 3.1. Từ tỉ lệ thức $\frac{a-3}{a+3} = \frac{b-6}{b+6}$, ta có: $(a-3)(b+6) = (a+3)(b-6)$

$$ab + 6a - 3b - 18 = ab - 6a + 3b - 18$$

$$12a = 6b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

Vậy: $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$.

VD 3.2. Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k (k \in R)$ thì $a = k.b; c = k.d$

$$\text{Ta có: } \frac{5a+3b}{3a-7b} = \frac{5kb+3b}{3kb-7b} = \frac{b(5k+3)}{b(3k-7)} = \frac{5k+3}{3k-7} \quad (1)$$

$$\frac{5c+3d}{3c-7d} = \frac{5kd+3d}{3kd-7d} = \frac{d(5k+3)}{d(3k-7)} = \frac{5k+3}{3k-7} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{5a+3b}{3a-7b} = \frac{5c+3d}{3c-7d}$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

$$\text{a) } 3,5 : 5,04 = \frac{35}{10} : \frac{504}{10} = \frac{25}{36}$$

$$\text{b) } 1\frac{19}{21} : 4\frac{2}{7} = \frac{40}{21} : \frac{30}{7} = \frac{4}{9}$$

$$\text{c) } 1\frac{21}{25} : 0,23 = \frac{46}{25} : \frac{23}{100} = \frac{8}{1}$$

$$\text{d) } \frac{2}{9} : 0,31 = \frac{2}{9} : \frac{31}{100} = \frac{2}{9} \cdot \frac{100}{31} = \frac{200}{279}$$

Bài 2.

$$\text{a) } (-0,3) : 2,7 \quad \text{và} \quad (-1,71) : 15,39. \text{Ta có: } (-0,3).15,39 = 2,7.(-1,71)$$

Suy ra 2 tỉ số này lập thành tỉ lệ thức

$$\text{b) } 4,86 : (-11,34) \quad \text{và} \quad (-9,3) : 21,6. \text{Ta có: } (-11,34).(-9,3) \neq 4,86.21,6$$

Suy ra 2 tỉ số này không lập thành tỉ lệ thức

Bài 3.

a) Không lập được tỉ lệ thức

b) Ta có: $1,05.42 = 30,1,47 (= 44,1)$. Suy ra có tỉ lệ thức: $1,05 : 30 = 1,47 : 42$

c) Ta có: $-1 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$. Suy ra ta có tỉ lệ thức: $-1 : \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{6}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)$

d) Ta có: $0,4 \cdot 0,0004 = 0,04 \cdot 0,004$. Suy ra ta có tỉ lệ thức: $0,4 : 0,04 = 0,0004 : 0,004$

Bài 4.

a) Ta có đẳng thức: $5 \cdot 625 = 25 \cdot 125$

Từ đó ra viết được 4 tỉ lệ thức: $\frac{5}{125} = \frac{25}{625}$; $\frac{625}{125} = \frac{25}{5}$; $\frac{5}{25} = \frac{125}{625}$; $\frac{625}{25} = \frac{125}{5}$

b) Từ 5 số trên ta lập được 3 đẳng thức:

$$4 \cdot 1024 = 16 \cdot 256; 16 \cdot 1024 = 64 \cdot 256; 4 \cdot 256 = 16 \cdot 64$$

Từ mỗi đẳng thức trên ta lại lập được 4 tỉ lệ thức (tương tự câu a).

Bài 5.

a) Có 3 TH xảy ra:

+ TH1: $x = \frac{4 \cdot 8}{16} = 2$ Ta có tỉ lệ thức: $4 : 16 = 2 : 8$

+ TH2: $x = \frac{8 \cdot 16}{4} = 32$ Ta có tỉ lệ thức: $8 : 4 = 32 : 16$

+ TH3: $x = \frac{16 \cdot 4}{8} = 8$ Ta có tỉ lệ thức: $16 : 8 = 8 : 4$

b) Có thể lập được tất cả 12 tỉ lệ thức.

Bài 6.

a) $2,5 : 4x = 0,5 : 0,2$

$$4x \cdot 0,5 = 2,5 \cdot 0,2$$

$$2x = 0,5$$

$$x = 0,25$$

Vậy $x = 0,25$.

b) $\frac{1}{5}x : 3 = \frac{2}{3} : 0,25$

$$\frac{1}{5}x \cdot 0,25 = 3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{20}x = 2$$

$$x = 40$$

Vậy $x = 40$.

$$c) \frac{x-6}{x+4} = \frac{2}{7}$$

$$7(x-6) = 2(x+4)$$

$$7x - 42 = 2x + 8$$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

Vậy $x = 10$.

$$d) (x+5) : 2\frac{1}{2} = 40 : (x+5)$$

$$(x+5)^2 = \frac{5}{2} \cdot 40$$

$$x+5 = \pm 10$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ x = -15 \end{cases}$$

Vậy $x = 5$ hoặc $x = -15$

Bài 7.

$$a) \frac{x}{y} = \frac{9}{11} \text{ thì } \frac{x}{9} = \frac{y}{11}. \text{ Đặt } \frac{x}{9} = \frac{y}{11} = t \text{ thì } x = 9t; y = 11t.$$

Có $x+y = 60$ nên $9t + 11t = 60$ suy ra $t = 3$

Suy ra $x = 9 \cdot 3 = 27; y = 11 \cdot 3 = 33$

Vậy $x = 27; y = 33$.

$$b) \text{ Đặt: } \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = k. \text{ Có } x = 4k; y = 7k$$

Vì $x \cdot y = 112$ nên $4k \cdot 7k = 112$

$$28k^2 = 112$$

$$k^2 = 4$$

$$k = \pm 2$$

TH1: $k = 2$ thì $x = 4k = 4 \cdot 2 = 8; y = 7k = 7 \cdot 2 = 14$.

TH2: $k = -2$ thì $x = 4k = 4 \cdot (-2) = -8; y = 7k = 7 \cdot (-2) = -14$.

Vậy $x = 8; y = 14$ hoặc $x = -8; y = -14$.

Bài 8. Có $\frac{3x+5y}{x-2y} = \frac{1}{4}$ thì $4(3x+5y) = x-2y$

$$11x = -22y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{-22}{11}$$

$$\frac{x}{y} = -2$$

Vậy $\frac{x}{y} = -2$.

Bài 9: Cho $\frac{a+b}{c+d} = \frac{b+c}{d+a}$

Áp dụng tính chất tỉ lệ thức ta có:

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{b+c}{d+a} \text{ thì } (a+b).(d+a) = (b+c).(c+d)$$

$$a.d + a.a + b.d + b.a = b.c + b.d + c.c + c.d$$

$$a.d + a.a + b.a = b.c + c.c + c.d$$

$$a.(b+d) + a.a = c.c + c.(b+d)$$

$$a = c$$

Vậy: $a = c$

Bài 10: Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh tỉ lệ thức: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (Giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa).

Cách 1: Phương pháp nhân chéo:

Xét tích:

$$a(c-d) = ac - ad$$

$$(a-b)c = ac - bc$$

Có $ad = bc$ nên $a(c-d) = (a-b)c$. Suy ra điều cần chứng minh:

Cách 2: Phương pháp dùng định nghĩa tỉ lệ thức.

Đặt tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ Suy ra: $a = bk, c = dk$

$$\text{Suy ra: } \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d} = \frac{k}{k-1}$$

Bài 11. Tỷ lệ giữa nước và muối để làm nước muối sinh lý là: $\frac{3}{27}$.

Vậy có 90 gam muối thì cần pha với $\frac{3}{27} \cdot 90 = 10$ lít nước tinh khiết

Bài 12. Gọi x (công nhân) là số công nhân cần dùng để hoàn thành công việc trong 12 ngày.

Ta có tỉ lệ thức $\frac{18}{14} = \frac{x}{21}$. Suy ra: $x = \frac{18 \cdot 21}{14} = 27$ (công nhân).

Vậy cần 27 công nhân để hoàn thiện trong 21 ngày.

Bài 13. Gọi hai phân số tối giản cần tìm là $x; y (x, y \in \mathbb{Q})$.

Theo đề bài ta có tử số của chúng tỉ lệ với 7;5 và các mẫu số tỉ lệ với 3;2, nên ta có:

$$x : y = \frac{7}{3} : \frac{5}{2} = 14 : 15 \quad \text{thì} \quad \frac{x}{y} = \frac{14}{15} \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{14+15}{15} \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{29}{15}$$

$$\text{Mà: } x+y = \frac{29}{36} \Rightarrow y = \frac{(x+y) \cdot 15}{29} = \frac{5}{12} \Rightarrow x = \frac{7}{18}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{7}{18}; y = \frac{5}{12}$$

BÀI 21. TÍNH CHẤT DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

VD 1.1.

a) $5x = 4y$ và $x + y = 18$

Từ $5x = 4y$ suy ra $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{4+5} = \frac{18}{9} = 2$

Suy ra $x = 4.2 = 8$ và $y = 5.2 = 10$.

Vậy: $x = 8; y = 10$.

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ và $x - y = 1$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x-y}{3-2} = \frac{1}{1} = 1$

Suy ra $x = 3.1 = 3$ và $y = 2.1 = 2$.

Vậy: $x = 3; y = 2$.

c) $x : 5 = y : 7$ và $2x + 3y = 62$

Từ $x : 5 = y : 7$ suy ra $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{2x+3y}{2.5+3.7} = \frac{62}{31} = 2$

Suy ra $x = 5.2 = 10$ và $y = 7.2 = 14$.

Vậy: $x = 10; y = 14$.

d) $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ và $x^2 + y^2 = 100$.

Từ $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ hay $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16}$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{x^2+y^2}{9+16} = \frac{100}{25} = 4$

Suy ra $x^2 = 9.4 = 36$ thì $x = \pm 6$ và $y = 4.16 = 64$ thì $y = \pm 8$

Vậy: $x = \pm 6; y = \pm 8$.

VD 1.2.

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + y + z = 18$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{18}{9} = 2$

Suy ra: $x = 2.2 = 4; y = 3.2 = 6$ và $z = 4.2 = 8$.

Vậy: $x = 4; y = 6; z = 8$.

b) $x : y : z = 3 : 5 : 6$ và $x - y + z = 16$

Từ $x : y : z = 3 : 5 : 6$ ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{x-y+z}{3-5+6} = \frac{16}{4} = 4$

Suy ra: $x = 3.4 = 12; y = 5.4 = 20$ và $z = 6.4 = 24$.

Vậy: $x = 12; y = 20; z = 24$.

c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ và $2x + y - 3z = 14$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2} = \frac{2x+y-3z}{2.3+7-3.2} = \frac{14}{7} = 2$

Suy ra: $x = 3.2 = 6; y = 7.2 = 14$ và $z = 2.3 = 4$.

Vậy: $x = 6; y = 14; z = 4$.

d) $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$; $\frac{y}{z} = \frac{2}{5}$ và $4x - 3y - 2z = -40$.

Có $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ thì $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$

Có $\frac{y}{z} = \frac{2}{5}$ thì $\frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ hay $\frac{y}{4} = \frac{z}{10}$

Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{10}$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{10} = \frac{4x - 3y - 2z}{4.3 - 3.4 - 2.10} = \frac{-40}{-20} = 2$$

Suy ra: $x = 3 \cdot 2 = 6; y = 4 \cdot 2 = 8$ và $z = 2 \cdot 10 = 20$.

Vậy: $x = 6; y = 8; z = 10$.

VD 2.1. Gọi tuổi mẹ là x , tuổi con là y (tuổi, $x, y \in \mathbb{N}^*$). Do đó ta có: $x + y = 35$;

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{1}.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{x+y}{4+1} = \frac{35}{5} = 7$

Suy ra: $x = 4 \cdot 7 = 28$; $y = 1 \cdot 7 = 7$.

Vậy tuổi mẹ bằng 28, tuổi con bằng 7.

VD 2.2. Gọi x, y, z (triệu đồng) lần lượt là số tiền bác An đầu tư lần lượt vào các mã cổ phiếu MBB, CSV và GEG. Ta có $x + y + z = 100$.

Theo đề bài ta có x, y, z tỉ lệ với $5 : 3 : 2$, nghĩa là $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{5+3+2} = \frac{100}{10} = 10$

Suy ra: $x = 5 \cdot 10 = 50; y = 3 \cdot 10 = 30; z = 2 \cdot 10 = 20$.

Vậy bác An đầu tư lần lượt 50 triệu, 30 triệu và 20 triệu lần lượt vào các mã cổ phiếu MBB, CSV và GEG.

VD 2.3. Gọi a, b, c lần lượt là số học sinh lớp 7A, 7B, 7C ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ta có $\frac{a}{10} = \frac{b}{9} = \frac{c}{8}$ và $a - b = 5$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a}{10} = \frac{b}{9} = \frac{a-b}{10-9} = \frac{5}{1} = 5$

Suy ra: $a = 50; b = 45; c = 40$.

Vậy số học sinh mỗi lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 50, 45, 40 học sinh.

VD 2.4. Gọi số cây của tổ I, II, III, IV trồng thứ tự là x, y, z, t ($x, y, z, t \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có: $x + y + z + t = 184$ và $\frac{x}{10} = \frac{y}{11} = \frac{z}{12} = \frac{t}{13}$.

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{11} = \frac{z}{12} = \frac{t}{13} = \frac{x+y+z+t}{10+11+12+13} = \frac{184}{46} = 4.$$

Suy ra $x = 10.4 = 40; y = 11.4 = 44; z = 12.4 = 48; t = 13.4 = 52$.

Vậy số cây của tổ I, II, III, IV trồng thứ tự là 40, 44, 48, 52.

VD 2.5. *Gọi lượng nước các vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba đã chảy vào hồ thứ tự là x, y, z ($x, y, z > 0$; đơn vị: m^3), thì thời gian mà các vòi đã chảy tương ứng là $3x, 5y, 8z$ (phút).

Theo bài ra ta có: $x + y + z = 15,8$ và $3x = 5y = 8z$.

Từ $3x = 5y = 8z$ chia cho 120 ta được

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{15,8}{79} = 0,2.$$

Từ đó suy ra $x = 40.0,2 = 8(m^3); y = 24.0,2 = 4,8(m^3); z = 15.0,2 = 3(m^3)$.

Vậy lượng nước vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba đã chảy vào hồ thứ tự là $x = 8m^3; y = 4,8m^3; z = 3m^3$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{x+y}{3+6} = \frac{90}{9} = 10$.

Suy ra: $x = 3.10 = 30; y = 6.10 = 60$.

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} \Rightarrow \frac{4x}{12} = \frac{y}{6}$. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{4x}{12} = \frac{y}{6} = \frac{4x-y}{12-6} = \frac{42}{6} = 7.$$

Suy ra: $4x = 12.7 = 84; y = 6.7 = 42$

Vậy: $x = 21; y = 42$.

c) Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = k$ Suy ra: $x = 3k; y = 6k$.

Thay vào $xy = 162$. Ta có: $18k^2 = 162$ thì $k^2 = 9$. Suy ra: $k = \pm 3$.

Với $k = 3$ thì $x = 9; y = 18$.

Với $k = -3$ thì $x = -9; y = -18$.

d) Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = k$. Suy ra: $x = 3k$; $y = 6k$.

Thay vào $2x^2 - y^2 = -8$ ta có $2.(3k)^2 - (6k)^2 = -8$

$$18k^2 - 36k^2 = -8$$

$$-18k^2 = -8$$

$$k^2 = \frac{4}{9}$$

$$k = \pm \frac{2}{3}$$

Với $k = \frac{2}{3}$ thì $x = 2$; $y = 4$.

Với $k = -\frac{2}{3}$ thì $x = -2$; $y = -4$.

Bài 2.

a) Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{30}{10} = 3$

Suy ra: $x = 2.3 = 6$; $y = 3.3 = 9$; $z = 5.3 = 15$.

b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ suy ra: $\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{15}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{15} = \frac{x-2y+3z}{2-6+15} = \frac{33}{11} = 3$

Suy ra: $x = 3.2 = 6$, $y = 3.6 = 18$, $z = 3.15 = 45$.

c) Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$ suy ra: $x = 2k$, $y = 3k$, $z = 5k$.

Thay vào $xyz = -240$ ta được: $2k.3k.5k = -240 \Rightarrow 30k^3 = -240 \Rightarrow k^3 = -8 \Rightarrow k = -2$.

Do đó: $x = 2k = -4$; $y = 3k = -6$; $z = 5k = -10$.

Bài 3.

a) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{13}$ suy ra: $\frac{2x+2}{6} = \frac{3y-6}{12} = \frac{z-1}{13}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{2x+2}{6} = \frac{3y-6}{12} = \frac{z-1}{13} = \frac{2x+2-3y+6+z-1}{6-12+13} = \frac{2x-3y+z+3}{7} = \frac{42+7}{7} = \frac{49}{7} = 7.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 2x + 2 = 6 \cdot 7 = 42 \\ 3y - 6 = 7 \cdot 12 = 84 \\ z - 1 = 13 \cdot 7 = 91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 40 \\ 3y = 90 \\ z = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \\ z = 90 \end{cases}.$$

b) Ta có: $\frac{x}{-3} = \frac{y}{5}$ thì $\frac{x}{6} = \frac{y}{-10}$ và $\frac{y}{2} = \frac{z}{7}$ thì $\frac{y}{-10} = \frac{z}{-35}$

Do đó: $\frac{x}{6} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{35} = \frac{2x - 3y + z}{12 + 30 - 35} = \frac{42}{7} = 6$

Vậy: $x = 36; y = -60; z = -210$.

c) Ta có: $6x = 4y = z$ nên $\frac{6x}{12} = \frac{4y}{12} = \frac{z}{12}$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{12}$$

Do đó: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{12} = \frac{2x - 3y + z}{4 - 9 + 12} = \frac{42}{7} = 6$.

Vậy: $x = 12; y = 18; z = 72$.

d) Ta có: $x = -2y$ thì $\frac{x}{-2} = \frac{y}{1}$ và $7y = 2z$ thì $\frac{y}{2} = \frac{z}{7}$

Do đó: $\frac{x}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{7} = \frac{2x - 3y + z}{-8 - 6 + 7} = \frac{42}{-7} = -6$

Vậy: $x = 24; y = -12; z = -42$.

Bài 4.

a) $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$ và $x + y = 121$. Ta có: $\frac{x}{6} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{6+5} = \frac{121}{11} = 11$ Vậy: $x = 66, y = 55$.

b) $4x = 5y$ và $2x - 5y = 40$. Ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{2x - 5y}{2 \cdot 5 - 5 \cdot 4} = \frac{40}{-10} = -4$. Vậy: $x = -20$,
 $y = -16$.

c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{16}$ và $xy = 192$. Đặt: $\frac{x}{3} = \frac{y}{16} = k$. Suy ra: $x = 3k, y = 16k$.

Do đó: $3k \cdot 16k = 192 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$.

Với $k = 2$ thì $x = 6; y = 32$.

Với $k = -2$ thì $x = -6; y = -32$.

d) $\frac{x}{-3} = \frac{y}{7}$ và $x^2 - y^2 = -360$.

Đặt: $\frac{x}{-3} = \frac{y}{7} = k$ Suy ra: $x = -3k, y = 7k$.

Do đó $9k^2 - 49k^2 = -360 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3$.

Với $k = 3$ thì $x = -9; y = 21$.

Với $k = -3$ thì $x = 9; y = -21$.

e) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$ và $x + y + z = 52$.

Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{52}{13} = 4 \Rightarrow x = 12, y = 16, z = 24$.

f) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $x - 2y + 3z = 46$.

Ta có: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4} = \frac{x-1-2(y+2)+3(z-3)}{2-2.3+3.4} = \frac{32}{8} = 4$.

Suy ra: $x - 1 = 8, y + 2 = 12, z - 3 = 16$.

Vậy: $x = 9, y = 10, z = 19$.

g) $\frac{x}{y} = \frac{7}{10}; \frac{y}{z} = \frac{5}{8}$ và $2x - y + 3z = 104$.

Từ đề bài $\frac{x}{y} = \frac{7}{10}, \frac{y}{z} = \frac{5}{8}$ ta được: $\frac{x}{7} = \frac{y}{10} = \frac{z}{16} = \frac{2x - y + 3z}{2.7 - 10 + 3.16} = \frac{104}{52} = 2$

Vậy: $x = 14, y = 20, z = 32$.

i) $-3x = 2y; 4y = 5z$ và $x^2 - y^2 + z^2 = 76$.

Từ đề bài ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ hay $\frac{x}{10} = \frac{y}{-15}; \frac{y}{-15} = \frac{z}{-12}$ suy ra: $\frac{x}{10} = \frac{y}{-15} = \frac{z}{-12}$.

$$\frac{x^2}{100} = \frac{y^2}{225} = \frac{z^2}{144} = \frac{x^2 - y^2 + z^2}{100 - 225 + 144} = \frac{76}{19} = 4$$

Ta được: $x^2 = 400, y^2 = 900, z^2 = 576$.

Vậy $x = -20, y = 30, z = 24$ hoặc $x = 20, y = -30, z = -24$.

Bài 5.

a) Gọi số bi của An và Chi lần lượt là x và y (viên), ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ và $y - x = 4$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có : $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{y-x}{5-4} = \frac{4}{1} = 4$

$\Rightarrow x = 4.4 = 16$; $y = 4.5 = 20$.

Vậy số bi của An là 16 viên, số bi của Chi là 20 viên.

b) Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn là $x, y(m)$, ($x, y > 0$).

Do diện tích bằng 300 nên $x.y = 300$ (1)

Hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3 nên $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$.

Đặt : $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = k \Rightarrow x = 4k, y = 3k$, thay vào (1) $\Rightarrow 12k^2 = 300 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$.

Suy ra: $x = 20, y = 15$.

c) Gọi số sản phẩm của công nhân thứ nhất và thứ hai lần lượt là x, y .

Do đó ta có mối liên hệ : $\frac{x}{8} = \frac{y}{5}$ và $x - y = 60$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{x-y}{8-5} = \frac{60}{3} = 20$ Suy ra: $x = 8.20 = 160$; $y = 20.5 = 100$.

Vậy công nhân thứ nhất làm được 160 sản phẩm, công nhân thứ hai làm được 100 sản phẩm.

Bài 6.

a) Gọi ba cạnh của tam giác lần lượt là x, y, z (cm), ($x, y, z > 0$)

Do đó ta có mối liên hệ : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và chu vi là $x + y + z = 40,5$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{40,5}{15} = 2,7$

Suy ra: $x = 8,1$, $y = 13,5$, $z = 18,9$.

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác là 8,1; 13,5; 18,9 cm.

b) Gọi bốn số cần tìm lần lượt là x, y, z, t ($x, y, z, t > 0$).

Do đó ta có mối liên hệ: $x + y + z + t = 48$ và $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{t}{9}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{t}{9} = \frac{x+y+z+t}{3+5+7+9} = \frac{48}{24} = 2.$$

Vậy: $x = 6; y = 10; z = 14; t = 18$.

c) Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh), ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Do đó ta có mối liên hệ: $x = \frac{7}{8}y$, $y = \frac{16}{15}z$ và $x + y + z = 135$.

Ta có: $\frac{x}{7} = \frac{y}{8}$ hay $\frac{x}{14} = \frac{y}{16}$; $\frac{y}{16} = \frac{z}{15}$. Do đó ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{14} = \frac{y}{16} = \frac{z}{15}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{14} = \frac{y}{16} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{14+15+16} = \frac{135}{45} = 3.$$

Vậy: $x = 42; y = 48; z = 45$.

Vậy số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 42, 48 và 45 học sinh.

d) Gọi ba số cần tìm theo thứ tự là x, y, z ($x, y, z > 0$)

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$; $\frac{y}{8} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = 237$.

Ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ hay $\frac{x}{40} = \frac{y}{24}$; $\frac{y}{8} = \frac{z}{5}$ hay $\frac{y}{24} = \frac{z}{15}$. Do đó ta có tỉ lệ thức: $\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{237}{79} = 3$$

Suy ra: $x = 120; y = 72; z = 45$.

e) Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (em), ($x, y, z > 0$).

Theo đề bài ta có : $x + y + z = 105$; $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $\frac{y}{6} = \frac{z}{11}$.

Ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = \frac{x+y+z}{4+6+11} = \frac{105}{21} = 5$

Vậy: $x = 20, y = 30, z = 55$.

f) Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C, 7D lần lượt là a, b, c, d (em), ($a, b, c, d > 0$).

Theo đề bài ta có : $\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{d}{14}$ và $2b - a = 39$.

Do đó : $\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{d}{14} = \frac{2b-a}{12 \cdot 2 - 11} = \frac{39}{13} = 3$

Suy ra: $a = 33, b = 36, c = 39, d = 42$.

Bài 7.

a) Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ Ta có: $a = bk; c = dk$.

Ta có : $\frac{a+b}{b} = \frac{bk+b}{b} = \frac{b(k+1)}{b} = k+1; \frac{c+d}{d} = \frac{dk+d}{d} = \frac{d(k+1)}{d} = k+1$.

Do đó $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

b) Ta có : $\frac{a+b}{a-b} = \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}; \frac{c+d}{c-d} = \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}$.

Vậy $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

c) Ta có : $\frac{5a+2b}{5a-2b} = \frac{5bk+2b}{5bk-2b} = \frac{b(5k+2)}{b(5k-2)} = \frac{5k+2}{5k-2}$;

$\frac{5c+2d}{5c-2d} = \frac{5dk+2d}{5dk-2d} = \frac{d(5k+2)}{d(5k-2)} = \frac{5k+2}{5k-2}$.

Vậy $\frac{5a+2b}{5a-2b} = \frac{5c+2d}{5c-2d}$.

d) Ta có : $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = \frac{b^2k^2+d^2k^2}{b^2+d^2} = \frac{k^2(b^2+d^2)}{b^2+d^2} = k^2;$

$\frac{(a+c)^2}{(b+d)^2} = \frac{(bk+dk)^2}{(b+d)^2} = \frac{k^2(b+d)^2}{(b+d)^2} = k^2$.

Vậy $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = \frac{(a+c)^2}{(b+d)^2}$.

Bài 8.

a) Đặt $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$ thì $a = ck, b = dk$.

$$\text{Ta có: } \frac{a-c}{c} = \frac{ck-c}{c} = \frac{c(k-1)}{c} = k-1; \frac{b-d}{d} = \frac{dk-d}{d} = \frac{d(k-1)}{d} = k-1.$$

$$\text{Vậy } \frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}.$$

$$\text{b) } \frac{a+c}{b+d} = \frac{ck+c}{dk+d} = \frac{c(k+1)}{d(k+1)} = \frac{c}{d}; \frac{a-c}{b-d} = \frac{ck-c}{dk-d} = \frac{c(k-1)}{d(k-1)} = \frac{c}{d}.$$

$$\text{Vậy } \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}.$$

$$\text{c) Ta có: } \frac{3a+4c}{3a-4c} = \frac{3ck+4c}{3ck-4c} = \frac{c(3k+4)}{c(3k-4)} = \frac{3k+4}{3k-4};$$

$$\frac{3b+4d}{3b-4d} = \frac{3dk+4d}{3dk-4d} = \frac{d(3k+4)}{d(3k-4)} = \frac{3k+4}{3k-4}.$$

$$\text{Vậy } \frac{3a+4c}{3a-4c} = \frac{3b+4d}{3b-4d}.$$

$$\text{d) } \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$$

$$\text{Ta có: } \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{c^2k^2+d^2k^2}{c^2+d^2} = \frac{k^2(c^2+d^2)}{c^2+d^2} = k^2; \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2} = \frac{(ck+dk)^2}{(c+d)^2} = \frac{k^2(c+d)^2}{(c+d)^2} = k^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}.$$

Bài 9.

$$\text{a) Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ thì } a = bk, c = dk.$$

$$\text{Do đó: } \frac{a-2b}{b} = \frac{bk-2b}{b} = \frac{b(k-2)}{b} = k-2, \frac{c-2d}{d} = \frac{dk-2d}{d} = \frac{d(k-2)}{d} = k-2.$$

$$\text{Vậy } \frac{a-2b}{b} = \frac{c-2d}{d}.$$

$$\text{b) } (a+4c)(2b-3d) = (b+4d)(2a-3c)$$

$$(a+4c)(2b-3d) = (bk+4dk)(2b-3d) = k(b+4d)(2b-3d).$$

$$(b+4d)(2a-3c) = (b+4d)(2bk-3dk) = k(b+4d)(2b-3d).$$

$$\text{Vậy } (a+4c)(2b-3d) = (b+4d)(2a-3c).$$

$$c) \frac{ac}{bd} = \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2}.$$

$$\frac{ac}{bd} = \frac{bk \cdot dk}{b \cdot d} = k^2; \quad \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \frac{b^2 k^2 - d^2 k^2}{b^2 - d^2} = \frac{k^2(b^2 - d^2)}{b^2 - d^2} = k^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{ac}{bd} = \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2}.$$

Bài 10. Ta có $a+c = 2b$ thì $d(a+c) = 2bd$. Mà $2bd = c(b+d)$ nên $d(a+c) = c(b+d)$

$$ad + cd = bc + cd$$

$$ad = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Bài 11. Ta có $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}$ suy ra: $(a+b)(c-a) = (c+a)(a-b)$

$$ac - a^2 + bc - ab = ac - bc + a^2 - ab$$

$$a^2 = bc.$$

Bài 12. Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ Suy ra: $a = bk, c = dk$. Có $\frac{a+3b}{b} = \frac{bk+3b}{b} = k+3$,

$$\frac{c+3d}{d} = \frac{dk+3d}{d} = k+3.$$

$$\text{Vậy } \frac{a+3b}{b} = \frac{c+3d}{d}.$$

$$b) \frac{a^2 + 4b^2}{b^2} = \frac{c^2 + 4d^2}{d^2}.$$

$$\frac{a^2 + 4b^2}{b^2} = \frac{b^2 k^2 + 4b^2}{b^2} = k^2 + 4.$$

$$\frac{c^2 + 4d^2}{d^2} = \frac{d^2 k^2 + 4d^2}{d^2} = k^2 + 4.$$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + 4b^2}{b^2} = \frac{c^2 + 4d^2}{d^2}.$$

BÀI 22. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

VD 1.1.

a) Ta có $\frac{y}{x} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$. Do đó $y = \frac{5}{3}x$.

b) Khi $x = 24$ thì $y = \frac{5}{3} \cdot 24 = 40$.

c) Từ $y = \frac{5}{3}x$ suy ra $x = \frac{3}{5}y$. Do đó, khi $y = \frac{3}{16}$ thì $x = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{16} = \frac{9}{80}$

VD 1.2. Từ dòng đầu ta suy ra: $y = -4x$ và $x = \frac{-1}{4}y$. Điền các số vào bảng ta được:

x	2	4	5	-3	-5	0,3	$\frac{-1}{4}$?
y	-8	-16	-20	12	20	-1,2	1	$\frac{4}{3}$

VD 1.3.

a) Quãng đường đi được s (km) theo thời gian t (h) là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Vì vật chuyển động đều với vận tốc 25 (km/h) nên hệ số tỉ lệ $k = 25$.

Ta có công thức tính : $s = 25t$.

b) Khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3) của thanh kim loại đồng chất là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Vì thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng là D (m^3) nên hệ số tỉ lệ $k = D$.

Ta có công thức tính : $m = D.V$.

VD 1.4.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận ta có : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau thì : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = k$.

Thay số : $\frac{y_1}{4} = \frac{y_2}{-10} = \frac{7}{4 - (-10)} = k$.

Do đó : $k = \frac{7}{4 - (-10)} = \frac{1}{2}$, $y_1 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ và $y_2 = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5$.

b) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = \frac{1}{2}x$.

VD 2.1. Gọi $x, y(g)$ lần lượt là khối lượng của hai thanh đồng. Ta có $y - x = 72$.

Khối lượng của hai thanh đồng tỉ lệ thuận với thể tích của nó nên $\frac{x}{26} = \frac{y}{34}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{26} = \frac{y}{34} = \frac{y-x}{34-26} = \frac{72}{8} = 9$.

Suy ra: $x = 26 \cdot 9 = 234$, $y = 34 \cdot 9 = 306$.

Vậy hai thanh đồng có khối lượng tương ứng là 234 g và 306 g.

VD 2.2. Gọi x, y, z (cuốn sách) lần lượt là số sách thầy tặng lần lượt cho các tổ I, tổ II và tổ III. Ta có : $x + y + z = 30$

Vì số học sinh tỉ lệ thuận với số sách được nhận nên $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{36}{9} = 4$.

Suy ra $x = 4 \cdot 2 = 8; y = 4 \cdot 3 = 12; z = 4 \cdot 4 = 16$.

Vậy số học của ba tổ lần lượt là 8 học sinh, 12 học sinh và 16 học sinh.

VD 2.3. Gọi x, y và z (triệu đồng) là số tiền thưởng lần lượt của ba công nhân. Vì tổng số tiền thưởng người thứ nhất và người thứ ba hơn người thứ hai 15 triệu đồng. ta có $x + z - y = 15$.

Số tiền thưởng và năng suất lao động là hai đại lượng tỉ lệ thuận ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$

.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x-y+z}{3-5+7} = \frac{15}{5} = 3$.

Suy ra $x = 3 \cdot 3 = 9; y = 5 \cdot 3 = 15; z = 7 \cdot 3 = 21$.

Vậy số tiền thưởng của ba công nhân lần lượt là 9 triệu đồng, 15 triệu đồng và 21 triệu đồng.

VD 2.4. Gọi số đo các góc A, B, C của ΔABC lần lượt là x, y, z độ.

Trong ΔABC thì tổng ba góc A, B, C bằng 180° nên ta có : $x + y + z = 180^\circ$.

Vì số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với các số $1; 2; 3$ nên ta có : $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{1+2+3} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ.$$

Suy ra : $x = 30^\circ$, $y = 2.30^\circ = 60^\circ$, $z = 3.30^\circ = 90^\circ$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k = 5$ nên ta có $y = 5x$.

Do đó : $x = \frac{1}{5}y$. Cho nên đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{5}.$$

Bài 2.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có công thức : $y = kx$.

Theo điều kiện, khi $x = 8$ thì $y = 3$ nên thay vào công thức ta tính được k :

$$3 = k.8 \Rightarrow k = \frac{3}{8}.$$

b) Ta có : $y = kx$ nên $k = \frac{3}{8}$ thì $y = \frac{3}{8}x$

c) x Tính giá trị của y khi $x = -2$ và $x = 5$. Ta có : $y = \frac{3}{8}x$.

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow y = \frac{3}{8}.(-2) = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Với } x = 5 \Rightarrow y = \frac{3}{8}.5 = \frac{15}{8}.$$

Bài 3. Vì đại lượng z tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là $k = 2$ nên $z = k.y$.

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là $h = -\frac{3}{5}$ nên $y = k.x$.

Do đó : $z = k.y = k.h.x$. Thay số $z = 2.\left(-\frac{3}{5}\right)x = -\frac{6}{5}x$. Suy ra đại lượng z tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là $-\frac{6}{5}$.

Bài 4.

Vì y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ k nên $y_1 = kx_1$.

Vì y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ k nên $y_2 = kx_2$.

Do đó : $y_1 - y_2 = kx_1 - kx_2 = k(x_1 - x_2)$ nên $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Bài 5.

a) Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k(k \neq 0)$ nên ta có công thức : $y = kx$. Thì $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Ta có : $y_1 - y_2 = k(x_1 - x_2)$. Thay số $-3 = k.12 \Rightarrow k = \frac{-3}{12} = -\frac{1}{4}$. Do đó ta có biểu diễn y theo x là : $y = -\frac{1}{4}x$.

b) Tính giá trị của y

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \cdot (-2) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với } x = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1.$$

Bài 6.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận

$$\text{ta có : } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k.$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau thì : } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{2y_1}{2x_1} = \frac{3y_2}{3x_2} = \frac{2y_1 - 3y_2}{2x_1 - 3x_2} = k.$$

$$\text{Thay số : } \frac{y_1}{-0,5} = \frac{y_2}{-1,5} = \frac{-10,5}{2 \cdot (-0,5) - 3 \cdot (-1,5)} = k.$$

Do đó : $k = \frac{-10,5}{2.(-0,5) - 3.(-1,5)} = \frac{-10,5}{3,5} = -3$, $y_1 = -0,5.(-3) = 1,5$ và $y_2 = -1,5.(-3) = 4,5$.

b) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = -3x$.

Bài 7.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận ta có : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau thì : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{3y_1}{3x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{3y_1 + y_2}{3x_1 + x_2} = k$.

Thay số : $\frac{3}{x_1} = \frac{-15}{x_2} = \frac{3.3 + (-15)}{-4} = k$.

Do đó : $k = \frac{3.3 + (-15)}{-4} = \frac{3}{2}$, $x_1 = 3 : \frac{3}{2} = 2$ và $x_2 = -15 : \frac{3}{2} = -10$.

b) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = \frac{3}{2}x$.

Bài 8. Đổi 2 (tấn) = 2000 (kg).

Gọi khối lượng gạo có trong 2 tấn thóc (2000 kg) là x (kg).

Vì khối lượng gạo và khối lượng thóc là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Theo tính chất

của đại lượng tỉ lệ thuận ta có : $\frac{x}{2000} = \frac{60}{100} \Rightarrow x = \frac{2000.60}{100} = 1200$.

Vậy lượng gạo có trong 2 tấn thóc là 1200 (kg).

Bài 9.

a) Vì $k = \frac{y}{x} \Rightarrow k = \frac{4}{-2} = -2$.

b) Ta có : Công thức biểu diễn đại lượng y theo đại lượng x là : $y = -2x$.

Do đó ta điền được các kết quả vào ô trống như sau :

x	-4	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	2
y	8	6	4	1	-4

Bài 10.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận ta có : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau thì : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1+y_2}{x_1+x_2} = k$.

Thay số : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{-2}{6} = k$.

Do đó : $k = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$. Suy ra hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức .

b) Do đó ta điền được các kết quả vào ô trống như sau :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	-3	-1	0	18
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1	$\frac{1}{3}$	0	-6

Bài 11.

a) Các ô trống đều được điền số 9.

b) Hai đại lượng s và t có tỉ lệ thuận với nhau vì $s = 9t$.

Ta có thể nói : Đại lượng s tỉ lệ thuận với đại lượng t theo hệ số tỉ lệ $k = 9$ hoặc

Đại lượng t tỉ lệ thuận với đại lượng s theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k} = \frac{1}{9}$.

Bài 12.

Ta $y = -\frac{1}{3}x$ có : $1,35 = -0,3.(-0,45)$; $0,9 = -0,3.(-3)$; $0 = -0,3.0$; $-0,45 = -0,3.1,5$; $-0,675 = -0,3.2,25$.

Do đó : Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau vì $y = -0,3x$.

Ta có thể nói : Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k = -0,3$

hoặc đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k} = \frac{1}{-0,3} = -\frac{10}{3}$.

Bài 13.

a) Khi chia số 117 thành ba phần thì ta gọi mỗi phần lần lượt là x, y, z .

Vì tổng ba phần x, y, z là 117 nên ta có : $x + y + z = 117$.

Vì ba phần x, y, z lần lượt tỉ lệ với các số 3;4;6 nên ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{117}{13} = 9$.

Suy ra : $x = 3.9 = 27$, $y = 4.9 = 36$, $z = 6.9 = 54$.

b) Khi chia số 117 thành ba phần thì ta gọi mỗi phần lần lượt là x, y, z .

Vì tổng ba phần x, y, z là 117 nên ta có : $x + y + z = 117$.

Vì ba phần x, y, z lần lượt tỉ lệ với các số $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$ nên ta có : $\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{117}{\frac{4}{12}} = 156.$$

Suy ra : $x = \frac{1}{3}.156 = 52$, $y = \frac{1}{4}.156 = 39$, $z = \frac{1}{6}.156 = 26$.

Bài 14. Vì ba số x, y và z lần lượt tỉ lệ với các số 3;5;7 nên ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{z-y}{7-5} = \frac{1}{2}$.

Suy ra : $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{5}{2}$ và $z = \frac{7}{2}$.

Bài 15. Gọi khối lượng của hai thanh kim loại đồng chất tương ứng là m_1 gram và m_2 gram.

Vì khối lượng của cả hai thanh là 225 (g) nên ta có : $m_1 + m_2 = 225$ (g).

Do khối lượng và thể tích của vật thể là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau nên ta

có : $\frac{m_1}{10} = \frac{m_2}{15}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có : $\frac{m_1}{10} = \frac{m_2}{15} = \frac{m_1+m_2}{10+15} = \frac{225}{25} = 9$.

Suy ra : $m_1 = 10.9 = 90$ (g) và $m_2 = 15.9 = 135$ (g).

Bài 16. Gọi số cây phải trồng và chăm sóc của các lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z .
Đơn vị (cây).

Vì tổng số cây của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 50 cây nên ta có :
 $x + y + z = 50$.

Do số cây xanh tỉ lệ với số học sinh của mỗi lớp nên ta có : $\frac{x}{45} = \frac{y}{54} = \frac{z}{51}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{45} = \frac{y}{54} = \frac{z}{51} = \frac{x+y+z}{45+54+51} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra : $x = 45 \cdot \frac{1}{3} = 15$, $y = 54 \cdot \frac{1}{3} = 18$ và $z = 51 \cdot \frac{1}{3} = 17$.

Vậy số cây phải trồng và chăm sóc của lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự lần lượt là : 9 (cây), 18 (cây) và 17 (cây).

Bài 17. Gọi khối lượng hàng vận chuyển được của mỗi đơn vị A, B, C lần lượt là x, y, z . Đơn vị (tấn).

Vì tổng khối lượng hàng vận chuyển của cả ba đơn vị là 700 tấn nên ta có :
 $x + y + z = 700$ (tấn).

Mỗi lượt huy động xe, các đơn vị vận chuyển một khối lượng hàng tương ứng là :

Đơn vị A : $12.5 = 60$ (tấn).

Đơn vị B : $15.3 = 45$ (tấn).

Đơn vị C : $20.3,5 = 70$ (tấn).

Vì số lượt huy động xe như nhau nên khối lượng hàng vận chuyển được của ba đơn vị tỉ lệ thuận với khối lượng hàng của các đơn vị vận chuyển được trong mỗi

lượt huy động nên ta có : $\frac{x}{60} = \frac{y}{45} = \frac{z}{70}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{60} = \frac{y}{45} = \frac{z}{70} = \frac{x+y+z}{60+45+70} = \frac{700}{175} = 4.$$

Suy ra : $x = 60.4 = 240$, và $z = 70.4 = 280$.

Vậy khối lượng hàng đơn vị A, B, C vận chuyển được lần lượt là 240 (tấn), 180 (tấn) và 280 (tấn).

Bài 18. Gọi số bút bi, chì, dạ có trong mỗi hộp lần lượt là : x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Vì tổng số bút các loại là 240 cái nên ta có : $x + y + z = 240$.

Số bút bi, chì, dạ còn lại sau khi bán lần lượt là : $\frac{x}{2}, \frac{y}{4}, \frac{z}{6}$ cái.

Vì sau khi bán số bút mỗi loại còn lại là bằng nhau nên ta có : $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau : $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{2+4+6} = \frac{240}{12} = 20$.

Từ đó tìm được : $x = 40, y = 80$ và $z = 120$.

Vậy số bút bi, chì, dạ lần lượt là : 40 (cái), 80 (cái) và 120 (cái).

Bài 19. Gọi số giấy vụn thu được của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là : x, y, z ($x > 0, y > 0, z > 0$). Đơn vị (kg).

Vì số kg giấy mỗi lớp thu được lần lượt tỉ lệ với 30, 45, 42 nên ta có :

$$\frac{x}{30} = \frac{y}{45} = \frac{z}{42}.$$

Vì tổng của hai lần số kg giấy vụn của lớp 7C và ba lần số giấy của lớp 7B thì nhiều hơn bốn lần số kg giấy của lớp 7A là 19 kg nên ta có : $3y + 2z - 4x = 19$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau :

$$\frac{x}{30} = \frac{y}{45} = \frac{z}{42} = \frac{4x}{120} = \frac{3y}{135} = \frac{2z}{84} = \frac{3y + 2z - 4x}{135 + 84 - 120} = \frac{198}{99} = 2.$$

Từ đó tìm được : $x = 60, y = 90$ và $z = 84$.

Vậy khối lượng giấy thu được của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là : 60 (kg), 90 (kg) và 84 (kg).

Bài 20. Gọi khối lượng giấy vụn thu được của ba chi đội 7A, 7B và 7C lần lượt là : m_1, m_2 và m_3 ($m_1 > 0, m_2 > 0, m_3 > 0$). Đơn vị (kg).

Từ điều kiện đề bài, ta có : $m_1 + m_2 + m_3 = 120$ (kg) và $\frac{m_1}{9} = \frac{m_2}{7} = \frac{m_3}{8}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{m_1}{9} = \frac{m_2}{7} = \frac{m_3}{8} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{9 + 7 + 8} = \frac{120}{24} = 5.$$

Tìm được : $m_1 = 45$ (kg), $m_2 = 35$ (kg) và $m_3 = 40$ (kg).

Bài 21. Gọi số học sinh giỏi ở các khối 6, 7, 8, 9 lần lượt là : x, y, z, t ($x, y, z, t \in \mathbb{N}^*$). Đơn vị (học sinh).

Từ điều kiện đề bài : $t - z = 6$ (học sinh) và $\frac{x}{1,4} = \frac{y}{1,2} = \frac{z}{1,3} = \frac{t}{1,5}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{1,4} = \frac{y}{1,2} = \frac{z}{1,3} = \frac{t}{1,5} = \frac{t-z}{1,5-1,3} = \frac{6}{0,2} = 30.$$

Tìm được : $x = 42$ (học sinh), $y = 36$ (học sinh), $z = 39$ (học sinh) và $t = 45$.

BÀI 23. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

VD 1.1.

a) Ta có $xy = 2 \cdot 5 = 15$. Do đó $y = \frac{15}{x}$.

b) Khi $x = 3$ ta có $y = \frac{15}{-6} = -\frac{5}{3}$.

c) Từ $y = \frac{15}{x}$ suy ra $x = \frac{15}{y}$. Do đó với $x = \frac{15}{0,8} = \frac{75}{4}$.

VD 1.2.

x		2	-2	2,5	
y		4	-4		-0,4

VD 1.3. Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là x và y (m).

Ta có $x \cdot y = 14m^2$. Vậy chiều dài và chiều rộng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

VD 2.1.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch ta có :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}. \text{ Suy ra: } \frac{y_1}{15} = \frac{y_2}{-10} = \frac{y_1 - y_2}{15 - (-10)} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}.$$

Do đó : $y_1 = 15 \cdot \frac{1}{5} = 3$ và $y_2 = -10 \cdot \frac{1}{5} = -2$.

b) Ta có $a = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = -30$ nên ta có biểu diễn y theo x là : $y = \frac{-30}{x}$.

VD 2.2.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch ta có :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có : $\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{2x_2}{2y_1} = \frac{x_1 - 2x_2}{y_2 - 2y_1}$

Suy ra: $\frac{x_1}{15} = \frac{x_2}{5} = \frac{2x_2}{2.5} = \frac{8}{15 - 2.5} = \frac{8}{5}$. Do đó : $x_1 = 15 \cdot \frac{8}{5} = 24$ và .

b) Ta có $a = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = 120$ nên ta có biểu diễn y theo x là : $y = \frac{120}{x}$.

$\forall x_2 = 5 \cdot \frac{8}{5} = 8$ **D 2.3.** Gọi thời gian để 5 máy cày cày xong cánh đồng là x (giờ).

Vì năng suất của mỗi máy cày là như nhau, nên để cày cùng một cánh đồng, số máy cày tỉ lệ nghịch với số giờ cày xong cánh đồng.

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch ta có : $\frac{30}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{5} = 18$.

Vậy 5 máy cày cày xong cánh đồng đồng đó hết 18 (giờ).

VD 3.1. Gọi x, y, z (giờ) lần lượt là thời gian ô tô đi trên ba chặng đường. Ta có $x + y + z = 6$.

Do độ dài mỗi chặng đường là bằng nhau nên thời gian đi trên mỗi chặng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó ta có: $60x = 80y = 120z$.

Suy ra $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{4+3+2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Suy ra $x = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$ (giờ)

Do đó khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là $60 \cdot \frac{8}{3} = 480$ (km).

VD 3.2. Khi chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4 thì ta được mỗi phần lần lượt là x, y, z và ($x > 0, y > 0, z > 0$).

- Vì tổng ba số là 520 nên ta có : $x + y + z = 520$.

- Vì Chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4 nên ta có :

$$2x = 3y = 4z.$$

- Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$2x = 3y = 4z = \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

Suy ra: $2x = 3y = 4z = \frac{520}{\frac{13}{12}} = 480$.

Suy ra: $x = 480 : 2 = 240$, $y = 480 : 3 = 160$, $z = 480 : 4 = 120$.

VD 3.3. Gọi x, y, z (máy) là số máy lần lượt của ba tổ I, II và III. Ta có $x+y+z=52$.

Do khối lượng công việc không đổi. Vậy số máy và thời gian làm việc là hai đại

lượng tỉ lệ nghịch. Do đó ta có $4x = 6y = 8z$. Suy ra $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{52}{13} = 4$

Suy ra: $x = 4.6 = 24; y = 4.4 = 16; z = 4.3 = 12$

Vậy số máy của ba tổ là 24;16 và 12.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) Vì đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ -2 nên ta có :

$$y = \frac{-2}{x}.$$

Do đó : $x = \frac{-2}{y}$ nên đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ -2 .

b) Vì đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ a nên ta có : $y = \frac{a}{x}$.

Do đó : $x = \frac{a}{y}$ nên đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ a .

Bài 2.

a) $x.y = a$ nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Hệ số tỉ lệ nghịch là a .

b) $u.t = S$ nên u và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Hệ số tỉ lệ nghịch là S .

c) $S = \pi R^2$ nên S và R không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

d) $a = N.t$ nên N và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Hệ số tỉ lệ nghịch là a .

Bài 3.

a) Vì x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số nên ta có : $x = \frac{a}{y}$.

Vì y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số b nên ta có : $y = \frac{b}{z}$.

Do đó : $x = \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot z$. Suy ra : Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ

lệ thuận $k = \frac{a}{b}$.

b) Vì x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số c nên ta có : .

Vì y và z tỉ lệ thuận với nhau theo hệ số d nên ta có : $y = dz$.

Do đó : $x = \frac{c}{dz}$. Suy ra : Đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ

nghịch $a = \frac{c}{d}$.

Bài 4.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có công thức : $y = \frac{a}{x}$.

Theo điều kiện, khi $x = 6$ thì $y = 15$ nên thay vào công thức ta tính được a :

$$15 = \frac{a}{6} \Rightarrow a = 15 \cdot 6 = 90.$$

b) Ta có : $y = \frac{a}{x}$ nên $a = 90$ thì $y = \frac{90}{x}$.

c) Tính giá trị của y khi $x = 3$ và $x = -45$.

Ta có : $y = \frac{90}{x}$.

- Với $x = 3 \Rightarrow y = \frac{90}{3} = 30$.

- Với $x = -45 \Rightarrow y = \frac{90}{-45} = -2$.

Bài 5. Khi bổ sung 6 người nữa thì đội sẽ có $24 + 6 = 30$ (người).

Gọi thời gian để 30 (người) trồng xong số cây theo dự định là x (ngày).

Vì số cây không đổi nên số người và số ngày trồng cây là tỉ lệ nghịch với nhau.

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch ta có : $\frac{24}{30} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 5}{30} = 4$.

Vậy thời gian để 30 (người) trồng xong số cây theo dự định là 4 (ngày).

Do đó sẽ trồng xong số cây sớm $5 - 4 = 1$ (ngày).

Bài 6.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có công thức : $y = \frac{a}{x}$ (với $a \neq 0$).

Nếu $x = \frac{c}{y}$ thì : $y_4 = \frac{a}{x_4} \Rightarrow a = x_4 \cdot y_4$ thay số $a = 2 \cdot 3 = 6$.

Vậy hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x là : $a = 6$.

b) Công thức biểu diễn của đại y theo đại lượng x là : $y = \frac{6}{x}$.

Do đó : $y_1 = 6 : (-1) = -6$, $y_2 = 6 : (-2) = -3$, $y_3 = 6 : 1 = 6$ và $y_5 = 6 : 4 = \frac{3}{2}$.

c) Các tích đó đều bằng 6 (hệ số tỉ lệ).

Bài 7.

Ta có : x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có công thức : $y = \frac{a}{x} \Rightarrow a = xy$.

Thay số : $a = 8 \cdot 1,5 = 12$.

Từ đó, điền được các số thích hợp vào các ô trống như sau :

x	-3	-1,2	3	-12	8	2,5
y	-4	-10	4	-1	1,5	4,8

Bài 8.

Ta có : Kích thước x và y của hình chữ nhật là hai đại lượng tỉ lệ nghịch vì $xy = 160$ không đổi.

Nên : $y = \frac{160}{x}$.

Từ đó, lập được bảng các giá trị của y tương ứng với các giá trị của x là :

x	8	10	16	20	25
y	20	16	10	8	6,4

Bài 9. Ta có : $3 \cdot 50 = 150 \neq 40 \cdot 4 = 160$. Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 10. Ta có : $10.10 = 20.5 = 25.4 = 30.\frac{10}{3} = 40.2,5 = 100$. Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 11. Gọi số máy của ba đội lần lượt là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$). Đơn vị (máy).

Vì ba đội có tất cả 26 máy nên ta có : $x + y + z = 26$.

Vì ba đội máy sản xuất làm ba khối lượng công việc như nhau mà các máy có cùng năng suất nên số máy tỉ lệ nghịch với số ngày hoàn thành công việc, do đó : $4x = 6y = 8z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$4x = 6y = 8z = \frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{8}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{26}{\frac{13}{24}} = 48.$$

Suy ra : $x = 48 : 4 = 12, y = 48 : 6 = 8, z = 48 : 8 = 6$.

Vậy số máy của ba đội lần lượt là : 12 (máy), 8 (máy) và 6 (máy).

Bài 12. Gọi thời gian xe đi hết mỗi chặng lần lượt là t_1, t_2, t_3 giờ ($t_1 > 0, t_2 > 0, t_3 > 0$).

Đơn vị (giờ).

Vì tổng thời gian xe chạy từ A đến B hết 4 giờ nên ta có : $t_1 + t_2 + t_3 = 4$.

Vì xe chạy trên ba chặng đường có chiều dài là như nhau nên vận tốc và thời gian đi trên mỗi chặng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó : $72t_1 = 60t_2 = 40t_3$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$72t_1 = 60t_2 = 40t_3 = \frac{t_1}{\frac{1}{72}} = \frac{t_2}{\frac{1}{60}} = \frac{t_3}{\frac{1}{40}} = \frac{t_1+t_2+t_3}{\frac{1}{72} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40}} = \frac{4}{\frac{1}{18}} = 72.$$

Suy ra : $t_1 = 72 : 72 = 1, t_2 = 72 : 60 = 1,2$ và $t_3 = 72 : 40 = 1,8$.

Chiều dài của đoạn đường AB là tổng chiều dài của ba chặng :

$$72t_1 + 60t_2 + 40t_3 = 72.1 + 60.1,2 + 40.1,8 = 216.$$

Vậy chiều dài của đoạn đường AB là : 216 (km).

Bài 13. Đổi 30 (phút) = 0,5 (giờ).

Gọi thời gian để đi hết quãng đường AB của hai xe ô tô lần lượt là t_1 và t_2 giờ ($t_1 > 0, t_2 > 0$). Đơn vị (giờ).

Vì thời gian đi của xe thứ nhất ít hơn xe thứ hai là 30 phút (0,5 (giờ) nên ta có $t_2 - t_1 = 0,5$.

Vì hai xe ô tô cùng chạy trên một quãng đường AB nên vận tốc và thời gian đi là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó : $60t_1 = 40t_2$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$60t_1 = 40t_2 = \frac{t_1}{\frac{1}{60}} = \frac{t_2}{\frac{1}{40}} = \frac{t_2 - t_1}{\frac{1}{40} - \frac{1}{60}} = \frac{0,5}{\frac{1}{120}} = 60.$$

Suy ra : $t_1 = 60 : 60 = 1$ và $t_2 = 60 : 40 = 1,5$.

Chiều dài của quãng đường AB là : $60.1 = 40.1,5 = 60$.

Vậy quãng đường AB có chiều dài là : 60 (km).

Bài 14. Gọi số lượng xe ô tô mỗi loại 40 tấn, 25 tấn và 5 tấn lần lượt là x, y, z chiếc ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$). Đơn vị (xe).

Vì tổng số xe ô tô của cả ba loại là 114 chiếc nên ta có : $x + y + z = 114$.

Vì $\frac{2}{3}$ số xe loại 40 tấn bằng $\frac{2}{5}$ số xe loại 25 tấn và bằng $\frac{3}{7}$ số xe loại 5 tấn nên

ta có : $\frac{2}{3}x = \frac{2}{5}y = \frac{3}{7}z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{2}{3}x = \frac{2}{5}y = \frac{3}{7}z = \frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{y}{\frac{5}{2}} = \frac{z}{\frac{7}{3}} = \frac{x+y+z}{\frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{7}{3}} = \frac{114}{\frac{19}{3}} = 18.$$

Suy ra : $x = 18. \frac{3}{2} = 27$, $y = 18. \frac{5}{2} = 45$ và $z = 18. \frac{7}{3} = 42$.

Vậy số lượng xe ô tô mỗi loại 40 tấn, 25 tấn và 5 tấn lần lượt là : 27 (xe), 45 (xe) và 42 (xe).

Bài 15. Đổi 7 giờ 30 phút = $\frac{15}{2}$ giờ.

Gọi số sản phẩm mà mỗi công nhân sản xuất trong một giờ của công nhân thứ nhất, hai, ba lần lượt là x, y, z sản phẩm $x, y, z \in \mathbb{N}^*$. Đơn vị (sản phẩm).

Vì trong 1 giờ, công nhân thứ hai sản xuất nhiều hơn công nhân thứ ba là 3 sản phẩm nên ta có :

$$y - z = 3.$$

Vì ba công nhân phải sản xuất số phẩm là như nhau nên năng suất lao động và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó : $9x = 6y = \frac{15}{2}z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$9x = 6y = \frac{15}{2}z = \frac{x}{\frac{9}{9}} = \frac{y}{\frac{6}{6}} = \frac{z}{\frac{2}{15}} = \frac{y-z}{\frac{6}{6} - \frac{2}{15}} = \frac{3}{\frac{1}{30}} = 90.$$

$$\text{Suy ra : } x = 90 : 9 = 10, y = 90 : 6 = 15 \text{ và } z = 90 : \frac{15}{2} = 12.$$

Vậy số sản phẩm mà mỗi công nhân sản xuất trong một giờ của công nhân thứ nhất, hai, ba lần lượt là 10 (sản phẩm), 15 (sản phẩm), 12 (sản phẩm).

Bài 16.

a) Ta có : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có : $\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{5x_2}{5y_1} = \frac{x_1 - 5x_2}{y_2 - 5y_1}$.

Thay số : $\frac{x_1}{-12} = \frac{x_2}{8} = \frac{-39}{-12 - 5 \cdot 8} = \frac{-39}{-52} = \frac{3}{4}$. Tìm được : $x_1 = -9$ và $x_2 = 6$.

b) Hệ số tỉ lệ của y đối với x là : $a = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = -72$. Biểu diễn của y theo x là :

$$y = -\frac{72}{x}.$$

Bài 17. Gọi số máy của đội 1, đội 2, đội 3 lần lượt là : x, y và z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$). Đơn vị (máy).

- Theo điều kiện đề bài, ta có : $4x = 6y = 8z$ và $x - y = 2$.

- Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{8}} = \frac{x-z}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{1}{12}} = 24.$$

Tìm được : $x = 6$ (máy), $y = 4$ (máy) và $z = 3$ (máy).

Bài 18. Gọi số sản phẩm tổ A, B, C làm được lần lượt là : x, y và z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Đơn vị (sản phẩm).

- Vì trong cùng một thời gian làm việc thì số sản phẩm làm được tỉ lệ nghịch với thời gian để hoàn thành một sản phẩm nên ta có : $2x = 3y = 4z$.

- Vì tổng số sản phẩm tổ A và C làm được nhiều hơn số sản phẩm của tổ B làm được 30 sản phẩm nên ta có :

$$x + z - y = 30.$$

- Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{x+z-y}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}} = \frac{30}{\frac{5}{12}} = 72.$$

Tìm được : $x = 36$ (sản phẩm), $y = 24$ (sản phẩm) và $z = 18$ (sản phẩm).

Bài 19.

Gọi số dụng cụ của công nhân thứ nhất, thứ hai, thứ ba tiện được lần lượt là : x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$). Đơn vị là (dụng cụ).

Vì tổng số dụng cụ phải tiện là 860 nên ta có : $x + y + z = 860$.

Vì số dụng cụ tiện được tỉ lệ nghịch với thời gian để tiện xong một dụng cụ, do đó : $5x = 6y = 9z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$5x = 6y = 9z = \frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{9}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{860}{\frac{43}{90}} = 1800.$$

Từ đó tìm được : $x = 360, y = 300$ và $z = 200$.

Vậy số dụng cụ tiện được của người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là : 360 (dụng cụ), 300 (dụng cụ) và 200 (dụng cụ).

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

Bài 1. Thay tỉ số giữa các số sau bằng tỉ số giữa các số nguyên :

a) $1,2 : 3,36 = \frac{12}{10} : \frac{336}{100} = \frac{12}{10} \cdot \frac{100}{336} = \frac{5}{14} = 5 : 14$. Vậy: $1,2 : 3,36 = 5 : 14$.

b) $3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14} = \frac{22}{7} : \frac{33}{14} = \frac{22}{7} \cdot \frac{14}{33} = \frac{4}{3} = 4 : 3$. Vậy: $3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14} = 4 : 3$.

c) $\frac{3}{8} : 0,54 = \frac{3}{8} : \frac{54}{100} = \frac{3}{8} \cdot \frac{100}{54} = \frac{25}{36} = 25 : 36$. Vậy: $\frac{3}{8} : 0,54 = 25 : 36$.

a) $\frac{2}{7} : \frac{20}{28} = \frac{2}{7} : \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2}{5} = 2 : 5$. Vậy $\frac{2}{7} : \frac{20}{28} = 2 : 5$.

b) $2,4 : 3,2 = \frac{24}{10} : \frac{32}{10} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 3 : 4$. Vậy $2,4 : 3,2 = 3 : 4$.

c) $0,4 : \frac{6}{22} = \frac{4}{10} : \frac{3}{11} = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3} = \frac{22}{15}$. Vậy $0,4 : \frac{6}{22} = 22 : 15$.

Bài 2.

a) Có $(-2) \cdot 15 = 3 \cdot (-10)$ thì $\frac{-2}{3} = \frac{-10}{15}$; $\frac{15}{3} = \frac{-10}{-2}$; $\frac{3}{15} = \frac{-2}{-10}$; $\frac{3}{-2} = \frac{15}{-10}$.

b) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ suy ra $\frac{15}{5} = \frac{9}{3}$; $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$; $\frac{3}{9} = \frac{5}{15}$.

Bài 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các số : 3; 9; 27; 81.

$$3 \cdot 81 = 9 \cdot 27 \text{ Suy ra: } \frac{3}{9} = \frac{27}{81}; \frac{81}{9} = \frac{27}{3}; \frac{9}{81} = \frac{3}{27}; \frac{3}{3} = \frac{81}{27}.$$

Bài 4.

a) $3\frac{4}{5} : \frac{8}{5} = 0,25 : x \Rightarrow \frac{19}{8} = \frac{0,25}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 0,25}{19} = \frac{2}{19}$.

b) $\frac{2x+3}{24} = \frac{3x-1}{32} \Rightarrow \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{4} \Rightarrow 4(2x+3) = 3(3x-1) \Rightarrow x = 15$.

c) $\frac{13x-2}{2x+5} = \frac{76}{17} \Rightarrow 17(13x-2) = 76(2x+5) \Rightarrow x = 6$.

d) $\frac{x}{15} = \frac{60}{x} \Rightarrow x^2 = 15 \cdot 60 = 900 \Rightarrow x = \pm 30$.

$$e) \frac{2-x}{4} = \frac{3x-1}{-3} \Rightarrow -3(2-x) = 4(3x-1) \Rightarrow -6+3x = 12x-4$$

$$\Rightarrow 3x - 12x = -4 + 6 \Rightarrow -9x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{9}.$$

$$f) \frac{12-3x}{32} = \frac{6}{4-x} \Rightarrow \frac{3(4-x)}{32} = \frac{6}{4-x} \Rightarrow 3(4-x)^2 = 6 \cdot 32 = 192$$

$$\Rightarrow (4-x)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} 4-x=8 \\ 4-x=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x=4 \\ -x=-12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=12 \end{cases}.$$

Bài 5.

$$a) \frac{x}{y} = \frac{6}{5} \text{ và } x+y=121. \text{ Ta có: } \frac{x}{6} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{6+5} = \frac{121}{11} = 11 \Rightarrow x=66, y=55.$$

$$b) 4x=5y \text{ và } 2x-5y=40. \text{ Ta có: } \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{2x-5y}{2 \cdot 5 - 5 \cdot 4} = \frac{40}{-10} = -4 \Rightarrow x=-20, y=-16.$$

$$c) \frac{x}{3} = \frac{y}{16} \text{ và } xy=192. \text{ Đặt: } \frac{x}{3} = \frac{y}{16} = k \Rightarrow x=3k, y=16k. \text{ Do đó: } 3k \cdot 16k = 192$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2.$$

$$\text{Với } k=2 \Rightarrow x=6; y=32.$$

$$\text{Với } k=-2 \Rightarrow x=-6; y=-32.$$

$$d) \frac{x}{-3} = \frac{y}{7} \text{ và } x^2 - y^2 = -360.$$

$$\text{Đặt: } \frac{x}{-3} = \frac{y}{7} = k \Rightarrow x=-3k, y=7k. \text{ Do đó } 9k^2 - 49k^2 = -360 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3.$$

$$\text{Với } k=3 \Rightarrow x=-9; y=21.$$

$$\text{Với } k=-3 \Rightarrow x=9; y=-21.$$

$$e) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \text{ và } x+y+z=52.$$

$$\text{Có } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{52}{13} = 4 \Rightarrow x=12, y=16, z=24.$$

$$f) \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ và } x-2y+3z=46.$$

$$\text{Có } \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4} = \frac{x-1-2(y+2)+3(z-3)}{2-2 \cdot 3+3 \cdot 4} = \frac{32}{8} = 4.$$

$$\Rightarrow x-1=8, y+2=12, z-3=16 \Rightarrow x=9, y=10, z=19.$$

g) $\frac{x}{y} = \frac{7}{10}; \frac{y}{z} = \frac{5}{8}$ và $2x - y + 3z = 104$.

Từ đề bài $\Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{y}{10}, \frac{y}{5} = \frac{z}{8} \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{y}{10} = \frac{z}{16} = \frac{2x - y + 3z}{2 \cdot 7 - 10 + 3 \cdot 16} = \frac{104}{52} = 2$

$\Rightarrow x = 14, y = 20, z = 32$.

i) $-3x = 2y; 4y = 5z$ và $x^2 - y^2 + z^2 = 76$.

Từ đề bài $\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{-3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{-15}; \frac{y}{-15} = \frac{z}{-12} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{-15} = \frac{z}{-12}$.

$\Rightarrow \frac{x^2}{100} = \frac{y^2}{225} = \frac{z^2}{144} = \frac{x^2 - y^2 + z^2}{100 - 225 + 144} = \frac{76}{19} = 4 \Rightarrow x^2 = 400, y^2 = 900, z^2 = 576$.

Vậy $x = -20, y = 30, z = 24$ hoặc $x = 20, y = -30, z = -24$.

Bài 6. Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (em), ($x, y, z > 0$).

Theo đề bài ta có: $x + y + z = 105; \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $\frac{y}{6} = \frac{z}{11}$.

$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = \frac{x + y + z}{4 + 6 + 11} = \frac{105}{21} = 5 \Rightarrow x = 20, y = 30, z = 55$.

Bài 7. Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích $300m^2$. Hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3.

Tính chiều dài, chiều rộng của khu vườn.

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn là x, y (m), ($x, y > 0$).

Do diện tích bằng 300 nên $x \cdot y = 300$ (1)

Hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3 nên $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$.

Đặt: $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = k \Rightarrow x = 4k, y = 3k$, thay vào (1) $\Rightarrow 12k^2 = 300 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$.

$\Rightarrow x = 20, y = 15$.

Bài 8. Số học sinh của các lớp 7A, 7B, 7C, 7D tỉ lệ với các số 11, 12, 13, 14. Biết hai lần số học sinh lớp 7B nhiều hơn số học sinh lớp 7A là 39 em. Tính số học sinh mỗi lớp.

Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C, 7D lần lượt là a, b, c, d (em), ($a, b, c, d > 0$).

Theo đề bài ta có: $\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{d}{14}$ và $2b - a = 39$.

Do đó: $\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{d}{14} = \frac{2b - a}{12 \cdot 2 - 11} = \frac{39}{13} = 3 \Rightarrow a = 33, b = 36, c = 39, d = 42$.

Bài 9. Gọi số bi của An và Chi lần lượt là x và y (viên), ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ và $y - x = 4$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{y-x}{5-4} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow x = 4.4 = 16; y = 4.5 = 20.$$

Vậy số bi của An là 16 viên, số bi của Chi là 20 viên.

Bài 10. Gọi số sản phẩm của công nhân thứ nhất và thứ hai lần lượt là x, y .

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{8} = \frac{y}{5}$ và $x - y = 60$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{x-y}{8-5} = \frac{60}{3} = 20 \Rightarrow x = 8.20 = 160; y = 20.5 = 100.$$

Vậy công nhân thứ nhất làm được 160 sản phẩm, công nhân thứ hai làm được 100 sản phẩm.

Bài 11. Gọi ba cạnh của tam giác lần lượt là x, y, z (cm), ($x, y, z > 0$)

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và chu vi là $x + y + z = 40,5$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{40,5}{15} = 2,7 \Rightarrow x = 8,1, y = 13,5, z = 18,9.$$

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác là 8,1; 13,5; 18,9 cm.

Bài 12. Gọi bốn số cần tìm lần lượt là x, y, z, t ($x, y, z, t > 0$).

Do đó ta có mối liên hệ: $x + y + z + t = 48$ và $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{t}{9}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{t}{9} = \frac{x+y+z+t}{3+5+7+9} = \frac{48}{24} = 2 \Rightarrow x = 6; y = 10; z = 14; t = 18.$$

Bài 13. Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh), ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Do đó ta có mối liên hệ: $x = \frac{7}{8}y, y = \frac{16}{15}z$ và $x + y + z = 135$.

Ta có: $\frac{x}{7} = \frac{y}{8} \Rightarrow \frac{x}{14} = \frac{y}{16}$; $\frac{y}{16} = \frac{z}{15}$. Do đó ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{14} = \frac{y}{16} = \frac{z}{15}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x}{14} = \frac{y}{16} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{14+15+16} = \frac{135}{45} = 3 \Rightarrow x = 42; y = 48; z = 45.$$

Vậy số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 42, 48 và 45 học sinh.

Bài 14. Gọi ba số cần tìm theo thứ tự là x, y, z ($x, y, z > 0$)

Do đó ta có mối liên hệ: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$; $\frac{y}{8} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = 237$.

Ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{40} = \frac{y}{24}$; $\frac{y}{8} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{z}{15}$. Do đó ta có tỉ lệ thức: $\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{237}{79} = 3 \Rightarrow x = 120; y = 72; z = 45.$$

Bài 15.

a) Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = bk; c = dk$.

Ta có: $\frac{a+b}{b} = \frac{bk+b}{b} = \frac{b(k+1)}{b} = k+1$; $\frac{c+d}{d} = \frac{dk+d}{d} = \frac{d(k+1)}{d} = k+1$.

Do đó $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

b) Ta có: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}$; $\frac{c+d}{c-d} = \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}$.

Vậy $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

c) Ta có : $\frac{5a+2b}{5a-2b} = \frac{5bk+2b}{5bk-2b} = \frac{b(5k+2)}{b(5k-2)} = \frac{5k+2}{5k-2}$;

$$\frac{5c+2d}{5c-2d} = \frac{5dk+2d}{5dk-2d} = \frac{d(5k+2)}{d(5k-2)} = \frac{5k+2}{5k-2}.$$

Vậy $\frac{5a+2b}{5a-2b} = \frac{5c+2d}{5c-2d}$.

$$d) \text{ Ta có: } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{b^2 k^2 + d^2 k^2}{b^2 + d^2} = \frac{k^2(b^2 + d^2)}{b^2 + d^2} = k^2;$$

$$\frac{(a+c)^2}{(b+d)^2} = \frac{(bk+dk)^2}{(b+d)^2} = \frac{k^2(b+d)^2}{(b+d)^2} = k^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{(a+c)^2}{(b+d)^2}.$$

Bài 16. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa). Chứng minh :

$$a) \text{ Do } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc.$$

$$\text{Ta có: } \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \Rightarrow ac + ad = ac + bc \Rightarrow ad = bc \text{ (đúng).}$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{a-b}{c-d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

$$\text{Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = t \Rightarrow a = bt \text{ và } c = dt$$

$$\text{Do đó: } \frac{a-b}{c-d} = \frac{bt-b}{dt-d} = \frac{b(t-1)}{d(t-1)} = \frac{b}{d}; \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{bt+b}{dt+d} = \frac{b(t+1)}{d(t+1)} = \frac{b}{d}.$$

$$\text{Vậy } \frac{a-b}{c-d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

$$c) \frac{a-2b}{b} = \frac{c-2d}{d}$$

$$\text{Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = bk, c = dk.$$

$$\text{Do đó: } \frac{a-2b}{b} = \frac{bk-2b}{b} = \frac{b(k-2)}{b} = k-2, \quad \frac{c-2d}{d} = \frac{dk-2d}{d} = \frac{d(k-2)}{d} = k-2.$$

$$\text{Vậy } \frac{a-2b}{b} = \frac{c-2d}{d}.$$

$$d) (a+4c)(2b-3d) = (b+4d)(2a-3c)$$

$$(a+4c)(2b-3d) = (bk+4dk)(2b-3d) = k(b+4d)(2b-3d).$$

$$(b+4d)(2a-3c) = (b+4d)(2bk-3dk) = k(b+4d)(2b-3d).$$

$$\text{Vậy } (a+4c)(2b-3d) = (b+4d)(2a-3c).$$

$$\text{e) } \frac{ac}{bd} = \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2}.$$

$$\frac{ac}{bd} = \frac{bk \cdot dk}{b \cdot d} = k^2; \quad \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \frac{b^2 k^2 - d^2 k^2}{b^2 - d^2} = \frac{k^2(b^2 - d^2)}{b^2 - d^2} = k^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{ac}{bd} = \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2}.$$

Bài 17. Chứng minh nếu $a + c = 2b$ và $2bd = c(b + d)$ ($b \neq 0, d \neq 0$) thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Ta có $a + c = 2b \Rightarrow d(a + c) = 2bd$. Mà $2bd = c(b + d)$ nên

$$d(a + c) = c(b + d) \Rightarrow ad + cd = bc + cd \Rightarrow ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Bài 18. Ta có $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a} \Rightarrow (a+b)(c-a) = (c+a)(a-b)$

$$\Rightarrow ac - a^2 + bc - ab = ac - bc + a^2 - ab \Rightarrow a^2 = bc.$$