

Lê Hải Trung – Nguyễn Công Trần Mạnh Linh

TỰ HỌC NÂNG CAO KIẾN THỨC

TOÁN 7

- TẬP 1 -

PHẦN ĐÁP ÁN

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ	3
Bài 1. Tập hợp các số hữu tỉ	4
Bài 2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ	11
Bài 3. Lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ	30
Bài 4. Thứ tự thực hiện các phép tính, quy tắc chuyển vế	37
Ôn tập chương i	46
CHƯƠNG II. SỐ THỰC	59
Bài 5. Làm quen với số thập phân vô hạn tuần hoàn	60
Bài 6. Số vô tỉ. Căn bậc hai số học	70
Bài 7. Tập hợp các số thực	77
Ôn tập chương II	86
CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	88
Bài 8. Góc ở vị trí đặc biệt. Tia phân giác của một góc	89
Bài 9. Hai đường thẳng song song và dấu hiệu nhận biết	95
Bài 10. Tiên đề euclid. Tính chất của hai đường thẳng song song	99
Bài 11. Định lí và chứng minh định lí	101
Ôn tập chương III	104
CHƯƠNG IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU	106
Bài 12. Tổng các góc trong một tam giác	107
Bài 13. Hai tam giác bằng nhau, Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác	115
Bài 14. Trường hợp bằng nhau thứ hai và thứ ba của tam giác	120
Bài 15. Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông	134
Bài 16. Tam giác cân. Đường trung trực của đoạn thẳng	140
Ôn tập chương IV	149
CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU	166
Bài 17. Thu thập và phân loại dữ liệu	167
Bài 18. Biểu đồ hình quạt tròn	169
Bài 19. Biểu đồ đoạn thẳng	173
Ôn tập chương V	177

CHƯƠNG I.

SỐ HỮU TỈ

BÀI 1. TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

a) $-9 \notin \mathbb{N}$ $-9 \in \mathbb{Z}$ $-9 \in \mathbb{Q}$

b) $\frac{-8}{9} \notin \mathbb{N}$ $\frac{-8}{9} \notin \mathbb{Z}$ $\frac{-8}{9} \in \mathbb{Q}$ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

VD 1.2.

a) Có thể điền $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$. b) $\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$ c) Có thể điền \mathbb{Z}, \mathbb{Q} d) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$

VD 2.1.

a) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-5}{2}; \frac{2}{-3}; \frac{3}{4}$.

b) Cho các phân số sau: $\frac{-6}{15}; \frac{4}{-12}; \frac{4}{-10}; \frac{20}{-8}$. Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

VD 2.2.

a) Điền số $-\frac{1}{2}$ và $\frac{3}{2}$.

b) Ta có $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$.

Rút gọn các phân số đã cho ta được: $\frac{-8}{20} = \frac{-4}{5}; \frac{9}{-12} = \frac{-3}{4}; \frac{-10}{25} = \frac{-2}{5}; \frac{6}{-15} = \frac{-2}{5}; \frac{9}{-15} = \frac{-3}{5}$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$ là: $\frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}$.

c) Hs tự vẽ

Dạng 3. Tìm điều kiện để số hữu tỉ âm hoặc dương

Phương pháp giải:

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu;

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

VD 3.1. Số hữu tỉ $x = \frac{2a-1}{2}$. Có mẫu số là $2 > 0$

a) x là số dương thì $2a-1 > 0 \Rightarrow a > \frac{1}{2}$

b) x là số âm thì $2a-1 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$

c) x không là số dương cũng không là số âm thì $x = 0 \Rightarrow 2a-1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

VD 3.2. Số hữu tỉ $x = \frac{m-2023}{2022}$. Có mẫu số là $2022 > 0$

a) x là số dương thì $m-2023 > 0 \Rightarrow m > 2023$

b) x là số âm thì $m-2023 < 0 \Rightarrow m < 2023$

c) x không là số dương cũng không là số âm thì $m-2023 = 0 \Rightarrow m = 2023$

VD 3.3. Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2023}$. Có mẫu số là $-2023 < 0$

a) x là số dương thì $20m+11 < 0 \Rightarrow m < \frac{-11}{20}$

b) x là số âm thì $20m+11 > 0 \Rightarrow m > \frac{-11}{20}$

VD 4.1.

a) $x = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ và $y = \frac{3}{4}$. Ta có: $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$ nên $x < y$

b) $x = \frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} = \frac{-14}{35}$ và $y = \frac{-3}{7} = \frac{-15}{35}$. Ta có $-14 > -15$ và $35 > 0$ nên $\frac{-14}{35} > \frac{-15}{35}$ hay $x > y$

c) $x < 0$

d) $x = \frac{2017}{2018} < 1 < y = \frac{14}{13}$ nên $x < y$

e) $x = \frac{-45}{81} = \frac{-5}{9}$; $y = \frac{777}{-999} = \frac{-777:11}{999:11} = \frac{-7}{9}$ nên ta có $x > y$

f) $x = -2\frac{1}{5} = \frac{-11}{5} = \frac{-110}{50} = y$ nên $x = y$

g) $y = 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ nên $x > y$

VD 4.2.

a) $\frac{-2}{5} = \frac{-12}{30}$; $\frac{-1}{6} = \frac{-5}{30}$. Suy ra: $\frac{-12}{30} < x < \frac{-5}{30}$. Vậy: $x \in \left\{ \frac{-11}{30}; \frac{-10}{30}; \frac{-9}{30}; \frac{-8}{30}; \frac{-7}{30}; \frac{-6}{30} \right\}$

b) $\frac{-5}{6} = \frac{-15}{18}$; $\frac{-3}{4} = \frac{-15}{20}$. Suy ra: $\frac{-15}{18} < x < \frac{-15}{20}$. Vậy: $x = \frac{-15}{19}$.

VD 4.3.

Có $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$; $\frac{c}{d} = \frac{cb}{db}$

Có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{db}$ mà $b.d > 0$ suy ra $ad < bc$.

Ngược lại $ad < bc$ mà $b.d > 0$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{db}$ hay $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

VD 4.4. Ta có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ suy ra $ad < bc$ nên $ab + ad < ab + bc$

$$a(b+d) < b(a+c)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \quad (1)$$

Mặt khác: $ad + cd < bc + dc$ suy ra $d(a+c) < c(b+d)$

$$\frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (2)$$

Từ (1) và (2): $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

VD 4.5. Có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$ suy ra: $ad < cb$ thì $\frac{d}{c} < \frac{b}{a}$.

VD 5.1.

a) Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x \Leftrightarrow x+7 \in U(101) \Leftrightarrow x+7 \in \{-1; 1; -101; 101\} \Leftrightarrow x \in \{-8; -6; -108; 94\}$.

b) $B = \frac{x-10}{x-5} = 1 - \frac{5}{x-5}$. Làm tương tự câu a ta được $x \in \{4; 6; 0; 10\}$.

c) $C = \frac{3x-20}{x-5} = 3 - \frac{5}{x-5}$. Đưa về bài toán như câu b.

d) Có $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D \in \mathbb{Z}$ và $2D = \frac{2x-6}{2x} = 1 - \frac{3}{x}$.

Để $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D$ là số chẵn. Vậy $\frac{3}{x}$ là số lẻ (1)

$x \in \mathbb{Z}$, để $2D \in \mathbb{Z}$ thì $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ (2)

Từ (1),(2) có $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ thỏa mãn điều kiện đề bài

VD 5.2. Gọi $d = \text{ƯCLN}(2m+9; 14m+62)$

Có $2m+9 : d$ thì $7(2m+9) : d$ hay $(14m+63) : d$

Mà $14m+62 : d$. Suy ra $[14m+63 - (14m+62)] : d$ hay $1 : d$ thì $d = 1$

Vậy: $P = \frac{2m+9}{14m+62}$ là phân số tối giản.

V. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Điền kí hiệu thích hợp (\in, \notin, \subset) vào ô trống :

$$-4 \boxed{\notin} \mathbb{N} \quad \frac{-5}{3} \boxed{\in} \mathbb{Q} \quad -8 \boxed{\in} \mathbb{Z} \quad \frac{-2}{9} \boxed{\notin} \mathbb{Z}$$

$$-\frac{1}{11} \boxed{\notin} \mathbb{Z} \quad -\frac{2}{7} \boxed{\in} \mathbb{Q} \quad -\frac{2}{19} \boxed{\notin} \mathbb{N} \quad \mathbb{N} \boxed{\subset} \mathbb{Q}$$

Bài 2. Điền các kí hiệu thích hợp $\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}$ vào ô trống (điền tất cả các khả năng có thể) :

$$-6 \in \boxed{\mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$22 \in \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$\frac{-2}{23} \in \boxed{\mathbb{Q}}$$

$$\mathbb{N} \subset \boxed{\mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$\mathbb{Z} \subset \boxed{\mathbb{Q}}$$

$$\frac{-5}{7} \notin \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}}$$

$$-21 \notin \boxed{\mathbb{N}}$$

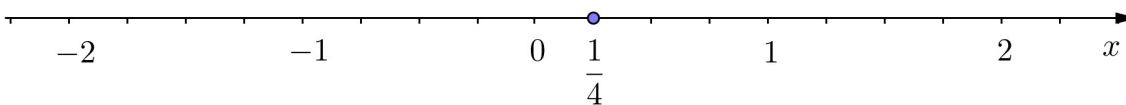
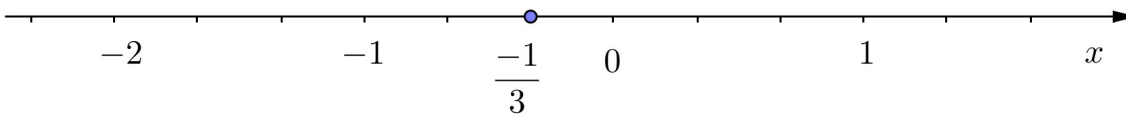
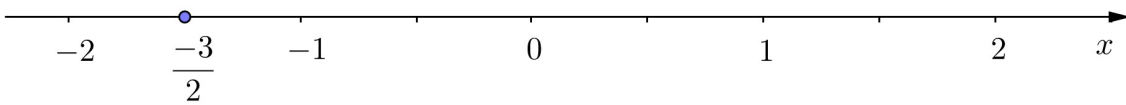
$$1\frac{3}{4} \notin \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}}$$

Bài 3. a) Ta có : $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được :

$$\frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}; \quad \frac{-14}{21} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{12}{-20} = \frac{-3}{5}.$$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-3}$ là : $\frac{-14}{21}$ và $\frac{4}{-6}$.

b) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-3}{2}; \frac{1}{-3}; \frac{1}{4}$.



Bài 4.

a) Ta có $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}; \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$. Vì $21 < 22$ nên $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$ hay $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

b) Ta có $\frac{-5}{8} + 1 = \frac{3}{8}; \frac{7}{-10} + 1 = \frac{3}{10}$. Vì $\frac{3}{8} > \frac{3}{10}$ nên $\frac{-5}{8} + 1 > \frac{7}{-10} + 1$ hay $\frac{-5}{8} > \frac{7}{-10}$.

c) Ta có $\frac{24}{35} = 1 - \frac{11}{35}; \frac{19}{30} = 1 - \frac{11}{30}$. Vì $\frac{11}{35} < \frac{11}{30}$ nên $1 - \frac{11}{35} > 1 - \frac{11}{30}$ hay $\frac{24}{35} > \frac{19}{30}$.

d) Ta có $\frac{-9}{21} = \frac{-3}{7}; \frac{27}{-63} = \frac{-27}{63} = \frac{-3}{7}$. Nên suy ra $\frac{-9}{21} = \frac{27}{63}$.

Bài 5. Ta có : $b > 0, d > 0$ nên $bd > 0$

$$\text{Nếu } ad < bc \Rightarrow \frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}. \quad (1)$$

$$\text{Ngược lại } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot bd < \frac{c}{d} \cdot bd \Rightarrow ad < bc. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có : } ad < bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$$

Bài 6.

a) Để x là số dương thì $\frac{3a+7}{-5} > 0$. Mà $-5 < 0$. Do đó $3a+7 < 0 \Rightarrow a < \frac{-7}{3}$.

b) Để x là số âm thì $\frac{3a+7}{-5} < 0$. Mà $-5 < 0$. Do đó $3a+7 > 0 \Rightarrow a > \frac{-7}{3}$.

c) Để x không là số dương cũng không là số âm thì $\frac{3a+7}{-5} = 0$.

Mà $-5 \neq 0$. Do đó $3a+7 = 0 \Rightarrow a = \frac{-7}{3}$.

Bài 7.

a) $x = \frac{5}{2a-1}$ là số nguyên.

Ta có: $a \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5:(2a-1)$ hay $(2a-1) \in U_{(5)} = \{-5; -1; 1; 5\}$. Ta có bảng sau:

$2a-1$	-5	-1	1	5
a	-2	0	1	3

Vậy để x là số nguyên thì $a \in \{-2; 0; 1; 3\}$.

b) $y = \frac{3}{7-3a}$ là số tự nhiên.

Ta có: $a \in \mathbb{Z}$ để $y \in \mathbb{N} \Leftrightarrow 3:(7-3a)$. Vì $y \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{3}{7-3a} > 0$ hay $7-3a > 0$ (vì $3 > 0$).

$\Rightarrow (7-3a) \in U_{(3)} = \{1; 3\}$. Ta có bảng sau:

$7-3a$	1	3
a	2	$\frac{4}{3}$ (loại)

Vậy để y là số tự nhiên thì $a = 2$.

Bài 8. Ta có: $x = \frac{2a-6}{a} = 2 - \frac{6}{a}$

Có $2 \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z}$ thì $6:a$ hay $a \in U_{(6)} = \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}$

Vậy $a = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$ thì x là số nguyên.

Bài 9. Điều kiện $a \neq 9$.

Nếu $a > 9$ thì $9-a < 0$ nên $x < 0$.

Nếu $a < 9$ thì $9-a > 0$ vì $9-a \in \mathbb{Z}$ nên $9-a \geq 1$.

Do đó $x \leq 2019$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x = 2019$ khi và chỉ khi $9 - a = 1 \Leftrightarrow a = 8$.

Bài 10.

a) Do $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a > 0$

Ta có $x < y$ nên $x.a < y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy < ya + xy \Rightarrow x(y+a) < y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} < \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

$$\text{b) Do } x; y; b; d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ b > 0 \\ d > 0 \end{cases}.$$

Ta có $x > y$ nên $x.a > y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy > ya + xy \Rightarrow x(y+a) > y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} > \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} > \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

c) Ta có $x = y$ nên $x.a = y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy = ya + xy \Rightarrow x(y+a) = y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} = \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

Bài 11.

Ta có : $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc \Rightarrow ady < bcy$ (vì $y > 0$).

$$\Rightarrow ady + abx < bcy + abx \Rightarrow a(xb + yd) < b(xa + yc).$$

$$\Rightarrow \frac{a(xb + yd)}{b(xb + yd)} < \frac{b(xa + yc)}{b(xb + yd)} \quad (\text{vì } b(xb + yd) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{xa + yc}{xb + yd} \quad (1).$$

Ta có : $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc \Rightarrow adx < bcx$ (vì $x > 0$).

$$\Rightarrow adx + cdy < bcx + cdy \Rightarrow d(xa + yc) < c(xb + yd).$$

$$\Rightarrow \frac{d(xa + yc)}{d(xb + yd)} < \frac{c(xb + yd)}{d(xb + yd)} \quad (\text{vì } d(xb + yd) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{xa + yc}{xb + yd} < \frac{c}{d} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a}{b} < \frac{xa + yc}{xb + yd} < \frac{c}{d}$ (đpcm).

BÀI 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

$$\text{a) Ta có: } \frac{25}{12} + \frac{-4}{12} = \frac{25-4}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{-10}{8} + \frac{15}{4} = \frac{-5}{4} + \frac{15}{4} = \frac{-5+15}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\text{c) Ta có: } 1\frac{2}{5} + 3\frac{3}{5} = 1 + \frac{2}{5} + 3 + \frac{3}{5} = 1+3 + \frac{2+3}{5} = 4 + \frac{5}{5} = 4+1=5.$$

$$\text{d) Ta có: } \frac{-14}{20} + 0,6 = \frac{-14}{20} + \frac{6}{10} = \frac{-7}{10} + \frac{6}{10} = \frac{-7+6}{10} = \frac{-1}{10}.$$

$$\text{e) Ta có: } \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-2}{3} = \frac{14}{6} + \frac{-5}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{14-5-4}{6} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{f) Ta có: } \frac{5}{8} + \frac{-3}{4} + \frac{15}{6} = \frac{5}{8} + \frac{-3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{5}{8} + \frac{-6}{8} + \frac{20}{8} = \frac{5-6+20}{8} = \frac{19}{8}.$$

$$\text{g) Ta có: } \frac{7}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{28}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{36}{12} = 3.$$

VD 1.2.

$$\text{a) } \left[\frac{5}{8} + \left(\frac{-3}{4} \right) \right] + \frac{15}{6} = \frac{15}{24} + \frac{-18}{24} + \frac{60}{24} = \frac{15+(-18)+60}{24} = \frac{57}{24} = \frac{19}{8}$$

$$\text{b) } \frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3} \right) = \frac{17}{2} - \left(\frac{-9}{21} + \frac{35}{21} \right) = \frac{17}{2} - \frac{26}{21} = \frac{357}{42} - \frac{52}{42} = \frac{305}{42}$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6} \right) - \frac{7}{12} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{6-9+10-7}{12} = 0$$

$$\text{d) } -3 - \frac{2}{3} + \left(\frac{-10}{9} - \frac{25}{3} \right) - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{10}{9} - \frac{25}{3} - \frac{5}{6} = \frac{-54-12-20-150-15}{18} = \frac{-251}{18}$$

VD 1.3.

$$\text{a) } \left(\frac{5}{-7} - \frac{-5}{-7} \right) + \frac{4}{3} = \left(\frac{-5}{7} - \frac{5}{7} \right) + \frac{4}{3} = \frac{-10}{7} + \frac{4}{3} = \frac{-30+28}{21} = \frac{-2}{21}$$

$$\text{b) } \frac{7}{3} + \left[\left(\frac{-5}{6} \right) + \left(\frac{-2}{3} \right) \right] = \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-2}{3} = \frac{7}{3} + \frac{-2}{3} + \frac{-5}{6} = \frac{5}{3} + \frac{-5}{6} = \frac{10+(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } \frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{3} = \frac{24+33+4+33}{18} = \frac{91}{18}$$

$$d) \left(8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7}\right) - \left(-6 - \frac{3}{7} + \frac{5}{4}\right) - \left(3 + \frac{2}{4} - \frac{9}{7}\right) = 8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} + 6 + \frac{3}{7} - \frac{5}{4} - 3 - \frac{2}{4} + \frac{9}{7}$$

$$= 8 + 6 - 3 - \frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{2}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = 11 - 4 + 2 = 9$$

VD 2.1.

a) Tổng của hai số hữu tỉ âm: $-\frac{7}{10} = -\frac{1}{5} + \frac{-1}{2}$

b) Hiệu của hai số hữu tỉ dương: $\frac{-7}{10} = \frac{17}{10} - \frac{12}{5}$

VD 2.2.

Ta có: $\frac{4}{-17} = \frac{-4}{17}$.

$$\frac{-4}{17} = \frac{-1 + (-3)}{17} = \frac{-2 + (-2)}{17}$$

$$\frac{-4}{17} = \frac{-1}{17} + \frac{-3}{17} = \frac{-2}{17} + \frac{-2}{17}$$

Vậy $\frac{-4}{17} = \frac{-1}{17} + \frac{-3}{17}$ hoặc $\frac{-4}{17} = \frac{-2}{17} + \frac{-2}{17}$.

VD 3.1.

a) Có $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$; $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

b) Tính $A + B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

c) Có $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ với mọi số tự nhiên n

Suy ra $C = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

$$D = \frac{1}{99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \frac{1}{97 \cdot 96} - \dots - \frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{99} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{98} + \frac{1}{97} - \frac{1}{97} + \frac{1}{96} - \dots - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 1$$

VD 3.2.

a) $A = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$

$$= \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{29} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} - \frac{3}{4} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72}$$

$$= \frac{5}{15} + \frac{9}{15} + \frac{1}{15} - \frac{27}{36} - \frac{8}{36} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = 3 - 1 + \frac{1}{72} = 2 + \frac{1}{72} = 2\frac{1}{72}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= \frac{3}{99.96} - \frac{3}{96.93} - \frac{3}{93.90} - \dots - \frac{3}{7.4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{96.93} + \frac{3}{96.93} + \dots + \frac{3}{7.4} + \frac{3}{4.1} \right) \\
 &= \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{90.93} + \frac{3}{93.96} \right) = \frac{3}{99.96} - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{90} - \frac{1}{93} + \frac{1}{93} - \frac{1}{96} \right) \\
 &= \left(\frac{1}{96} - \frac{1}{99} \right) - \left(1 - \frac{1}{96} \right) = \frac{1}{96} - \frac{1}{99} - 1 + \frac{1}{96} = \frac{1}{48} - 1 - \frac{1}{99} = -\frac{47}{48} - \frac{1}{99} = \frac{-1567}{1584}
 \end{aligned}$$

VD 4.1.

$$\text{a) } x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7}$$

$$x = \frac{3}{7} - \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{15-7}{35}$$

$$x = \frac{8}{35}$$

$$\text{b) } x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3+2}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\text{c) } \frac{11}{12} - \left(\frac{2}{5} + x \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{-3}{20}$$

$$\text{d) } x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{6} \right)$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{6}$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{23}{30}$$

$$x = \frac{23}{30} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{23-20}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

VD 4.2.

$$a) \quad x - \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{-1}{3}$$

$$x - \left(\frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3} \right) = \frac{-1}{3}$$

$$x - \left(\frac{357}{42} + \frac{18}{42} - \frac{60}{42} \right) = \frac{-1}{3}$$

$$x - \frac{315}{42} = \frac{-1}{3}$$

$$x - \frac{15}{2} = \frac{-1}{3}$$

$$x = \frac{-1}{3} + \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{-2 + 45}{6}$$

$$x = \frac{43}{6}$$

$$b) \quad \frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) \right] = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{8 - 69}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-57}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-19}{4}$$

$$x = \frac{-19}{4} - \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{-26}{4}$$

$$x = \frac{-13}{2}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } 3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} + \frac{2}{9-6x} - \frac{3}{2} \\
3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} - \frac{2}{6x-9} - \frac{3}{2} \\
3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} + \frac{2}{3(2x-3)} - \frac{3}{2} \\
\frac{2}{3(2x-3)} - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} - \frac{3}{2} - 3 \\
\frac{2-6}{3(2x-3)} &= \frac{4-15-30}{10} \\
\frac{-4}{3(2x-3)} &= \frac{-41}{10} \\
\frac{4}{3(2x-3)} &= \frac{41}{10}
\end{aligned}$$

$$4 \cdot 10 = 41 \cdot 3 \cdot (2x-3)$$

$$40 = 123 \cdot (2x-3)$$

$$2x-3 = \frac{40}{123}$$

$$2x = \frac{40}{123} + 3$$

$$2x = \frac{40+369}{123}$$

$$2x = \frac{409}{123}$$

$$x = \frac{409}{246}$$

$$\text{d) } \frac{x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x^2-2}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$12(x^2-2) = 2x$$

$$6(x^2-2) = x$$

$$6x^2 - x - 12 = 0$$

$$6x^2 + 8x - 9x - 12 = 0$$

$$2x(3x+4) - 3(3x+4) = 0$$

$$(3x+4)(2x-3) = 0$$

- TH1: $3x+4 = 0$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

- TH2: $2x - 3 = 0$
 $2x = 3$
 $x = \frac{3}{2}$

Vậy $x \in \left\{ \frac{-4}{3}; \frac{3}{2} \right\}$

VD 4.3.

a) $\left(x - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{7}\right) > 0$

Vì $x - \frac{2}{5} < x + \frac{2}{7}$ nên

- TH1: $x + \frac{2}{7} < 0$

$$x < -\frac{2}{7}$$

- TH2: $x - \frac{2}{5} > 0$

$$x > \frac{2}{5}$$

Vậy $x < -\frac{2}{7}$ hoặc $x > \frac{2}{5}$

b) $\left(2x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3x - \frac{1}{3}\right) < 0$

- TH1: $\begin{cases} 2x - \frac{1}{2} > 0 \\ 3x - \frac{1}{3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > \frac{1}{2} \\ 3x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x < \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow$ không tìm được x

- TH2: $\begin{cases} 2x - \frac{1}{2} < 0 \\ 3x - \frac{1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < \frac{1}{2} \\ 3x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{9} < x < \frac{1}{4}$

Vậy $\frac{1}{9} < x < \frac{1}{4}$

c) $\frac{x + \frac{3}{2}}{x - \frac{2}{3}} < 0$ ĐK: $x \neq \frac{2}{3}$

Ta có: $x - \frac{2}{3} < x + \frac{3}{2}$ nên

$$\begin{cases} x - \frac{2}{3} < 0 \\ x + \frac{3}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{2}{3}$$

Vậy $-\frac{3}{2} < x < \frac{2}{3}$.

PHẦN 2. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

$$a) \left(-\frac{28}{19}\right) \cdot \left(\frac{-38}{14}\right) = \frac{(-28) \cdot (-38)}{19 \cdot 14} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b) \left(-\frac{-21}{16}\right) \cdot \left(-\frac{24}{7}\right) = \frac{21 \cdot (-24)}{16 \cdot 7} = \frac{3 \cdot (-3)}{2} = \frac{-9}{2} = -4\frac{1}{2}$$

$$c) \frac{-12}{7} \cdot 1,25 = \frac{-12}{7} \cdot \frac{125}{100} = \frac{-12}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-12 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{-3 \cdot 5}{7} = \frac{-15}{7} = -2\frac{1}{7}$$

$$d) \frac{-4}{5} \cdot 3\frac{2}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{50}{16} = \frac{-4 \cdot 50}{5 \cdot 16} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

VD 1.2.

$$a) \frac{-4}{3} : \frac{13}{9} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{9}{13} = \frac{-4 \cdot 9}{3 \cdot 13} = \frac{-12}{13}$$

$$b) \left(-\frac{9}{25}\right) : 6 = \frac{-9}{25} \cdot \frac{1}{6} = \frac{(-9) \cdot 1}{25 \cdot 6} = \frac{-3}{50}$$

$$c) \frac{11}{12} : 2\frac{1}{16} = \frac{11}{12} : \frac{33}{16} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} = \frac{11 \cdot 16}{12 \cdot 33} = \frac{4}{9}$$

$$d) 3,5 : \frac{-3}{2} = \frac{35}{10} : \frac{-3}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7 \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = \frac{-7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

VD 1.3.

$$a) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} : \left(-\frac{25}{16}\right) = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{9}{5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{-144}{125}$$

$$b) \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} : \frac{-7}{6} = \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} \cdot \frac{-6}{7} = 10$$

$$c) 1,75 : (-12) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{7}{4} \cdot \frac{-1}{12} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7}{72}$$

$$d) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) : (-7) = -9 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-1}{7} = \frac{15}{14}$$

VD 2.1.

a) Số cần tìm là: $\frac{-25}{16} : \frac{-5}{12} = \frac{-25}{16} \cdot \frac{12}{-5} = \frac{15}{4}$.

b) Số cần tìm là: $\frac{-4}{5} : \frac{-25}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{16}{-25} = \frac{64}{75}$.

VD 2.2. Viết số hữu tỉ $\frac{-3}{35}$ dưới dạng sau:

a) Số cần tìm là $\frac{-3}{35} : \frac{-5}{7} = \frac{-3}{35} \cdot \frac{7}{-5} = \frac{3}{25}$.

b) Số cần tìm là $\frac{-2}{5} : \frac{-3}{35} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{35}{-3} = \frac{14}{3}$.

VD 3.1.

a) $(-0,25) \cdot \frac{4}{17} \cdot \left(-3\frac{5}{21}\right) \cdot \left(\frac{-7}{12}\right) = \frac{-1}{4} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{-68}{21} \cdot \frac{-7}{12} = \frac{-1}{9}$.

b) $\left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \frac{4}{15} + \left(\frac{-3}{10}\right) \cdot \frac{4}{15} = \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{-2}{5} + \frac{-3}{10}\right) = \frac{4}{15} \cdot \frac{-7}{10} = \frac{-14}{75}$.

c) $21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) = 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24} = 21 - \frac{15}{4} \cdot \frac{24}{5} = 21 - 18 = 3$.

d) $\left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7} = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7} = 0 : \frac{3}{7} = 0$.

VD 3.2.

a) $(-0,35) \cdot \frac{3}{14} \cdot \left(-3\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{-4}{21}\right) = \frac{-7}{20} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{-26}{7} \cdot \frac{-4}{21} = \frac{-13}{245}$.

b) $\left(\frac{-3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \left(\frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \frac{-11}{14} \cdot \frac{5}{11} = \frac{-5}{14}$.

c) $15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \frac{5}{18} = 15 - \frac{7}{3} \cdot \frac{18}{5} = 15 - \frac{42}{5} = \frac{33}{5}$.

d) $\left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{8} + \left(\frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{6}{5} + \frac{-36}{30}\right) : \frac{3}{8} = 0 : \frac{3}{8} = 0$.

VD 4.1.

a) $\frac{-4}{5} + \frac{5}{2}x = \frac{-3}{10}$.

$\frac{5}{2}x = \frac{-3}{10} - \frac{-4}{5}$.

$$\frac{5}{2}x = \frac{1}{2}.$$

$$x = \frac{1}{2} : \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{5}. \text{ Vậy } x = \frac{1}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{4}{3} + \frac{5}{8} : x = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{5}{8} : x = \frac{1}{12} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{8} : x = \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{5}{8} : \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{-1}{2}. \text{ Vậy } x = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{c) } \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right) = 0.$$

$$x - \frac{1}{3} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{2}{5} = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{4}x - \frac{9}{16}\right) \cdot \left(1,5 + \frac{-3}{5} : x\right) = 0.$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{9}{16} = 0 \text{ hoặc } 1,5 + \frac{-3}{5} : x = 0$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{9}{16} \text{ hoặc } \frac{-3}{5} : x = -1,5$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}.$$

VD 4.2.

$$\text{a) } \frac{-2}{5} + \frac{5}{6}x = \frac{-4}{15}.$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{-4}{15} - \frac{-2}{5}$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{2}{15}$$

$$x = \frac{2}{15} : \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{4}{25}$$

Vậy $x = \frac{4}{25}$.

b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} : x = \frac{5}{6}$.

$$\frac{7}{4} : x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{4} : x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{7}{4} : \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{21}{2}$$

Vậy $x = \frac{21}{2}$.

c) $\left(x + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{4}\right) = 0$.

$$x + \frac{5}{3} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{5}{4} = 0$$

$$x = -\frac{5}{3} \text{ hoặc } x = \frac{5}{4}$$

Vậy $x = -\frac{5}{3}$ hoặc $x = \frac{5}{4}$.

d) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{8}{13}\right) \cdot \left(2,5 + \frac{-7}{5} : x\right) = 0$.

$$\frac{1}{3}x - \frac{8}{13} = 0 \text{ hoặc } 2,5 + \frac{-7}{5} : x = 0$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{8}{13} \text{ hoặc } \frac{-7}{5} : x = \frac{-5}{2}$$

$$x = \frac{8}{13} : \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{5} : \frac{-5}{2}$$

$$x = \frac{24}{13} \text{ hoặc } x = \frac{14}{25}$$

Vậy $x = \frac{24}{13}$ hoặc $x = \frac{14}{25}$.

VD 5.1. Điều kiện: $x \neq 3; x \neq -3$.

a) Khi $x = 1$ thì $A = \frac{3 \cdot 1 + 2}{1 - 3} = \frac{-5}{2}$

Khi $x = 2$ thì $A = \frac{3 \cdot 2 + 2}{2 - 3} = -8$

Khi $x = \frac{5}{2}$ thì $A = \frac{3 \cdot \frac{5}{2} + 2}{\frac{5}{2} - 3} = -19$

b) $A = \frac{3(x-3)+11}{x-3} = 3 + \frac{11}{x-3}$

Để A là số nguyên thì $x - 3$ là ước của 11

$$x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4.$$

$$x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2.$$

$$x - 3 = 11 \Rightarrow x = 14.$$

$$x - 3 = -11 \Rightarrow x = -8.$$

c) $B = \frac{x^2 + 3x - 7}{x + 3} = \frac{x(x+3) - 7}{x + 3} = x - \frac{7}{x + 3}$

Để B là số nguyên thì x nguyên và $x + 3$ là ước của 7

$$x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2.$$

$$x + 3 = -1 \Rightarrow x = -4.$$

$$x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4.$$

$$x + 3 = -7 \Rightarrow x = -10.$$

d) Để A và B cùng là số nguyên thì $x = 4$

VD 5.2. Điều kiện: $x \neq -2; x \neq -1$.

a) Khi $x = 0$ thì $C = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0 + 2} = \frac{1}{2}$.

b) Khi $x = \frac{1}{2}$ thì $C = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{4}{5}$.

Khi $x = 3$ thì $C = \frac{2.3+1}{3+2} = \frac{7}{5}$.

c) $C = \frac{2x+1}{x+2} = \frac{2(x+2)-3}{x+2} = 2 - \frac{3}{x+2}$

Để C là số nguyên thì $x+2$ là ước của 3.

$$x+2=1 \Rightarrow x=-1.$$

$$x+2=-1 \Rightarrow x=-3.$$

$$x+2=3 \Rightarrow x=1.$$

$$x+2=-3 \Rightarrow x=-5.$$

d) $D = \frac{x^2-2x+1}{x+1} = \frac{x^2+x-3x-3+4}{x+1} = \frac{x(x+1)-3(x+1)+4}{x+1} = x-3 + \frac{4}{x+1}$

Để D là số nguyên thì x nguyên và $x+1$ là ước của 4

$$x+1=1 \Rightarrow x=0.$$

$$x+1=-1 \Rightarrow x=-2.$$

$$x+1=2 \Rightarrow x=1.$$

$$x+1=-2 \Rightarrow x=-3.$$

$$x+1=4 \Rightarrow x=3.$$

$$x+1=-4 \Rightarrow x=-5.$$

e) Để D và C nguyên thì $x = -3$ và $x = -5$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) Ta có: $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

b) Ta có: $\frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{3}{4.3} - \frac{7.2}{6.2} = \frac{-11}{12}$.

c) Ta có: $\frac{19}{2} - \frac{5}{6} = \frac{57}{2.3} - \frac{5}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3}$.

d) Ta có: $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} - \frac{10}{12} + \frac{1}{12} = \frac{-5}{12}$.

e) Ta có: $\frac{3}{4} + \frac{3}{16} - \frac{1}{2} = \frac{12}{16} + \frac{3}{16} - \frac{8}{16} = \frac{7}{16}$.

f) Ta có: $\frac{2}{5} - \frac{4}{7} + \frac{1}{2} = \frac{28}{70} - \frac{40}{70} + \frac{35}{70} = \frac{23}{70}$.

Bài 2.

a) Ta có:

b) Ta có:

$$A = \frac{-1}{21} + \frac{-1}{28} = \frac{-1}{7 \cdot 3} + \frac{-1}{7 \cdot 4} = \frac{-4}{7 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{-3}{7 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{-1}{12}$$

$$B = \frac{-8}{18} - \frac{15}{27} = \frac{-8}{9 \cdot 2} - \frac{15}{9 \cdot 3} = \frac{-24}{9 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{30}{9 \cdot 3 \cdot 2} = -1.$$

c) Ta có :

$$C = \frac{-5}{12} + 0,75 = \frac{-5}{4 \cdot 3} + \frac{3}{4} = \frac{-5}{4 \cdot 3} + \frac{9}{4 \cdot 3} = \frac{1}{3}.$$

d) Ta có :

$$D = 3,5 - \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{7}{2} + \frac{2}{7} = \frac{49}{14} + \frac{4}{14} = \frac{53}{14}.$$

Bài 3.

a) Ta có : $x - \frac{3}{4} = \frac{2}{7}$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{7} + \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{8}{28} + \frac{21}{28} \Rightarrow x = \frac{29}{28}.$$

Vậy $x = \frac{29}{28}$.

b) Ta có : $\frac{2}{3} - x = \frac{7}{5}$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} - \frac{7}{5} \Rightarrow x = \frac{10}{15} - \frac{21}{15} \Rightarrow x = \frac{-11}{15}.$$

Vậy $x = \frac{-11}{15}$.

c) Ta có : $x + \frac{1}{8} = \frac{-3}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow x = -\frac{6}{8} - \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{-7}{8}.$$

Vậy $x = \frac{-7}{8}$.

d) Ta có : $\frac{7}{4} - \left(x + \frac{5}{3}\right) = \frac{-12}{5}$

$$\Rightarrow x + \frac{5}{3} = \frac{7}{4} - \frac{-12}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4} + \frac{12}{5} - \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{105 + 144 - 100}{60} = \frac{149}{60}$$

Vậy $x = \frac{149}{60}$.

e) Ta có : $x - \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3}\right)\right] = \frac{-1}{3}$

$$\Rightarrow x = \frac{-1}{3} + \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3}\right)\right] = \frac{-1}{3} + \left(\frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4}\right) = \frac{9}{2} - \frac{-5}{4} = \frac{9}{2} + \frac{5}{4} = \frac{18+5}{4} = \frac{23}{4}$$

$$= \frac{-1}{3} + \frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3} = \left(\frac{-1}{3} - \frac{5}{3}\right) + \frac{17}{2} + \frac{3}{7}$$

$$= -2 + \frac{17}{2} + \frac{3}{7} = \frac{-28 + 119 + 6}{14} = \frac{97}{14}.$$

Vậy $x = \frac{97}{14}$.

f) Ta có : $\frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4}\right)\right] = \frac{-5}{4}$

$$\Rightarrow x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} - \frac{23}{4} - \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{30}{4} = \frac{8-90}{12} = \frac{-82}{12} = \frac{-41}{6}$$

Vậy $x = \frac{-41}{6}$.

Bài 4.

Ta có: $A = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{20.21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{21} = \frac{2}{7}$.

Bài 5.

Ta có:

$$B = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{28.30} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{30} \right) = \frac{7}{30}$$

Bài 6. Ta có $\frac{5}{3} = \frac{4+1}{3} = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}$. Vậy hai số đó là $\frac{4}{3}$ và $\frac{1}{3}$.

Bài 7.

a) Ta thấy $48,1,5 - 1,2.60 = 72 - 72 = 0$ nên

$$A = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \cdot (1+2+3+\dots+50) \cdot (48,1,5 - 1,2.60)}{2+4+6+\dots+50}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \cdot (1+2+3+\dots+50) \cdot 0}{2+4+6+\dots+50} = 0$$

b) Để ý rằng: $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ nên

$$B = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{15} + \frac{2}{21}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{15} + \frac{2}{21}} = \frac{1 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{15} + \frac{1}{21} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) - 7 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{15} + \frac{1}{21} \right)} = \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \frac{-1}{7}$$

Bài 8.

a) $\frac{x}{3} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{xy+3}{3y} = \frac{2y}{3y} \Rightarrow xy+3=2y \Rightarrow xy-2y=-3 \Rightarrow y(x-2)=-3$.

Mà $x, y \in \mathbb{Z}$ Suy ra: $x-2; y \in \mathbb{Z}$. Do đó ta có bảng sau

y	-3	-1	1	3
x-2	1	3	-3	-1
x	3	5	-1	1

Vậy các bộ số $(x; y)$ cần tìm là $(3; -3), (5; -1), (-1; 1), (1; 3)$.

$$b) \frac{1}{x} - \frac{1}{4} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{4-x}{4x} = \frac{2xy}{4x} \Rightarrow 2xy = 4-x \Rightarrow 2xy+x=4 \Rightarrow x(2y+1)=4.$$

Ta có $x; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x; 2y+1 \in \mathbb{Z}$ mà $2y+1$ là số lẻ, do đó ta có bảng sau

x	-4	4
2y+1	-1	1
y	-1	0

Vậy các bộ số $(x; y)$ cần tìm là $(-4; -1), (4; 0)$.

Bài 9.

a) Có $4 < x < \frac{21}{5}$ thì $x = 4$.

b) Có $\frac{-9}{2} < x \leq -4$ thì $x = -4$.

c) Không có số thỏa mãn.

d) Có $-\frac{1}{9} < x < \frac{1}{2}$ thì $x = 0$.

Bài 10.

a) $\frac{1}{x} - \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{6-xy}{6x} = \frac{1}{3}$$

$$3(6-xy) = 6x$$

$$6-xy = 2x$$

$$xy + 2x = 6$$

$$x(y+2) = 6$$

Vì x, y là các số nguyên mà $6 = 6.1 = (-6).(-1) = 2.3 = (-2).(-3)$

Ta có:

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y+2	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
y	-3	-4	-5	-8	4	1	0	-1

Vậy $(x; y) = (-6; -3); (-3; -4); (-2; -5); (-1; -8); (1; 4); (2; 1); (3; 0); (6; -1)$.

$$b) \frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{xy+6}{2y} = \frac{5}{4}$$

$$4(xy+6) = 10y$$

$$2xy + 12 = 5y$$

$$2xy - 5y = -12$$

$$y(2x-5) = -12$$

Vì x, y nguyên; $2x-5$ lẻ mà $-12 = 1.(-12) = 2.(-6) = 3.(-4) = 4.(-3)$ nên

$2x-5$	-3	-1	1	3
x	1	2	3	4
y	4	12	-12	-4

Vậy $(x;y) = (-1;4); (2;12); (3;-12); (4;-4)$

Bài 11.

$$a) \frac{3}{x} + \frac{1}{3} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{y-1}{3}$$

$$x(y-1) = 9$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

x	-9	-3	-1	1	3	9
$y-1$	-1	-3	-9	9	3	1
y	0	-2	-8	10	4	2

Vậy các cặp $(x;y)$ thỏa mãn là $(-9;0), (-3;-2), (-1;-8), (1;10), (3;4), (9,2)$

$$b) \frac{x}{6} - \frac{1}{y} = 2$$

$$\frac{x}{6} - \frac{12}{6} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{x-12}{6} = \frac{1}{y}$$

$$y(x-12) = 6$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

y	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$x - 12$	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
x	11	10	9	6	18	15	14	13

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(11; -6), (10; -3), (9; -2), (6; -1), (18; 1), (15; 2), (14; 3), (13; 6)$

$$c) \frac{2}{3x} + \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3x} = \frac{3}{6} - \frac{y}{6}$$

$$\frac{2}{3x} = \frac{3-y}{6}$$

$$4 = x(3-y)$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

x	-4	-2	-1	1	2	4
$3-y$	-1	-2	-4	4	2	1
y	4	5	7	-1	1	2

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(-4; 4), (-2; 5), (-1; 7), (1; -1), (2; 1), (4; 2)$

Bài 12. $A = \frac{2n-1}{n-3} = \frac{2(n-3)+5}{n-3} = 2 + \frac{5}{n-3}$

a) Vì $2 \in \mathbb{Z}$ và $n \in \mathbb{Z}$ nên để A là số nguyên thì $(n-3) \in U(5)$ suy ra $(n-3) \in \{-5; -1; 1; 5\}$

Ta có bảng sau

$n-3$	-5	-1	1	5
n	-2	2	4	8
A	1	-3	7	3

Vậy để A nguyên thì $n \in \{-2; 2; 4; 8\}$

b) Nếu $n-3 < 0 \Rightarrow \frac{5}{n-3} < 0 \Rightarrow 2 + \frac{5}{n-3} < 2$

Nếu $n-3 > 0 \Rightarrow \frac{5}{n-3} > 0 \Rightarrow 2 + \frac{5}{n-3} > 2$

Suy ra A có giá trị lớn nhất thì $n-3 > 0 \Rightarrow n > 3$

Để A có giá trị lớn nhất thì $n-3$ có giá trị nhỏ nhất mà n là số nguyên và $n > 3$ suy ra $n = 4 \Rightarrow A = 7$

Vậy $A_{\max} = 7$ khi $n = 4$.

Bài 13. $B = \frac{6n+7}{2n+3} = \frac{3(2n+3)-2}{2n+3} = 3 - \frac{2}{2n+3}$

a) Vì $3 \in \mathbb{Z}$ và $n \in \mathbb{Z}$ suy ra để B có giá trị nguyên thì $(2n+3) \in U'(2)$ suy ra

$$(2n+3) \in \{-2; -1; 1; 2\}$$

Ta có bảng sau:

$2n+3$	-2	-1	1	2
n	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$
B	4	5	1	2

Vậy để B có giá trị nguyên thì $n \in \{-2; -1\}$

b) Nếu $2n+3 > 0 \Rightarrow \frac{2}{2n+3} > 0 \Rightarrow -\frac{2}{2n+3} < 0 \Rightarrow 3 - \frac{2}{2n+3} < 3$

Nếu $2n+3 < 0 \Rightarrow \frac{2}{2n+3} < 0 \Rightarrow -\frac{2}{2n+3} > 0 \Rightarrow 3 - \frac{2}{2n+3} > 3$

Suy ra B có giá trị nhỏ nhất khi $2n+3 > 0 \Rightarrow n > -\frac{3}{2}$

Để B có giá trị nhỏ nhất thì $\frac{2}{2n+3}$ có giá trị lớn nhất suy ra $2n+3$ có giá trị nhỏ nhất mà

$n \in \mathbb{Z}$ và $n > -\frac{3}{2}$ nên $n = -1 \Rightarrow B = 1$. Vậy $B_{\min} = 1$ khi $n = -1$

Bài 14.

a) $C = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{19} < \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{9}{10} < 1$

Để thấy $C > 0$. Suy ra $0 < C < 1$. Vậy C không thể là số nguyên

b) $D = 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} \right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} = \frac{n+1}{n+2}$
 $= 1 - \frac{1}{n+2}$

Giả sử D là số nguyên suy ra $\frac{1}{n+2}$ là số nguyên. Vì $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n+2 > 3 \Rightarrow \frac{1}{n+2}$ không thể là số nguyên. Điều giả sử là sai. Vậy D không là số nguyên

c) $E = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{2}{9} + \frac{2}{11} = \frac{2}{6} + \frac{2}{8} + \frac{2}{10} + \frac{2}{7} + \frac{2}{9} + \frac{2}{11}$
 $= 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \right) < 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) = 2$

$$\text{Ta lại có } 2\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right) > 2\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) = 1$$

Suy ra $1 < E < 2$. Vậy E không là số nguyên.

Bài 15.

a) Trong 100 số chỉ có tối đa 2 số không âm vì nếu có 3 số không âm trở lên thì sẽ trái giả thiết là 3 số bất kì đều có tổng là một số âm.

Nhóm 2 số không âm và 1 số hữu tỉ dương ta được kết quả là số âm. 97 số còn lại là số âm nên tổng 100 số là số âm.

b) Không thể khẳng định 100 số đều là số âm vì vẫn có thể có tối đa 2 số không âm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

BÀI 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

Bài 1. Tính giá trị của các biểu thức:

$$a) \frac{3^3 \cdot 3^4}{3^{10}} = \frac{3^7}{3^{10}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}.$$

$$b) \frac{(0,8)^2}{(0,4)^2} = \left(\frac{0,8}{0,4}\right)^2 = 2^2 = 4.$$

$$c) \frac{2^3 \cdot 4^2}{8^3} = \frac{2^3 \cdot (2^2)^2}{(2^3)^3} = \frac{2^3 \cdot 2^4}{2^9} = \frac{2^7}{2^9} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$$

$$d) \frac{27^2 \cdot 9}{81} = \frac{(3^3)^2 \cdot 3^2}{3^4} = \frac{3^6 \cdot 3^2}{3^4} = 3^4 = 81.$$

$$e) \frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}} = \frac{(45 \cdot 5)^{10}}{75^{10}} = \frac{225^{10}}{75^{10}} = \left(\frac{225}{75}\right)^{10} = 3^{10}$$

$$f) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4 \cdot 2)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4)^5 \cdot 2^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5}{0,4} = 80$$

$$g) \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3} = \frac{2^{15} \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^3 \cdot (2^3)^3} = \frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^9} = 2^3 \cdot 3^5 = 1944$$

$$h) \frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}} = \frac{(2^3)^{10} + (2^2)^{10}}{(2^3)^4 + (2^2)^{11}} = \frac{2^{30} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{22}} = \frac{2^{20}(2^{10} + 1)}{2^{12}(1 + 2^{10})} = 2^8 = 256$$

Bài 2. Tìm số tự nhiên n biết :

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow n = 4.$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Leftrightarrow n = 3.$$

$$c) \frac{6^n}{3^3 \cdot 4} = 2 \Rightarrow 6^n = 3^3 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow 6^n = 3^3 \cdot 2^3 \Rightarrow 6^n = 6^3 \Rightarrow n = 3.$$

Bài 3. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ :

$$a) 2^6 \cdot 3^3 = (2^2)^3 \cdot 3^3 = 4^3 \cdot 3^3 = (4 \cdot 3)^3 = 12^3.$$

$$b) 6^4 \cdot 8^2 = 36^2 \cdot 8^2 = (36 \cdot 8)^2 = 288^2.$$

$$c) 16 \cdot 81 = 2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4.$$

$$d) 25^4 \cdot 2^8 = 25^4 \cdot (2^2)^4 = 25^4 \cdot 4^4 = (25 \cdot 4)^4 = 100^4.$$

$$e) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$f) \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$g) \left(\frac{9}{5}\right)^5 : \left(\frac{27}{-20}\right)^5 = \left(\frac{9 \cdot (-20)}{5 \cdot 27}\right)^5 = \left(\frac{-4}{3}\right)^5$$

$$g) \left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2 = \left(-\frac{5 \cdot 24}{4 \cdot 35}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$$

Bài 4. Tính :

$$a) 27^4 : 9^3 = (3^3)^4 : (3^2)^3 = 3^{12} : 3^6 = 3^6 = 729.$$

$$b) \frac{6^2 \cdot 3^3}{12^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 3^2} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4}.$$

$$c) \frac{12^3 \cdot 18^2}{24^2} = \frac{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4}{2^6 \cdot 3^2} = \frac{2^8 \cdot 3^7}{2^6 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3^5 = 972.$$

$$d) \frac{6^3 + 2 \cdot 6^2 + 2^3}{37} = \frac{2^3 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 + 2^3}{37} = \frac{2^3(3^3 + 3^2 + 1)}{37} = \frac{2^3 \cdot 37}{37} = 2^3.$$

Bài 5. Thực hiện phép tính :

$$a) 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{-1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0. \quad b) \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 6^2 + \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{1}{6^2} \cdot 6^2 + \frac{3^5 \cdot (0,2)^5}{(0,2)^6} \\ = 1 + \frac{3^5}{0,2} = 1216.$$

$$c) \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{20}\right) \left(\frac{2}{15}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2^2 \cdot 5}\right) \cdot \frac{2^2}{3^2 \cdot 5^2} = \frac{-1}{3 \cdot 5^3} = \frac{-1}{375}.$$

$$d) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5 \cdot (0,4)^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5}{0,4} = 80.$$

Bài 6: Tính giá trị biểu thức :

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8$$

Hướng dẫn

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7} = -\frac{3^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 3^{14}} = -\frac{3}{5}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8 = 8 + 3 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 4 + \left(4 : \frac{1}{2}\right) \cdot 8 = 10 + 64 = 74$$

Bài 7. Tìm x biết :

$$a) 3^x \cdot 9 = 243 \Rightarrow 3^x \cdot 3^2 = 3^5 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^5 \Rightarrow x+2 = 5 \Rightarrow x = 3.$$

$$b) 3^{7x-1} = 81^5 \Rightarrow 3^{7x-1} = (3^4)^5 \Rightarrow 3^{7x-1} = 3^{20} \Rightarrow 7x-1 = 20 \Rightarrow x = 3.$$

$$c) (x-3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 4 \\ x-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$d) 2^{x+1} \cdot 3^{x+1} = 216 \Rightarrow (2 \cdot 3)^{x+1} = 6^3 \Rightarrow 6^{x+1} = 6^3 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2.$$

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$b) (2x - 1)^3 = -8 = (-2)^3$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = -2$$

$$\Rightarrow 2x = -1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$c) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \\ x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$d) 5^{x+2} = 625 \Rightarrow 5^{x+2} = 5^4 \Rightarrow x = 2$$

Bài 8. Tìm số tự nhiên n biết :

$$a) \frac{81}{3^n} = 3 \Rightarrow \frac{3^4}{3^n} = 3 \Rightarrow 3^{4-n} = 3^1 \Rightarrow 4-n = 1 \Rightarrow n = 3.$$

$$b) \frac{(-2)^n}{16} = -8 \Rightarrow \frac{(-2)^n}{(-2)^4} = (-2)^3 \Rightarrow (-2)^{4-n} = (-2)^3 \Rightarrow 4-n = 3 \Rightarrow n = 1.$$

$$c) 16^n : 2^n = 64 \Rightarrow (16 : 2)^n = 64 \Rightarrow 8^n = 8^2 \Rightarrow n = 2.$$

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 9. So sánh các số sau :

$$a) 2^{150} \text{ và } 3^{100}. \text{ Ta có: } 2^{150} = (2^3)^{50} = 8^{50}, 3^{100} = (3^2)^{50} = 9^{50}.$$

$$\text{Do } 8^{50} < 9^{50} \Rightarrow 2^{150} < 3^{100}.$$

$$b) 4^{333} \text{ và } 3^{444}. \text{ Ta có: } 4^{333} = (4^3)^{111} = 64^{111}, 3^{444} = (3^4)^{111} = 81^{111}.$$

$$\text{Do } 64^{111} < 81^{111} \Rightarrow 4^{333} < 3^{444}.$$

$$c) 2^{500} \text{ và } 5^{200}. \text{ Ta có: } 2^{500} = (2^5)^{100} = 32^{100}, 5^{200} = (5^2)^{100} = 25^{100}.$$

Do $32^{100} > 25^{100} \Rightarrow 2^{500} > 5^{200}$.

d) 2^{375} và 3^{250} . Ta có: $2^{375} = (2^3)^{125} = 8^{125}$, $3^{250} = (3^2)^{125} = 9^{125}$.

Do $8^{125} < 9^{125} \Rightarrow 2^{375} < 3^{250}$.

a) 2^{300} và 3^{200}

Ta có: $2^{300} = 2^3)^{100} = 8^{100}$

$$3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$$

Vì $8^{100} < 9^{100} \Rightarrow 2^{300} < 3^{200}$

b) Tương tự câu a ta có: $3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$

$$7^{300} = (7^3)^{100} = 343^{100}$$

Vì $243^{100} < 343^{100} \Rightarrow 3^{500} < 7^{300}$

c) Ta có: $8^5 = 2^{15} = 2.2^{14} < 3.2^{14} = 3.4^7 \Rightarrow 8^5 < 3.4^7$

d) Ta có: $202^{303} = (2.101)^{3.101} = (2^3.101^3)^{101} = (8.101.101^2)^{101} = (808.101^2)^{101}$

$$303^{202} = (3.101)^{2.101} = (3^2.101^2)^{101} = (9.101^2)^{101}$$

Vì $808.101^2 > 9.101^2 \Rightarrow 202^{303} > 303^{202}$

Bài 10. Tìm giá trị của số nguyên x:

a) $x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = 2^4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

b) $\frac{x+1}{2} = \frac{2}{x+1}$. Điều kiện: $x \neq -1$.

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

c) $\frac{(x-2)^2}{7} = \frac{49}{x-2}$. Điều kiện: $x \neq 2$.

$$\Rightarrow (x-2)^3 = 7^3 \Rightarrow x-2=7 \Rightarrow x=9.$$

Bài 11. Chứng minh rằng: $12^8.9^{12} = 18^{16}$.

Ta có: $12^8.9^{12} = (2^2.3)^8.(3^2)^{12} = 2^{16}.3^8.3^{24} = 2^{16}.3^{32} = 2^{16}.(3^2)^{16} = (2.9)^{16} = 18^{16}$.

Bài 12:

a) $30 < 2^n < 300$

Ta có: $2^4 = 16 < 30$, $2^5 = 32 > 30$

$2^8 = 256 < 300$, $2^9 = 512 > 300$

Vậy $30 < 2^n < 300$ nên $n = 5, 6, 7, 8$

b) $20 < 6^n < 1300$

Ta có $6 < 20$

$6^2 = 36 > 20$

$6^4 = 1296 < 1300$

$6^5 = 7776 > 1300$

Vậy $20 < 6^n < 1300$ nên $n = 2, 3, 4$

c) $32 < 2^n < 128$

Tương tự ta tìm được $n = 6$

d) $2.16 \geq 2^n > 4 \Rightarrow 32 \geq 2^n > 4$

$\Rightarrow n = 3, 4, 5$

Bài 13:

Ta có : $2^{63} = (2^7)^9 = 128^9$

$5^{27} = (5^3)^9 = 125^9 \Rightarrow 2^{63} > 5^{27} \quad (1)$

Lại có : $2^{63} = (2^9)^7 = 512^7$

$5^{28} = (5^4)^7 = 625^7 \Rightarrow 2^{63} < 5^{28} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 5^{27} < 2^{63} < 5^{28}$

Bài 14:

Vì $A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < 1$

nên $A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < \frac{2008^{2008} + 1 + 2007}{2008^{2009} + 1 + 2007} = \frac{2008 + 2008}{2008^{2009} + 2008} = \frac{2008 \cdot (2008^{2007} + 1)}{2008 \cdot (2008^{2009} + 1)}$
 $= \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2007} + 1} = B$

Vậy $A < B$

Bài 15 : Tìm các số nguyên x, y biết:

a) $(x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0$ b) $(x - 3,2)^2 + (2,5 + y)^{10} = 0$

Hướng dẫn

a) $(x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0$

vì $(x + 1,5)^8 \geq 0$ với mọi x và $(2,7 - y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x+1,5)^8 = 0 \\ (2,7-y)^{10} = 0 \\ x = -1,5 \\ y = 2,7 \end{cases}$$

$$b) (x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$$

Vì $(x-3,2)^2 \geq 0$ với mọi x và $(2,5+y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x-3,2)^2 = 0 \\ (2,5+y)^{10} = 0 \\ x = 3,2 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Bài 16: Cho $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008}$ và $B = 3^{2009}$

a. Tính $3A$.

b. Chứng tỏ $2A$ và B là hai số nguyên liên tiếp

Hướng dẫn

a. Ta có: $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008}$ (1)

$\Rightarrow 3A = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008} + 3^{2009}$ (2)

b. Lấy (2) - (1) ta được: $2A = 3^{2009} - 1$

Vì $B = 3^{2009}$ nên $2A$ và B là 2 số nguyên liên tiếp

Bài 17: Rút gọn:

a. $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$

b. $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$

Hướng dẫn:

a. Ta có $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$ (1)

$2A = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} - 2^{98} + 2^{97} - \dots + 2^3 - 2^2$ (2)

Lấy (1) cộng (2) ta được: $3A = 2^{101} - 2 \Rightarrow A = \frac{2^{101} - 2}{3}$

b. Ta có $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$ (3)

$3B = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + 3^{97} + \dots + 3^3 - 3^2 + 3$ (4)

Lấy (3) cộng (4) ta được $4B = 3^{101} + 1 \Rightarrow B = \frac{3^{101} + 1}{4}$

Bài 18: Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ với $n \geq 2$ và $B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n}$

a. Tính B

b. So sánh A với B

c. So sánh A với 1

Hướng dẫn

$$a. B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$$

$$b. \text{Ta có: } \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1).n} \text{ Với mọi } n \geq 2$$

$$\text{Do đó } A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{n} \text{ (với } n \geq 2)$$

Vậy $A < B$

c. Theo câu b ta có $A < 1$

Dạng 4: Chứng minh chia hết

Bài 19: Chứng minh rằng

$$a. (2^{10} + 2^8) : 5$$

$$b. (2008^{100} + 2008^{99}) : 2009$$

$$c. (12345^{678} - 12345^{677}) : 12344$$

Hướng dẫn

$$a. (2^{10} + 2^8) : 5$$

$$\text{Ta có } 2^{10} + 2^8 = 2^8(2^2 + 1) = 5.2^8 : 5$$

$$b. (2008^{100} + 2008^{99}) : 2009$$

$$\text{Ta có } (2008^{100} + 2008^{99}) = 2008^{99}.(2008+1) = 2009.2008^{99} : 2009$$

$$c. (12345^{678} - 12345^{677}) : 12345$$

$$\text{Ta có: } (12345^{678} - 12345^{677}) = 12345^{677}.(12345-1) = 12344.12345^{677} : 12344$$

Bài 20: Chứng tỏ rằng: $A = 75(4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ là số chia hết cho 100

$$\text{Ta tính } C = 4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1 \text{ (1)}$$

$$4C = 4^{2005} + 4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 \text{ (2)}$$

$$\text{Lấy (2) trừ (1) ta được: } 3C = 4^{2005} - 1 \Rightarrow C = \frac{4^{2005} - 1}{3}$$

$$\text{Khi đó } A = 75.\left(\frac{4^{2005} - 1}{3}\right) + 25 = 25.(4^{2005} - 1) + 25 = 25.4^{2005} = 100.4^{2004} : 100$$

Vậy $A : 100$

BÀI 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

VD 1.1.

a) $1,3 - 3^2 + 1,2 : 3 = 1,3 - 9 + 0,4 = 1,7 - 9 = -7,3$

b) $3,5 + 2,5 \cdot 5 + 1,5^2 = 3,5 + 12,5 + 2,25 = 16 + 2,25 = 18,25$

c) $9,8 + 1,3 \cdot 6 + (4,5 - 2,4) : 3 = 9,8 + 7,8 + 2,1 : 3 = 17,6 + 0,7 = 18,3$

d) $(1,5 + 2,1) : 2 + 1,5 - 1,5 : 3 = 3,6 : 2 + 1,5 - 0,5 = 1,8 - 1 = 1.$

VD 1.2.

a)

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{8}\right) : \frac{5}{4} = \left(\frac{4}{6} + \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{2} + \left(\frac{2}{8} + \frac{5}{8}\right) : \frac{5}{4} = \frac{5}{6} : \frac{5}{2} + \frac{7}{8} : \frac{5}{4} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{31}{30} \text{ b)}$$

$$\frac{11}{9} \cdot \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{5}\right) = \frac{11}{9} \cdot \left(\frac{2}{22} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{10} - \frac{6}{10}\right) = \frac{11}{9} \cdot \frac{-3}{22} + \frac{5}{6} \cdot \frac{-3}{10} = \frac{-1}{6} + \frac{-3}{20} = \frac{-10}{60} + \frac{-9}{60} = \frac{-19}{60}$$

c)

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{12}\right) : \frac{7}{16} = \left(\frac{3}{6} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{2}{12} + \frac{5}{12}\right) : \frac{7}{16} = \frac{8}{6} \cdot \frac{5}{8} + \frac{7}{12} : \frac{7}{16} = \frac{8}{6} \cdot \frac{5}{8} + \frac{7}{12} \cdot \frac{16}{7} = \frac{5}{6} + \frac{4}{3} = \frac{13}{6}$$

d) $\frac{5}{11} : \left(\frac{3}{11} - \frac{1}{22}\right) + \frac{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{14} - \frac{1}{7}\right) = \frac{5}{11} : \left(\frac{6}{22} - \frac{1}{22}\right) + \frac{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{14} - \frac{2}{14}\right) = \frac{5}{11} : \frac{5}{22} + \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{14} = 2 + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}.$

VD 2.1.

<p>a) $x + \frac{1}{2} = \frac{-3}{4}$</p> <p>$x = \frac{-3}{4} - \frac{1}{2}$</p> <p>$x = \frac{-3}{4} - \frac{2}{4}$</p> <p>$x = \frac{-5}{4}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{-5}{4}.$</p>	<p>b) $x - \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$</p> <p>$x = \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$</p> <p>$x = \frac{5}{10} + \frac{6}{10}$</p> <p>$x = \frac{11}{10}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{11}{10}.$</p>	<p>c) $\frac{2}{5} - x = \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{4}{10} - \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{1}{10}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{1}{10}.$</p>	<p>d) $-\frac{1}{6} - x = -\frac{1}{5}$</p> <p>$x = -\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{5}\right)$</p> <p>$x = -\frac{5}{30} + \frac{6}{30}$</p> <p>$x = \frac{1}{30}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{1}{30}.$</p>
---	--	--	--

VD 2.2.

<p>a) $x + 0,74 = 15,88$ $x = 15,88 - 0,74$ $x = 15,14$ Vậy: $x = 15,14$.</p>	<p>b) $x - 0,3 = 17,7$ $x = 17,7 + 0,3$ $x = 18$ Vậy: $x = 18$.</p>	<p>c) $12,56 - x = 15,6$ $x = 12,56 - 15,6$ $x = -3,04$ Vậy: $x = -3,04$.</p>	<p>d) $-1,75 - x = -0,15$ $x = -1,75 - (-0,15)$ $x = -1,75 + 0,15$ $x = -1,6$ Vậy: $x = -1,6$.</p>
--	--	--	---

VD 2.3.

<p>a) $x - \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{5}\right) = \frac{3}{10}$ $x - \left(\frac{25}{20} - \frac{28}{20}\right) = \frac{6}{20}$ $x - \left(-\frac{3}{20}\right) = \frac{6}{20}$ $x = \frac{6}{20} - \frac{3}{20}$ $x = -\frac{3}{20}$ Vậy: $x = -\frac{3}{20}$.</p>	<p>b) $x - \frac{1}{2} = \frac{7}{9} - \left(-\frac{9}{7}\right)$ $x - \frac{1}{2} = \frac{7}{9} + \frac{9}{7}$ $x - \frac{1}{2} = \frac{49}{63} + \frac{81}{63}$ $x - \frac{1}{2} = \frac{130}{63}$ $x = \frac{130}{63} + \frac{1}{2}$ $x = \frac{323}{126}$ Vậy: $x = \frac{323}{126}$.</p>	<p>c) $\left(\frac{1}{12} - x\right) - \frac{3}{4} = 75\%$ $\left(\frac{1}{12} - x\right) - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{12} - x = \frac{3}{2}$ $x = \frac{1}{12} - \frac{3}{2}$ $x = \frac{1}{12} - \frac{18}{12}$ $x = \frac{-17}{12}$ Vậy: $x = \frac{-17}{12}$.</p>	<p>d) $\left(1 - \frac{3}{2}\right) - x = \frac{-5}{4}$ $\frac{-1}{2} - x = \frac{-5}{4}$ $x = \frac{-1}{2} - \left(\frac{-5}{4}\right)$ $x = \frac{-2}{4} + \frac{5}{4}$ $x = \frac{3}{4}$ Vậy: $x = \frac{3}{4}$.</p>
--	--	--	--

VD 2.4.

<p>a) $x + (0,72 + 1,25) = 11,77$ $x + 1,97 = 11,77$ $x = 11,77 - 1,97$ $x = -9,8$ Vậy: $x = -9,8$.</p>	<p>c) $(12,56 - 1,34) - x = 15,22$ $11,22 - x = 15,22$ $x = 11,22 - 15,22$ $x = -4$ Vậy: $x = -4$.</p>
<p>b) $x - (0,3 + 1,38) = 17,9$ $x - 1,68 = 17,9$ $x = 17,9 + 1,68$ $x = 19,58$ Vậy: $x = 19,58$.</p>	<p>d) $(-1,75 + 14,3) - x = -(0,15 + 7,14)$ $12,55 - x = -7,29$ $x = 12,55 - (-7,29)$ $x = 19,84$ Vậy: $x = 19,84$.</p>

VD 3.1.

a)

$$-1,2 + (-8,8) + 7,25 + 2,75 - 2022 = -(1,2 + 8,8) + (7,25 + 2,75) - 2022 = -10 + 10 - 2022 = -2022$$

b) $-0,1 + 19,6 + 11,1 - 9,6 = 11,1 - 0,1 + 19,6 - 9,6 = 11 + 10 = 21$

c) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{9} + \frac{7}{9}\right) + \left(\frac{3}{9} + \frac{6}{9}\right) + \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right) = 1 + 1 + 1 = 3$

d) $11,9 - \frac{17}{9} - 1,9 - 8\frac{1}{9} = 11,9 - 1,9 - \left(\frac{17}{9} + 8 + \frac{1}{9}\right) = 10 - (2 + 8) = 0$

VD 3.2.

a) $\frac{18}{11} - \left(\frac{6}{7} - \frac{4}{11}\right) + \frac{13}{7} = \frac{18}{11} - \frac{6}{7} + \frac{4}{11} + \frac{13}{7} = \left(\frac{18}{11} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{13}{7} - \frac{6}{7}\right) = 2 + 1 = 3$

b) $\frac{32}{5} - \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{4}\right) = \frac{32}{5} - \frac{5}{4} + \frac{1}{5} + \frac{12}{5} - \frac{3}{4} = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} + \frac{12}{5} - \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 9 - 2 = 7$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

<p>a) $(-0,25) \cdot \frac{4}{17} \cdot \left(-3\frac{5}{21}\right) \cdot \left(\frac{-7}{12}\right)$</p> $= \frac{-1}{4} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{-68}{21} \cdot \frac{-7}{12}$ $= \frac{-1}{9}$	<p>b) $\left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \frac{4}{15} + \left(\frac{-3}{10}\right) \cdot \frac{4}{15}$</p> $= \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{-2}{5} + \frac{-3}{10}\right)$ $= \frac{4}{15} \cdot \frac{-7}{10}$ $= \frac{-14}{75}$
<p>c) $21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right)$</p> $= 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24}$ $= 21 - \frac{15}{4} \cdot \frac{24}{5}$ $= 21 - 18$ $= 3$	<p>d) $\left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7}$</p> $= \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7}$ $= 0 : \frac{3}{7}$ $= 0$

Bài 2.

a) $(-0,35) \cdot \frac{3}{14} \cdot \left(-3\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{-4}{21}\right) = \frac{-7}{20} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{-26}{7} \cdot \frac{-4}{21} = \frac{-13}{245}$

b) $\left(\frac{-3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \left(\frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \frac{-11}{14} \cdot \frac{5}{11} = \frac{-5}{14}$

c) $15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \frac{5}{18} = 15 - \frac{7}{3} \cdot \frac{18}{5} = 15 - \frac{42}{5} = \frac{33}{5}$

$$d) \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{8} + \left(\frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{6}{5} + \frac{-36}{30}\right) : \frac{3}{8} = 0 : \frac{3}{8} = 0.$$

$$e) \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot (-30) = \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot 15 \cdot (-2) = 7 \cdot (-2) = -14.$$

$$f) \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{38}{45} = \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{2 \cdot 19}{3 \cdot 15} = \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{19}{15} = \frac{2}{9}.$$

$$g) \left(\frac{-5}{9}\right) \cdot \frac{3}{11} + \left(\frac{-13}{18}\right) \frac{3}{11} = \frac{3}{11} \cdot \left[\left(\frac{-5}{9}\right) + \left(\frac{-13}{18}\right)\right] = \frac{3}{11} \cdot \left[\frac{(-5) \cdot 2 - 13}{18}\right] = \frac{3}{11} \cdot \left(\frac{-26}{18}\right) = \frac{3}{11} \cdot \left(\frac{(-13) \cdot 2}{9 \cdot 2}\right) = \frac{-13}{33}.$$

$$h) \left(2 \frac{2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \left(\frac{2 \cdot 15 + 2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \left(\frac{32}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \frac{3}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \left(\frac{17}{-3}\right) = \frac{-9}{15} = \frac{-3}{5}.$$

Bài 3.

<p>a) $\frac{-4}{5} + \frac{5}{2}x = \frac{-3}{10}.$</p> $\frac{5}{2}x = \frac{-3}{10} - \frac{-4}{5}.$ $\frac{5}{2}x = \frac{1}{2}.$ $x = \frac{1}{2} : \frac{5}{2}$ $x = \frac{1}{5}. \text{ Vậy } x = \frac{1}{5}.$	<p>b) $\frac{4}{3} + \frac{5}{8} : x = \frac{1}{12}.$</p> $\frac{5}{8} : x = \frac{1}{12} - \frac{4}{3}$ $\frac{5}{8} : x = \frac{-5}{4}$ $x = \frac{5}{8} : \frac{-5}{4}$ $x = \frac{-1}{2}.$ <p>Vậy $x = \frac{-1}{2}.$</p>
<p>c) $\left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right) = 0.$</p> $x - \frac{1}{3} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{2}{5} = 0$ $x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$ <p>Vậy $x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$</p>	<p>d) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{9}{16}\right) \cdot \left(1,5 + \frac{-3}{5} : x\right) = 0.$</p> $\frac{3}{4}x - \frac{9}{16} = 0 \text{ hoặc } 1,5 + \frac{-3}{5} : x = 0$ $\frac{3}{4}x = \frac{9}{16} \text{ hoặc } \frac{-3}{5} : x = -1,5$ $x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}$ <p>Vậy $x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}.$</p>

Bài 4.

<p>a) $\frac{-2}{5} + \frac{5}{6}x = \frac{-4}{15}$.</p> $\frac{5}{6}x = \frac{-4}{15} - \frac{-2}{5}$ $\frac{5}{6}x = \frac{2}{15}$ $x = \frac{2}{15} : \frac{5}{6}$ $x = \frac{4}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{4}{25}$.</p>	<p>b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} : x = \frac{5}{6}$.</p> $\frac{7}{4} : x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$ $\frac{7}{4} : x = \frac{1}{6}$ $x = \frac{7}{4} : \frac{1}{6}$ $x = \frac{21}{2}$ <p>Vậy $x = \frac{21}{2}$.</p>
<p>c) $\left(x + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{4}\right) = 0$.</p> $x + \frac{5}{3} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{5}{4} = 0$ $x = -\frac{5}{3} \text{ hoặc } x = \frac{5}{4}$ <p>Vậy $x = -\frac{5}{3}$ hoặc $x = \frac{5}{4}$.</p>	<p>d) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{8}{13}\right) \cdot \left(2,5 + \frac{-7}{5} : x\right) = 0$.</p> $\frac{1}{3}x - \frac{8}{13} = 0 \text{ hoặc } 2,5 + \frac{-7}{5} : x = 0$ $\frac{1}{3}x = \frac{8}{13} \text{ hoặc } \frac{-7}{5} : x = \frac{-5}{2}$ $x = \frac{8}{13} : \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{5} : \frac{-5}{2}$ $x = \frac{24}{13} \text{ hoặc } x = \frac{14}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{24}{13}$ hoặc $x = \frac{14}{25}$.</p>
<p>e) $\left(x - \frac{2}{7}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right) = 0$.</p> $x - \frac{2}{7} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{3}{4} = 0$ $x = \frac{2}{7} \text{ hoặc } x = -\frac{3}{4}$ <p>Vậy $x = \frac{2}{7}$ hoặc $x = -\frac{3}{4}$.</p>	<p>f) $\left(\frac{-5}{4}x + 3,25\right) \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{-5}{2}x\right)\right] = 0$.</p> $\frac{-5}{4}x + 3,25 = 0 \text{ hoặc } \frac{3}{5} - \left(\frac{-5}{2}x\right) = 0$ $\frac{-5}{4}x = -\frac{13}{4} \text{ hoặc } \left(\frac{-5}{2}x\right) = \frac{3}{5}$ $x = \frac{-13}{4} : \frac{-5}{4} \text{ hoặc } x = \frac{3}{5} : \frac{-5}{2}$ $x = \frac{13}{5} \text{ hoặc } \frac{-6}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{13}{5}$ hoặc $\frac{-6}{25}$.</p>

a) Điều kiện: $x \neq -2; x \neq 1$.

$$A = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3x-3+2}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = 3 + \frac{2}{x-1}.$$

Để A là số nguyên thì x nguyên và $x-1$ là ước của 2.

$$x-1=1 \Rightarrow x=2.$$

$$x-1=-1 \Rightarrow x=0.$$

$$x-1=2 \Rightarrow x=3.$$

$$x-1=-2 \Rightarrow x=-1.$$

$$B = \frac{2x^2+x-1}{x+2} = \frac{2x^2+4x-3x-6+5}{x+2} = \frac{2x(x+2)-3(x+2)+5}{x+2} = 2x-3 + \frac{5}{x+2}.$$

Để B là một số nguyên thì x nguyên và $x+2$ là ước của 5.

$$x+2=1 \Rightarrow x=-1.$$

$$x+2=-1 \Rightarrow x=-3.$$

$$x+2=5 \Rightarrow x=3.$$

$$x+2=-5 \Rightarrow x=-7.$$

b) Để A và B cùng là số nguyên thì $x = -1$.

Bài 6.

$$a) 21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) = 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24} = 21 - 18 = 3$$

$$b) \frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right] = \frac{7}{23} \cdot \frac{-23}{6} = \frac{-7}{6}$$

$$c) \left(0,75 - \frac{1}{4}\right) : \frac{-5}{6} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{-6}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{-3}{5}$$

$$d) \frac{5}{4} - \frac{5}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - \frac{5}{4} : \frac{5}{24} + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - 6 + \frac{11}{12} = \frac{-19}{4} + \frac{11}{12} = \frac{-23}{6}$$

$$e) 1,25 \cdot \left(5 - \frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{-7}{11}\right) = \frac{5}{4} \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{-7}{11} = \frac{-35}{12}$$

$$f) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) : (-7) = -9 \cdot \frac{-7}{12} \cdot \frac{-1}{7} = \frac{-3}{4}$$

$$g) \left(1\frac{3}{4} - 0,25\right) \cdot 2\frac{1}{3} = \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{7}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{2}$$

$$h) \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) = \frac{-1}{6} : \frac{9}{4} = \frac{-1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{-2}{27}$$

$$i) \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) = \left(\frac{9}{25} - 36\right) : \left(\frac{19}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{-891}{25} : 4 = \frac{-891}{100}$$

$$k) \frac{0,84 - 0,64 + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} - 0,2 + 0,55} = \frac{0,2 + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} + 0,35} = \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} + \frac{7}{20}} = \frac{4 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} \right)}{7 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} \right)} = \frac{4}{7}$$

Bài 7.

$$a) \frac{3}{8} \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33 \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \cdot \left(19 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{8} \cdot (-14) = \frac{-21}{4}$$

$$b) 12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) = -\frac{5}{7} \cdot (12,5 + 1,5) = -\frac{5}{7} \cdot 14 = -10$$

$$c) \frac{3}{5} : \left(-1 \frac{1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1 \frac{1}{15} \right) = \frac{3}{5} : \left(\frac{-16}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - \frac{16}{15} \right) = \frac{3}{5} : \left(-\frac{37}{30} \right) + \frac{3}{5} : \frac{7}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{-30}{37} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{-18}{37} + \frac{3}{7} = \frac{-12}{259}$$

$$d) \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) : \frac{3}{7} = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{7}{3} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) = \frac{7}{3} \cdot (-1 + 1) = 0$$

Bài 8.

$$a) A = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{20} \right) \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{18}{19} \cdot \frac{19}{20} = \frac{1}{20} > \frac{1}{21}. \text{Vậy } A > \frac{1}{21}.$$

$$b) B = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{99}{100!} = \frac{2-1}{2!} + \frac{3-1}{3!} + \frac{4-1}{4!} + \cdots + \frac{100-1}{100!}$$

$$= \frac{2}{2!} - \frac{1}{2!} + \frac{3}{3!} - \frac{1}{3!} + \frac{4}{4!} - \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{100}{100!} - \frac{1}{100!}$$

$$= \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{1}{99!} - \frac{1}{100!} = 1 - \frac{1}{100!} < 1. \text{Vậy } B < 1.$$

Bài 9.

$$a) A = \left(1 - \frac{1}{1 \cdot 2} \right) + \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2015 \cdot 2016} \right)$$

$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 - \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} \right)$$

$$= 2015 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} \right)$$

$$= 2015 - \left(1 - \frac{1}{2016} \right) = 2015 - 1 + \frac{1}{2016}$$

$$= 2014 + \frac{1}{2016} = \frac{4060225}{2016}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{9}{16.25} + \frac{11}{25.36} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} \\
 &= 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } C &= \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{100.103} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \\
 &= 1 - \frac{1}{103} = \frac{102}{103}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } D &= \frac{3}{1.4} + \frac{6}{4.10} + \frac{9}{10.19} + \frac{12}{19.31} + \frac{15}{31.46} + \frac{18}{46.64} \\
 &= \frac{4-1}{1.4} + \frac{10-4}{4.10} + \frac{19-10}{10.19} + \frac{31-19}{19.31} + \frac{46-31}{31.46} + \frac{64-46}{46.64} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{46} + \frac{1}{46} - \frac{1}{64} \\
 &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}
 \end{aligned}$$

Bài 10.

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } & \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{49.50} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{25} \right) \\
 &= \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{50}
 \end{aligned}$$

Bài 11. Giả sử ta có 2 số hữu tỉ x và y thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{x+y}{x.y} \Leftrightarrow (x+y)^2 = x.y$$

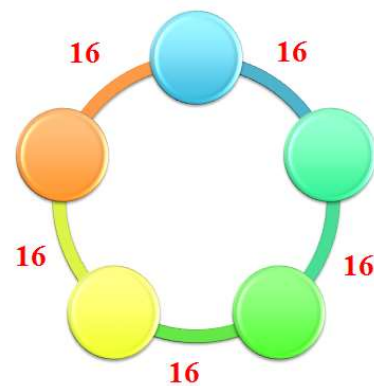
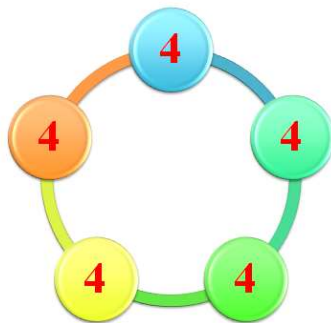
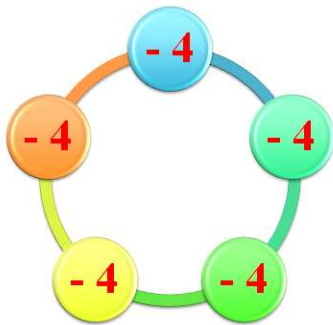
Điều này không xảy ra vì $\begin{cases} (x+y)^2 > 0 \\ x.y < 0 \end{cases}$ (do x, y là 2 số trái dấu) \Rightarrow ĐPCM

Bài 12: ĐỐ VUI:

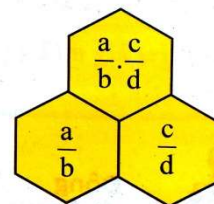
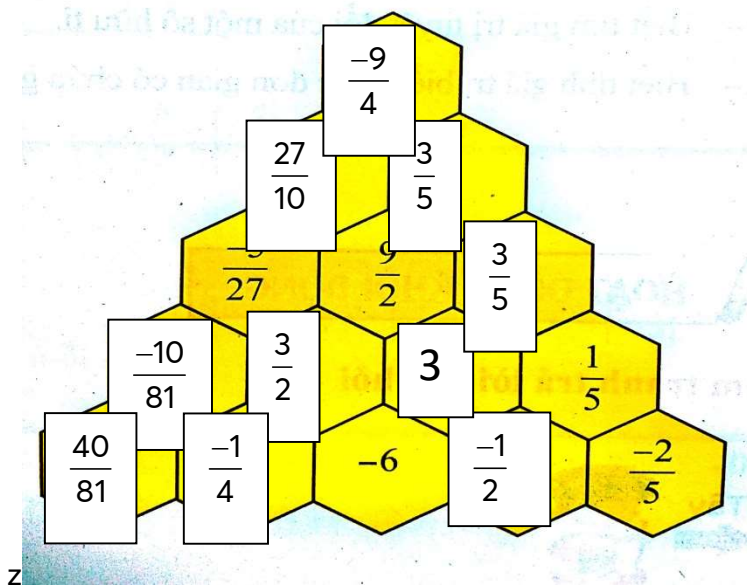
a) Gọi 7 số đó lần lượt là $a_1, a_2, a_3, \dots, a_7$, hiển nhiên mỗi số trên đều khác 0. Ta có:

$a_1 \cdot a_2 = a_2 \cdot a_3 \Rightarrow a_1 = a_3$. Chứng minh tương tự ta cũng có:

$a_3 = a_5; a_5 = a_7; a_7 = a_2, \dots$. Vậy bảy số đều bằng nhau và mỗi số đều bằng 4 hoặc đều bằng -4



b) Điền số hữu tỉ thích hợp vào các ô trống trong hình tháp dưới đây theo quy tắc đã chỉ ra



Bài 13: Ta có: $a + b = a \cdot b$ thì $a = ab - b = b(a - 1)$.

Thay $a = b(a - 1)$ vào $a + b = a : b$ ta có $a + b = \frac{b(a - 1)}{b} = a - 1$.

Vì $a + b = a - 1$ hay $a + b - a = -1$. Suy ra: $b = -1$

Ta có: $a \cdot b = a + b \Leftrightarrow -1 \cdot a = a + (-1) \Leftrightarrow -a = a - 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy $a = \frac{1}{2}, b = -1$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.D	3.B	4.D	5.C	6.B	7.C	8.A	9.D	10.C
11.A	12.A	13.D	14.C	15.C	16.B	17.B	18.D	19.A	20.C
21.B	22.D	23.D	24.C	25.B					

Bài 1.

$$a) \frac{25}{12} + \frac{-4}{12} = \frac{25 + (-4)}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{-10}{8} + \frac{15}{4} = \frac{-5}{4} + \frac{15}{4} = \frac{-5 + 15}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$c) \frac{3}{8} + \frac{-14}{6} = \frac{9}{24} + \frac{-56}{24} = \frac{9 + (-56)}{24} = \frac{-47}{24}$$

$$d) -\frac{4}{7} - \frac{2}{-3} = -\frac{4}{7} + \frac{2}{3} = \frac{-12}{21} + \frac{14}{21} = \frac{2}{21}$$

$$e) 3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} = \frac{13}{4} - \frac{4}{3} = \frac{39}{12} - \frac{16}{12} = \frac{23}{12}$$

$$f) \frac{5454}{5757} - \frac{171717}{191919} = \frac{54.101}{57.101} - \frac{17.10101}{19.10101} = \frac{54}{57} - \frac{17}{19} = \frac{18}{19} - \frac{17}{19} = \frac{1}{19}$$

$$g) \left[\frac{5}{8} + \left(\frac{-3}{4} \right) \right] + \frac{15}{6} = \frac{15}{24} + \frac{-18}{24} + \frac{60}{24} = \frac{15 + (-18) + 60}{24} = \frac{57}{24} = \frac{19}{8}$$

$$h) \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6} \right) - \frac{7}{12} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{6 - 9 + 10 - 7}{12} = 0$$

$$a) -3 - \frac{2}{3} + \left(\frac{15}{18} - \frac{24}{3} \right) - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{24}{3} - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{24}{3} - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{24}{3} = 3 - 13 = -10$$

Bài 2.

$$a) \frac{5}{-7} - \left(\frac{4}{3} - \frac{-5}{-7} \right) = \frac{-5}{7} - \frac{4}{3} + \frac{5}{7} = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{7} \right) - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$b) \frac{7}{3} + \left[\left(\frac{-5}{6} \right) + \left(\frac{-1}{3} \right) \right] = \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-1}{3} = \frac{7}{3} + \frac{-1}{3} + \frac{-5}{6} = 2 + \frac{-5}{6} = \frac{12 + (-5)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$c) \frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) \right]$$

$$\frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{11}{6} + \frac{1}{6} \right) = 2 + 2 = 4$$

$$d) \left(8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} \right) - \left(-6 - \frac{3}{7} + \frac{5}{4} \right) - \left(3 + \frac{2}{4} - \frac{9}{7} \right) = 8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} + 6 + \frac{3}{7} - \frac{5}{4} - 3 - \frac{2}{4} + \frac{9}{7}$$

$$= 8 + 6 - 3 - \frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{2}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = 11 - 4 + 2 = 9$$

$$e) \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{29} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} - \frac{3}{4} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} + \frac{1}{15} - \frac{27}{36} - \frac{8}{36} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = 3 - 1 + \frac{1}{72} = 2 + \frac{1}{72} = 2\frac{1}{72}$$

$$f) 1 - \frac{3}{99.96} - \frac{3}{96.93} - \frac{3}{93.90} - \dots - \frac{3}{7.4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{96.93} + \frac{3}{96.93} + \dots + \frac{3}{7.4} + \frac{3}{4.1} \right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{90.93} + \frac{3}{93.96} + \frac{3}{99.96} \right) = 1 - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{93} - \frac{1}{96} + \frac{1}{96} - \frac{1}{99} \right)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{99} \right) = \frac{1}{99}$$

Bài 3. Tìm x:

$$a) x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7}$$

$$x = \frac{3}{7} - \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{15-7}{35}$$

$$x = \frac{8}{35}$$

$$b) x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3+2}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$c) \frac{11}{12} - \left(\frac{2}{5} + x \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{1}{4}$$

$$d) x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{6} \right)$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{6}$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{23}{30}$$

$$x = \frac{23}{30} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{-3}{20}$$

$$x = \frac{23-20}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$e) \frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) \right] = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{8-69}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-57}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-19}{4}$$

$$x = \frac{-19}{4} - \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{-26}{4}$$

$$x = \frac{-13}{2}$$

$$f) \frac{x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x^2 - 2}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$12(x^2 - 2) = 2x$$

$$6(x^2 - 2) = x$$

$$6x^2 - x - 12 = 0$$

$$6x^2 + 8x - 9x - 12 = 0$$

$$2x(3x + 4) - 3(3x + 4) = 0$$

$$(3x + 4)(2x - 3) = 0$$

- TH1: $3x + 4 = 0$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

• TH2: $2x - 3 = 0$

Vậy $x \in \left\{ -\frac{4}{3}; \frac{3}{2} \right\}$

Bài 4.

a) $\frac{1}{x} - \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{6 - xy}{6x} = \frac{1}{3}$$

$$3(6 - xy) = 6x$$

$$6 - xy = 2x$$

$$xy + 2x = 6$$

$$x(y + 2) = 6$$

Vì x, y là các số nguyên mà $6 = 6.1 = (-6).(-1) = 2.3 = (-2).(-3)$

Ta có:

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$y + 2$	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
y	-3	-4	-5	-8	4	1	0	-1

Vậy $(x; y) = (-6; -3); (-3; -4); (-2; -5); (-1; -8); (1; 4); (2; 1); (3; 0); (6; -1)$.

b) $\frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{5}{4}$

$$\frac{xy + 6}{2y} = \frac{5}{4}$$

$$4(xy + 6) = 10y$$

$$2xy + 12 = 5y$$

$$2xy - 5y = -12$$

$$y(2x - 5) = -12$$

Vì x, y nguyên; $2x - 5$ lẻ mà $-12 = 1.(-12) = 2.(-6) = 3.(-4) = 4.(-3)$ nên

$2x - 5$	-3	-1	1	3
x	1	2	3	4
y	4	12	-12	-4

Vậy $(x;y) = (-1;4); (2;12); (3;-12); (4;-4)$

Bài 5.

$$a) \left(-\frac{28}{19}\right) \cdot \left(\frac{-38}{14}\right) = \frac{(-28) \cdot (-38)}{19 \cdot 14} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b) \left(-\frac{21}{16}\right) \cdot \left(-\frac{24}{7}\right) = \frac{21 \cdot (-24)}{16 \cdot 7} = \frac{3 \cdot (-3)}{2} = \frac{-9}{2} = -4 \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{-12}{7} \cdot 1,25 = \frac{-12}{7} \cdot \frac{125}{100} = \frac{-12}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-12 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{-3 \cdot 5}{7} = \frac{-15}{7} = -2 \frac{1}{7}$$

$$d) \frac{-4}{5} \cdot 3 \frac{2}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{50}{16} = \frac{-4 \cdot 50}{5 \cdot 16} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2 \frac{1}{2}$$

$$e) 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 12 \cdot \frac{4}{9} = \frac{12 \cdot 4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$f) \frac{-8}{13} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{-13}{8} \cdot (-18) = \frac{(-8) \cdot 16 \cdot (-13) \cdot (-18)}{13 \cdot 9 \cdot 8} = -32$$

Bài 6.

$$a) \frac{-4}{3} : \frac{13}{9} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{9}{13} = \frac{-4 \cdot 9}{3 \cdot 13} = \frac{-12}{13}$$

$$b) \left(-\frac{9}{25}\right) : 6 = \frac{-9}{25} \cdot \frac{1}{6} = \frac{(-9) \cdot 1}{25 \cdot 6} = \frac{-3}{50}$$

$$c) \frac{11}{12} : 2 \frac{1}{16} = \frac{11}{12} : \frac{33}{16} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} = \frac{11 \cdot 16}{12 \cdot 33} = \frac{4}{9}$$

$$d) 3,5 : \frac{-3}{2} = \frac{35}{10} : \frac{-3}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7 \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = \frac{-7}{3} = -2 \frac{1}{3}$$

$$e) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} : \left(-\frac{25}{16}\right) = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{9}{5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{-144}{125}$$

$$f) \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} : \frac{-7}{6} = \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} \cdot \frac{-6}{7} = 10$$

$$g) 1,75 : (-14) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{7}{4} \cdot \frac{-1}{14} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{1}{12}$$

$$h) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) : (-10) = -9 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-1}{10} = \frac{3}{4}$$

$$e) 0,8 : \left(-2 \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{4}{5} : \frac{-14}{5} \cdot \frac{25}{4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{-5}{14} \cdot \frac{25}{4} = \frac{-25}{14}$$

Bài 7.

<p>a) $x : 0,75 = \frac{-1}{12}$</p> <p>$x = \frac{-1}{12} \cdot \frac{3}{4}$</p> <p>$x = \frac{-1}{16}$</p>	<p>b) $4\frac{2}{3} : x = \frac{-7}{9}$</p> <p>$x = 4\frac{2}{3} : \frac{-7}{9}$</p> <p>$x = -6$</p>
<p>c) $x \cdot 5\frac{4}{7} = 13$</p> <p>$x = 13 : \frac{39}{7}$</p> <p>$x = \frac{7}{3}$</p>	<p>d) $5\frac{4}{7} : x = 13$</p> <p>$x = \frac{39}{7} : 13$</p> <p>$x = \frac{3}{7}$</p>
<p>e) $\frac{1}{3}x - 0,5 = 0,25$</p> <p>$\frac{1}{3}x = \frac{3}{4}$</p> <p>$x = \frac{9}{4}$</p>	<p>f) $2x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot (-0,6)$</p> <p>$2x + \frac{2}{3} = \frac{-1}{5}$</p> <p>$2x = \frac{-13}{15}$</p> <p>$x = \frac{-13}{30}$</p>
<p>g) $1\frac{2}{9}x + \frac{8}{3} = \frac{-2}{3}$</p> <p>$\frac{11}{9}x = \frac{-2}{3} - \frac{8}{3}$</p> <p>$\frac{11}{9}x = \frac{-10}{3}$</p> <p>$x = \frac{-30}{11}$</p>	<p>h) $0,125 - 3\frac{3}{7}x = 2\frac{3}{4}$</p> <p>$3\frac{3}{7}x = \frac{1}{8} - \frac{11}{4}$</p> <p>$\frac{24}{7}x = \frac{-21}{8}$</p> <p>$x = \frac{-21}{8} : \frac{24}{7}$</p> <p>$x = \frac{-49}{64}$</p>
<p>i) $\frac{3}{5} + \frac{4}{9} : x = \frac{2}{3}$</p> <p>$\frac{4}{9} : x = \frac{1}{15}$</p> <p>$x = \frac{20}{3}$</p>	<p>k) $\frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$</p> <p>$x - \frac{1}{2} = 2$</p> <p>$x = \frac{5}{2}$</p>

$l) \left(4\frac{2}{3} - 2x\right) \cdot 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$ $4\frac{2}{3} - 2x = \frac{2}{3}$ $2x = 4$ $x = 2$	$m) \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - x\right) = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right)$ $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - x\right) = \frac{1}{3}$ $\frac{5}{3} - x = \frac{5}{9}$ $x = \frac{10}{9}$
$n) \frac{3}{4} \cdot (x - 8) = \frac{5}{7} \cdot \left(14 - \frac{7}{2}\right)$ $\frac{3}{4} \cdot (x - 8) = \frac{15}{2}$ $x - 8 = 10$ $x = 18$	$o) \frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot (x + 1) = 0$ $\frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x = \frac{-2}{5}$ $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)x = \frac{-2}{5}$ $x = \frac{-5}{4}$
$p) \frac{3}{4} \cdot (x + 1) - \frac{1}{4} \cdot (x - 2) = \frac{5}{8}$ $\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$ $\frac{1}{2} \cdot x = \frac{-5}{8}$ $x = \frac{-5}{4}$	$q) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot (2x + 1) = 5$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2} = 5$ $\frac{-4}{3} \cdot x = \frac{13}{3}$ $x = \frac{-13}{4}$

Bài 8.

$$\begin{aligned}
 A &= \left(1 - \frac{1}{1 \cdot 2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2023 \cdot 2024}\right) \\
 &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 - \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2023 \cdot 2024}\right) \\
 &= 2023 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}\right) \\
 &= 2023 - \left(1 - \frac{1}{2024}\right) \\
 &= 2023 - 1 + \frac{1}{2024} \\
 &= 2022 + \frac{1}{2024} \\
 &= 2022 \frac{1}{2024}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{9}{16.25} + \frac{11}{25.36} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} \\
&= 1 - \frac{1}{36} \\
&= \frac{35}{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{100.103} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \\
&= 1 - \frac{1}{103} \\
&= \frac{102}{103}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= \frac{3}{1.4} + \frac{6}{4.10} + \frac{9}{10.19} + \frac{12}{19.31} + \frac{15}{31.46} + \frac{18}{46.64} \\
&= \frac{4-1}{1.4} + \frac{10-4}{4.10} + \frac{19-10}{10.19} + \frac{31-19}{19.31} + \frac{46-31}{31.46} + \frac{64-46}{46.64} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{46} + \frac{1}{46} - \frac{1}{64} \\
&= 1 - \frac{1}{64} \\
&= \frac{63}{64}
\end{aligned}$$

Bài 9.

a) Thay $x = 1$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3.1+2}{1-3} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$

Thay $x = 2$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3.2+2}{2-3} = \frac{8}{-1} = -8$.

Thay $x = \frac{5}{2}$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3.\frac{5}{2}+2}{\frac{5}{2}-3} = \frac{\frac{19}{2}}{\frac{-1}{2}} = -19$.

b) Ta có $A = \frac{3x+2}{x-3} = \frac{3x-9+11}{x-3} = 3 + \frac{11}{x-3}$

Vì x thuộc $Z \Rightarrow (x-3)$ thuộc $Z \Rightarrow$ Để A thuộc Z thì $11:(x-3)$

$$\Rightarrow (x-3) \in U(11) = \{\pm 1; \pm 11\}$$

Ta có bảng sau:

$x - 3$	-11	-1	1	11
x	-3	2	4	14

Vậy $x \in \{-8; 2; 4; 14\}$ thì A thuộc Z (1)

c) Ta có $B = \frac{x^2 + 3x - 7}{x + 3} = \frac{x(x + 3) - 7}{x + 3} = x - \frac{7}{x + 3}$

Vì x thuộc Z, Để B thuộc Z thì $7:(x + 3)$

$\Rightarrow (x + 3) \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$

Ta có bảng sau:

$x + 3$	-7	-1	1	7
x	-10	-4	-2	4

Vậy $x \in \{-10; -4; -2; 4\}$ thì B thuộc Z (2)

d) Từ (1) và (2) \Rightarrow để A và B cùng thuộc Z thì $x = 4$.

Bài 10. Tính.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$

c) $\left(\frac{9}{5}\right)^5 : \left(\frac{27}{-20}\right)^5 = \left(\frac{9 \cdot (-20)}{5 \cdot 27}\right)^5 = \left(\frac{-4}{3}\right)^5$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right)^3 = 2^3 = 8$

d) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(\frac{-35}{24}\right)^2 = \left(\frac{5 \cdot 24}{4 \cdot 35}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$

Bài 11.

a) $3 \cdot 27 \cdot 9 = 3 \cdot 3^3 \cdot 3^2 = 3^6$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27} = \frac{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3}{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

b) $25 \cdot 5 \cdot 125 = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^6$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3}{4 \cdot 4^2 \cdot 4^3} = \left(\frac{3}{4}\right)^6$

c) $49 \cdot 7 \cdot 343 = 7^2 \cdot 7 \cdot 7^3 = 7^6$

f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{16}{81} = \frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}{3 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{2^8}{3^8} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$

Bài 12.

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7} = -\frac{3^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 3^{14}} = -\frac{3}{5}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8 = 8 + 3 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 4 + \left(4 : \frac{1}{2}\right) \cdot 8 = 10 + 64 = 74$$

Bài 13.

$$a) (x-2)^2 = 4$$

$$\begin{cases} x-2=2 \\ x-2=-2 \\ x=4 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{4; 0\}$$

$$b) (x-1,5)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x-1,5=3 \\ x-1,5=-3 \\ x=4,5 \\ x=-1,5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-1,5; 4,5\}$$

$$c) (x+1)^3 = -125$$

$$\begin{aligned} x+1 &= -5 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

$$d) 3^{4-x} = 27$$

$$\begin{aligned} 3^{4-x} &= 3^3 \\ 4-x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$e) 3^{-1} \cdot 4^x + 3 \cdot 4^x = \frac{5}{3} \cdot 2^7$$

$$4^x \cdot \left(\frac{1}{3} + 3 \right) = \frac{5 \cdot 2^7}{3}$$

$$4^x \cdot \frac{10}{3} = \frac{10 \cdot 2^6}{3}$$

$$4^x = 2^6$$

$$4^x = 4^3$$

$$x = 3$$

$$g) (8x-1)^{2x+1} = 5^{2x+1}$$

$$\left(\frac{8x-1}{5} \right)^{2x-1} = 1$$

$$\begin{cases} 2x-1=0 \\ \frac{8x-1}{5}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Thay $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{4}$ vào đầu bài ta thấy tm.

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\}$$

Bài 14.

$$a) 2^{24} \text{ và } 3^{16}$$

$$\text{Ta có } 2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$$

$$3^{16} = (3^2)^8 = 9^8$$

Vì $8^8 < 9^8$ nên $2^{24} < 3^{16}$.

a) 71^5 và 7^{20}

Ta có $7^{20} = (7^4)^5 = 2401^5 > 71^5$ nên $7^{20} > 71^5$.

b) -2^{30} và -3^{20}

Ta có $2^{30} = 8^{10}$; $3^{20} = 9^{10}$ vì $8^{10} < 9^{10}$ nên $2^{30} < 3^{20}$

vậy $-2^{30} > -3^{20}$.

Bài 15.

a) $(x+1,5)^8 + (2,7-y)^{10} = 0$

Vì $(x+1,5)^8 \geq 0$ với mọi x và $(2,7-y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x+1,5)^8 + (2,7-y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x+1,5)^8 = 0 \\ (2,7-y)^{10} = 0 \\ x = -1,5 \\ y = 2,7 \end{cases}$$

b) $(x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$

Vì $(x-3,2)^2 \geq 0$ với mọi x và $(2,5+y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x-3,2)^2 = 0 \\ (2,5+y)^{10} = 0 \\ x = 3,2 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Bài 16.

a) $\frac{3}{4} + \frac{9}{45} + \frac{4}{5} + \frac{5}{20} = \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{4} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right) = 1 + 1 = 2.$

b) $\frac{3}{10} - \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{10} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} = \frac{3+10-6}{10} = \frac{7}{10}.$

c) $\frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13} = \left(\frac{15}{12} - \frac{3}{12}\right) + \left(\frac{5}{13} - \frac{18}{13}\right) = 1 + (-1) = 0.$

d) $12 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) - \frac{4}{3} : \frac{8}{16} = 3 \cdot 3 - \frac{4}{3} : \frac{1}{2} = 9 - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}.$

e) $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} - \frac{8}{21} : \frac{4}{7} = \frac{5}{6} \cdot 3 - \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{4} = \frac{5}{2} - \frac{2}{3} = \frac{11}{6}.$

$$f) \left(\frac{9}{25} - 2 \cdot \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{18}{27} \right) = \left(\frac{9}{25} - \frac{3}{2} \right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right) = \frac{-57}{50} : \frac{19}{15} = \frac{-9}{10}.$$

$$g) \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14} \right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5} - 1 = \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{9}{7} \right) \cdot \frac{-7}{6} + \frac{2}{5} - 1 = \left(\frac{12}{35} + \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{12+15}{35} \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5} = \frac{27}{35} \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5} = \frac{-9}{10} - \frac{3}{5} = \frac{-3}{2}$$

$$h) \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) \left(3 - \frac{3}{4} \right)}{\left(\frac{10}{21} + \frac{14}{27} - \frac{18}{33} + \frac{22}{39} \right) : \left(2 - \frac{2}{3} \right)} = \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) \cdot \frac{9}{4}}{\frac{-2}{3} \left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) : \frac{4}{3}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = -\frac{9}{2}.$$

Bài 17.

$$a) x = -\frac{73}{3}.$$

$$b) x = -\frac{45}{58}.$$

$$c) x = \frac{19}{20}.$$

$$d) x = -\frac{20}{3}.$$

$$e) x = \frac{3}{4}.$$

Bài 18.

$$a) -\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) = -\frac{3}{5} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \right) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right) = -1.$$

$$b) \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{\frac{11}{4} - \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)} = \frac{3}{11}.$$

$$c) \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \right) + \frac{1}{72} = 1 - 1 + \frac{1}{72} = \frac{1}{72}.$$

Bài 19.

a) Trong 100 số chỉ có tối đa 2 số không âm vì nếu có 3 số không âm trở lên thì sẽ trái giả thiết là 3 số bất kì đều có tổng là một số âm.

Nhóm 2 số không âm và 1 số hữu tỉ dương ta được kết quả là số âm. 97 số còn lại là số âm nên tổng 100 số là số âm.

- b) Không thể khẳng định 100 số đều là số âm vì vẫn có thể có tối đa 2 số không âm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 20.

- a) Trong 100 số đã cho, phải có ít nhất một số âm (vì nếu cả 100 số đều không âm thì tích của ba số bất kì không thể âm). Ta tách riêng số âm đó ra. Chia 99 số còn lại cho 33 nhóm, mỗi nhóm có 3 thừa số. Theo đề bài, mỗi nhóm đều có tích là một số âm nên tích của 33 nhóm là một số âm. Nhân tích này với số âm ban đầu ta được tích của 100 số là số dương.
- b) Xếp 100 số theo thứ tự tăng dần, chẳng hạn $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_{100}$. Các số này đều khác 0.

Xét tích $a_{98} \cdot a_{99} \cdot a_{100} < 0 \Rightarrow a_{98} < 0$ (vì nếu $a_{98} > 0$ thì $a_{99} > 0$; $a_{100} > 0$, tích của chúng không thể là một số âm).

Vậy $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{98}$ là các số âm. Ta sẽ chứng minh hai số cuối a_{99} và a_{100} cũng là số âm.

Thực vậy, xét tích $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{99} < 0$ mà $a_1 \cdot a_2 > 0$ nên $a_{99} < 0$.

Xét tích: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{100} < 0$ mà $a_1 \cdot a_2 > 0$ nên $a_{100} < 0$.

Vậy 100 số đã cho đều là số âm.

CHƯƠNG II

SỐ THỰC

BÀI 5. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

VD 1.1.

$\frac{-1}{40}$ là số thập phân hữu hạn.

0,2222... là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$-0,3(2)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$\frac{7}{80}$ là số thập phân hữu hạn.

0,(142857) là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

VD 1.2.

$$a) \frac{245}{1120} = \frac{7}{32} = \frac{7}{2^5}$$

Mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

$$b) \frac{125}{300} = \frac{5}{12} = \frac{5}{2^2 \cdot 3}$$

Mẫu có ước nguyên tố là 3, khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$$c) \frac{17}{26} = \frac{17}{2 \cdot 13}$$

Mẫu có ước nguyên tố là 13, khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

VD 2.1.

$\frac{-9}{40} = 0,225$ vì mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5 nên phân số $\frac{-9}{40}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

$\frac{5}{11} = 0,(45)$ vì mẫu có ước nguyên tố là 11 khác 2 và 5 nên phân số $\frac{5}{11}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$$\text{Tương tự:} \quad \frac{28}{175} = 0,16 \qquad \frac{11}{24} = 0,458(3) \qquad \frac{-13}{45} = 0,2(8)$$

$$\frac{9}{80} = 0,1125 \qquad \frac{44}{121} = 0,(36) \qquad \frac{55}{75} = 0,7(3) \qquad 2\frac{24}{33} = 2,(72)$$

VD 3.1.

$$0,(32) = \frac{32}{99}$$

$$0,3(23) = \frac{3}{10} + \frac{23}{990} = \frac{32}{99}$$

$$0,(3232) = \frac{3232}{9999} = \frac{32}{99}$$

$$\Rightarrow 0,(32) = 0,3(23) = 0,(3232)$$

VD 3.2.

a) $x = 3,21(132); y = 3,21(123) \Rightarrow x > y$

b) $x = 0,212112...; y = 0,2121112... \Rightarrow x > y$

c) $x = -2,257917; y = -2,257913... \Rightarrow x < y$

VD 3.3.

a) $0,(26) = 0,2626... > 0,261$

b) $\overline{0,(a_1a_2)} = \frac{a_1a_2}{99}; \overline{0,a_1(a_2a_1)} = \frac{a_1a_2a_1 - a_1}{990} = \frac{a_1a_2 \cdot 0}{990} = \frac{a_1a_2}{99};$

$$\overline{0,(a_1a_2a_1a_2)} = \frac{a_1a_2a_1a_2}{9999} = \frac{a_1a_2 \cdot 101}{99 \cdot 101} = \frac{a_1a_2}{99} \Rightarrow \overline{0,(a_1a_2)} = \overline{0,a_1(a_2a_1)} = \overline{0,(a_1a_2a_1a_2)}$$

c) $0,15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}; 0,14(9) = \frac{149 - 14}{900} = \frac{135}{900} = \frac{3}{20} \Rightarrow 0,15 = 0,14(9) \text{ và } 0,14(9)$

VD 3.4.

a) $x = 0,389642...; y = 0,389643... \text{ Chọn } a = 0,389643 \text{ được } x < a < y.$

b) $x = -0,876544...; y = -0,876543... \text{ Chọn } a = -0,876544 \text{ được } x < a < y.$

VD 4.1. $936728 \approx 936730 ; 198576 \approx 198580 ; 2398761 \approx 2398760 ; 8495 \approx 8500$

VD 4.2. $76318 \approx 76300 ; 34256 \approx 34200 ; 346749 \approx 346700 ; 1895678 \approx 1895700$

VD 4.3.

a) $4,36894 \approx 4,4 ; 4,36894 \approx 4,369$

b) $-3,245801 \approx -3,2 ; -3,245801 \approx -3,246$

c) $-39,2198 \approx -39,2 ; -39,2198 \approx -39,220$

d) $639571,43459 \approx 639571,4 ; 639571,43459 \approx 639571,435$

VD 4.4.

a) $2549 \approx 2500.$

$3454093 \approx 3454100.$

$$2344598 \approx 2344600.$$

$$349231382 \approx 349231400.$$

b) $345,52329 \approx 345,52.$

$$9835,99547 \approx 9836,00.$$

$$7,967307 \approx 7,97.$$

$$45256,359284 \approx 45256,36.$$

VD 4.5.

a) Số nhỏ nhất là 11500 và số lớn nhất là 12499

b) Số nhỏ nhất là 319500 và số lớn nhất là 320499

c) Số nhỏ nhất là 15650 và số lớn nhất là 15749.

d) Số nhỏ nhất là -156749 và số lớn nhất là -156650 .

VD 4.6.

$$a) A = \frac{(11,81 + 8,19) \cdot 2,25}{6,75} = \frac{20 \cdot 2,25}{2,25 \cdot 3} = \frac{20}{3} \approx 7.$$

$$b) B = \frac{(4,6 + 5 : 6,25) \cdot 4}{4 \cdot 0,125 + 2,31} = \frac{4,6 \cdot 4 + \frac{5}{6,25} \cdot 4}{0,5 + 2,31} = \frac{18,4 + 0,8 \cdot 4}{2,81} = \frac{18,4 + 3,2}{2,81} = \frac{21,6}{2,81} = \frac{2160}{281} \approx 8.$$

VD 5.1.

$$a) 0,15 = \frac{3}{20}$$

$$b) -3,24 = \frac{-81}{25}$$

$$c) 0,128 = \frac{16}{125}$$

$$d) -4,25 = \frac{-17}{4}$$

VD 5.2.

$$a) 0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$b) 0,(31) = \frac{31}{99}$$

$$c) 0,0(13) = \frac{1}{10} \cdot \frac{13}{99} = \frac{13}{990}$$

$$d) 1,11(23) = \frac{111}{100} + \frac{23}{9900} = \frac{2753}{2475}$$

$$e) -0,(123) = \frac{-123}{999} = \frac{-41}{333}$$

VD 5.3.

Viết số thập phân ra phân số	Diện tích hình chữ nhật
$0,26 = \frac{13}{50}$	$S = 13 \cdot 50 = 650(\text{cm}^2)$
$0,454545... = 0,(45) = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$	$S = 5 \cdot 11 = 55(\text{cm}^2)$
$0,13777... = 0,13(7) = \frac{13}{100} + \frac{7}{900} = \frac{31}{225}$	$S = 31 \cdot 225 = 6975(\text{cm}^2)$

VD 5.4.

a) $0,(3) + 0,(67)$

b) $0,(15) \cdot 11 = \frac{5}{33} \cdot 11 = \frac{5}{3}$

c) $\frac{4}{9} + 1,2(31) - 0,(13) = \frac{4}{9} + \frac{1219}{990} - \frac{13}{99} = \frac{139}{90} = \frac{1}{3} + \frac{67}{99} = \frac{100}{99}$

d) $2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2}\right)$
 $= \frac{5}{2} - \frac{563}{165} - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2} - \frac{563}{165} - \frac{4}{3} - \frac{5}{6} = -3\frac{13}{165}$

VD 5.5.

a) $0,(37) \cdot x = 1$

$$\frac{37}{99} \cdot x = 1$$

$$x = \frac{99}{37}$$

b) $0,(26) \cdot x = 1,2(31)$

$$\frac{26}{99} \cdot x = \frac{1219}{990}$$

$$x = \frac{1219}{260}$$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Ta có: $\frac{-49}{140} = \frac{-7}{20} = \frac{-7}{2^2 \cdot 5}$; $\frac{100}{275} = \frac{4}{11}$; $\frac{11}{6} = \frac{11}{2 \cdot 3}$; $\frac{65}{30} = \frac{13}{6} = \frac{13}{2 \cdot 3}$; $\frac{33}{150} = \frac{11}{50} = \frac{11}{2 \cdot 5^2}$;

$$\frac{45}{36} = \frac{5}{4} = \frac{5}{2^2}$$
; $\frac{12}{27} = \frac{4}{9} = \frac{4}{3^2}$; $\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$

Phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn là: $\frac{-49}{140}$; $\frac{33}{150}$; $\frac{45}{36}$ Phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là: $\frac{100}{275}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{65}{30}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{26}{39}$

Bài 2. Ta có: $\frac{-5}{64} = \frac{-5}{2^6}$; $\frac{7}{625} = \frac{7}{5^4}$; $\frac{-13}{4000} = \frac{-13}{2^5 \cdot 5^3}$; $\frac{9}{1024} = \frac{9}{2^{10}}$.

Các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì mẫu không chứa các thừa số nguyên tố khác 2 và 5.

$$\frac{-5}{64} = -0,078125$$
; $\frac{7}{625} = 0,0112$; $\frac{-13}{4000} = -0,00325$; $\frac{9}{1024} = 0,0087890625$.

Bài 3. Ta có: $\frac{-8}{30} = \frac{-4}{3 \cdot 5}$; $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \cdot 5}$; $\frac{11}{37}$; $\frac{-4}{55} = \frac{-4}{5 \cdot 11}$.

Các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì mẫu có chứa một trong các thừa số nguyên tố 3, 11, 37 khác 2 và 5.

$$\frac{-8}{30} = -0,2(6)$$
; $\frac{2}{15} = 0,1(3)$; $\frac{11}{37} = 0,(297)$; $\frac{-4}{55} = -0,0(72)$.

Bài 4. $0,475 = \frac{19}{40}$; $-2,84 = \frac{-71}{25}$; $7,375 = \frac{59}{8}$

Bài 5.

a) $0,(8) = \frac{8}{9}$; $-17,(23) = -17 - 0,(21) = -17 - \frac{21}{99} = -17 - \frac{7}{33} = \frac{-568}{33}$;

b) $0,2333\dots = 0,2(3) = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$; $0,15(432) = \frac{15432-15}{9990} = \frac{15417}{9990} = \frac{571}{3700}$;

$-1,4(51) = -1\frac{451-4}{990} = -1\frac{447}{990} = -1\frac{149}{330} = -\frac{479}{330}$.

Bài 6.

a) $10,(3) + 0,(4) - 8,(6) = 10\frac{3}{9} + \frac{4}{9} - 8\frac{6}{9} = 2\frac{1}{9} = 2,(1)$.

b) $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2,(4) \cdot 2\frac{5}{11} \right] : \left(-\frac{42}{53} \right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2\frac{4}{9} \cdot 2\frac{5}{11} \right] : \left(-\frac{42}{53} \right) = \frac{2}{7} - \left[\frac{22}{9} \cdot \frac{27}{11} \right] \cdot \left(\frac{-53}{42} \right)$
 $= \frac{2}{7} - 6 \cdot \left(\frac{-53}{42} \right) = \frac{2}{7} + \frac{53}{7} = \frac{55}{7} = 7\frac{6}{7}$

Bài 7. Thực hiện các phép tính:

a) $0,2777\dots + 0,3555\dots = 0,2(7) + 0,3(5) = \frac{27-2}{90} + \frac{35-3}{90} = \frac{5}{18} + \frac{16}{45} = \frac{19}{30}$

b) $1,5454\dots - 0,8181\dots - 0,75 = 1,(54) - 0,(81) - 0,75 = 1\frac{54}{99} - \frac{81}{99} - \frac{3}{4}$
 $= 1\frac{6}{11} - \frac{9}{11} - \frac{3}{4} = \frac{17}{11} - \frac{9}{11} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{44}$.

c) $1 : 10,2(6) : 0,41(6) \cdot 0,42(7) = 1 : 10\frac{26-2}{90} : \frac{416-41}{900} \cdot \frac{427-42}{900}$
 $= 1 : 10\frac{4}{15} : \frac{5}{12} \cdot \frac{77}{180} = 1 : \frac{154}{15} : \frac{5}{12} \cdot \frac{77}{180} = 1 \cdot \frac{15}{154} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{77}{180} = \frac{1}{10}$.

Bài 8. Ta có: $\frac{x+4}{30} = \frac{x+4}{2 \cdot 3 \cdot 5}$ có mẫu chứa thừa số nguyên tố khác 2 và 5 nên để phân số

$\frac{x+4}{2 \cdot 3 \cdot 5}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn thì $(x+4):3$

Suy ra:

$x+4=6 \Rightarrow x=2$ (TM);

$x+4=9 \Rightarrow x=5$ (TM);

$x+4=12 \Rightarrow x=8$ (TM);

$x+4=15 \Rightarrow x=11$ (L).

Vậy $x \in \{2; 5; 8\}$.

Bài 9.

$$a) [0,(37) + 0,(62)].x = 10$$

$$x = 10 : [0,(37) + 0,(62)]$$

$$x = 10 : \left[\frac{37}{99} + \frac{62}{99} \right]$$

$$x = 10 : 1$$

$$x = 10$$

$$b) 0,(12) : 1,(6) = x : 0,(4)$$

$$x = 0,(12).0,(4) : 1,(6)$$

$$x = \frac{12}{99} \cdot \frac{4}{9} : 1\frac{6}{9}$$

$$x = \frac{12}{99} \cdot \frac{4}{9} : \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{16}{495}$$

$$x = 0,0(32)$$

$$c) \frac{0,(3) + 0,(384615) + \frac{3}{13}x}{0,0(3) + 13} = \frac{50}{85}$$

$$\frac{\frac{3}{9} + \frac{384615}{999999} + \frac{3}{13}x}{\frac{3}{90} + 13} = \frac{10}{17}$$

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{5}{13} + \frac{3}{13}x}{\frac{1}{30} + 13} = \frac{10}{17}$$

$$\frac{\frac{28}{39} + \frac{3}{13}x}{\frac{391}{30}} = \frac{10}{17}$$

$$\frac{28}{39} + \frac{3}{13}x = \frac{10}{17} \cdot \frac{391}{30} = \frac{23}{3}$$

$$\frac{3}{13}x = \frac{23}{3} - \frac{28}{39} = \frac{271}{39}$$

$$x = \frac{271}{39} : \frac{3}{13}$$

$$x = \frac{271}{9}$$

Bài 10.

$$a) \frac{5}{7} = 0,(714285) = 0,714285 \ 714285 \ 714285\dots$$

Số thập phân $0,(714285)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kỳ gồm 6 chữ số.

Lại có $2018 \div 6 = 336 \text{ dư } 2$ nên chữ số thập phân thứ 2018 sau dấu phẩy của số $0,(714285)$ là chữ số 1.

$$b) \frac{17}{900} = 0,01(8) = 0,018888888\dots$$

Số thập phân $0,01(8)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp mà phần bất thường có hai chữ số và chu kỳ có 1 chữ số.

Ta lại có $2019 > 2$ nên chữ số thập phân thứ 2019 đứng sau dấu phẩy của số $0,01(8)$ là chữ số 8.

c) $\frac{24}{17} = 1,(4117647058823529)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn mà chu kỳ gồm 16 chữ số. Ta lại có $2^{10} = 1024$ và 1024 chia hết cho 16 nên chữ số thập phân thứ 2^{10} sau dấu phẩy là chữ số 9.

Bài 11. Thay chữ cái bằng số thích hợp:

$$a) 1:\overline{0,abc} = a + b + c \Rightarrow 1:\frac{\overline{abc}}{1000} = a + b + c \Rightarrow \frac{1000}{abc} = a + b + c$$

$\Rightarrow a + b + c$ là ước của 1000 và không quá 27.

$$\Rightarrow 1:0,125 = 1 + 2 + 5$$

$$b) 1:\overline{0,0abcd} = a + b + c + d \Rightarrow 1:\frac{\overline{abcd}}{10000} = a + b + c + d \Rightarrow \frac{10000}{abcd} = a + b + c + d$$

$a + b + c + d$ là ước của 10000 và $10 < a + b + c + d \leq 36$

$$\Rightarrow 1:0,0625 = 6 + 2 + 5 + 3$$

$$c) \overline{0,x(y)} - \overline{0,y(x)} = 8,0,0(1), \quad x + y = 9$$

$$\text{Ta có: } \frac{\overline{xy} - x}{90} - \frac{\overline{yx} - y}{90} = \frac{8}{90} \Rightarrow \overline{xy} - x - \overline{yx} + y = 8$$

$$\Rightarrow 8(x - y) = 8 \Rightarrow x - y = 1$$

Mà $x + y = 9$. Do đó: $x = 5, y = 4$.

Bài 12. Gọi phân số tối giản phải tìm là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+, (a, b) = 1$

$$\text{Ta có: } ab = 550 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11$$

Vì b không chứa thừa số 11 và $b \neq 1$ nên $b \in \{2; 25; 50\}$

$$\text{Ta tìm được các phân số thỏa mãn: } \frac{275}{2} = 137,5; \quad \frac{22}{25} = 0,88; \quad \frac{11}{50} = 0,22.$$

Bài 13.

a) $\frac{35n+3}{70} = \frac{35n+3}{2.5.7}$ ($n \in \mathbb{N}$) vì mẫu chứa thừa số nguyên tố 7, 2 và 5 mà tử không chia hết cho 7 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

b) $\frac{10987654321}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ ($n \in \mathbb{N}$) có mẫu là ba số tự nhiên liên tiếp nên mẫu chứa các thừa số nguyên tố 2 và 3. Mà tử không chia hết cho 3, 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

c) $\frac{7n^2+21n}{56n} = \frac{7n(n+3)}{7n.8} = \frac{n+3}{2^3}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

d) $\frac{83! + 1}{1328n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

Vì tử số là $83! + 1$ không chia hết cho 83, mẫu $1328n = 83.16n:83$ ($n \in \mathbb{N}^*$) nên khi phân số là phân số tối giản thì mẫu vẫn chứa ước nguyên tố là 83. Lại có tử không chia hết cho 2, mẫu chia hết cho 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

e) $\frac{3n^2+21n}{45n} = \frac{3n(n+7)}{3n.15} = \frac{n+7}{3.5}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

+) Nếu n chia cho 3 dư 2 thì $(n+7):3$, ta có mẫu của phân số $\frac{n+7}{3.5}$ chỉ chứa thừa số nguyên tố 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

+) Nếu n chia cho 3 có dư khác 2 thì $(n+7)$ không chia hết cho 3, mẫu lại chứa thừa số nguyên tố 3 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- Nếu lại có n chia 5 dư 3 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.
- Nếu n chia 5 có số dư khác 3 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

Bài 14. Ta có: $A = \frac{1}{1,\underbrace{00..01}_{99}} = \frac{\overbrace{10...0}^{99}}{\underbrace{10...01}_{99}}$.

Nhân cả tử và mẫu với $\underbrace{99...9}_{100}$, ta được $\frac{\overbrace{9...90...0}^{100} \overbrace{100}^{100}}{\underbrace{9...99...9}_{100} \underbrace{100}^{100}}$.

Theo quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn thành phân số thì số $0,(\underbrace{9...90...0}_{100} \underbrace{100}_{100})$

viết thành phân số trên.

Vậy $A = 0,(\underbrace{9...90...0}_{100} \underbrace{100}_{100})$.

Bài 15. Xét $\frac{1}{A}$, mẫu A không chứa thừa số nguyên tố 2 và 5 nên $\frac{1}{A}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.

$$\frac{1}{A} = \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_n}}{\underbrace{99 \dots 9}_n} \Rightarrow \underbrace{99 \dots 9}_n = A \cdot \overline{a_1 a_2 \dots a_n} \Rightarrow \underbrace{99 \dots 9}_n : A.$$

Bài 16.

a) $\frac{3n^2 + 3n}{12n} = \frac{n+1}{4} \quad (n \in \mathbb{N})$

Mẫu có ước nguyên tố là 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

b) $\frac{6n+1}{12n} \quad (n \in \mathbb{N})$

Mẫu có ước nguyên tố là 3 khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

c) $\frac{121n + 11n^2}{55n} \quad (n \in \mathbb{N})$
 $= \frac{11+n}{5}$

Mẫu có ước nguyên tố là 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

d) $\frac{35n+3}{70} \quad (n \in \mathbb{N})$

Mẫu có ước nguyên tố là 7 khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Bài 17.

a) $\frac{1}{7} = 0,(142857); \frac{2}{7} = 0,(285714)$

$\frac{3}{7} = 0,(428571); \frac{4}{7} = 0,(571428)$

$\frac{5}{7} = 0,(714285); \frac{6}{7} = 0,(857142)$

b) Ta có $\frac{5}{7} = 0,714285714285714285\dots$

Chu kì tuần hoàn là 6 mà $100 : 6$ được 16 dư 4, suy ra chữ số thứ 100 sau dấu phẩy của số thập phân vô hạn tuần hoàn trên là chữ số 2.

c) Ta có $\frac{3}{7} = 0,428571428571428571\dots$

Số chữ số 5 đầu tiên trong cách viết số thập phân vô hạn tuần hoàn trên là
 $2015 : 5 = 403$

Chu kì là 6, nên từ chữ số 5 thứ nhất đến chữ số thứ 403 có $6 \cdot (403 - 1) : 1 + 1 = 2413$ (chữ số). Trong chu kì đầu tiên có 5 chữ số đứng trước chữ số 5 nên có tất cả $2413 + 5 = 2418$ (chữ số)

Vậy chữ số 5 cuối cùng trong cách viết trên là chữ số thứ 2418.

Bài 18. Mật độ dân số khu vực Đông Nam Á gấp mật độ dân số thế giới một số lần là
 $124 : 48 = 2,58(3) \approx 2,6$ (lần)

Bài 19. Trung bình mỗi giờ xe lửa đi được số km là: $1726 : 33 \approx 52,3$ (km)

Bài 20. Đường thủy từ thành phố Hồ Chí Minh đến từ Trường là: $360.1,852 \approx 666.72$ (km)

Bài 21. Đổi $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$; $1 \text{ kg} \approx 35.27$ ao xơ $\approx 35.27 : 16 \approx 2.2$ pao

BÀI 6. SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

VD 1.1.

- a) Vì $3^2 = 9$ và $3 > 0$ nên $\sqrt{9} = 3$.
b) Vì $4^2 = 16$ và $4 > 0$ nên $\sqrt{16} = 4$.
c) Vì $5^2 = 25$ và $5 > 0$ nên $\sqrt{25} = 5$.
d) Vì $11^2 = 121$ và $11 > 0$ nên $\sqrt{121} = 11$.

VD 1.2.

- a) Vì $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = (60)^2$ nên $\sqrt{3600} = 60$.
b) Vì $129600 = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)^2 = (360)^2$ nên $\sqrt{129600} = 360$.
c) Vì $291600 = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^2 = (2^2 \cdot 3^3 \cdot 5)^2 = (540)^2$ nên $\sqrt{291600} = 540$.
d) Vì $705600 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 5^2 = (2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5)^2 = (840)^2$ nên $\sqrt{705600} = 840$.

VD 1.3. Hình vuông có cạnh là a thì diện tích là a^2 . Vậy đồ dài cạnh hình vuông là căn bậc hai số học của diện tích.

- a) Diện tích là $81m^2$ thì cạnh là $\sqrt{81} = 9m$.
b) Diện tích là $3600cm^2$ thì cạnh là $\sqrt{3600} = 60cm$.
c) Diện tích là $\frac{81}{4}m^2$ thì cạnh là $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}m$.
d) Diện tích là $0,0225dm^2$ thì cạnh là $\sqrt{0,0225} = 0,15dm$.

VD 1.4. Đổi $225 m^2 = 2250000cm^2$

Diện tích một viên gạch là $30^2 = 900cm^2$.

Số viên gạch cần dùng là $2250000 : 900 = 2500$.

VD 2.1. Sử dụng máy tính cầm tay tính căn bậc hai số học của các số sau và làm tròn đến hàng phần nghìn.

- a) 3 b) 15 c) $\frac{113}{7}$ d) 7,123

VD 2.2. Sử dụng máy tính cầm tay tính căn bậc hai số học của các số sau rồi làm tròn các kết quả với độ chính xác 0,005

- a) 7 b) 91 c) $\frac{53}{5}$ d) 0,371.

VD 3.1.

a) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x} + 1 \geq 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 1 khi $x = 0$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq 1$

Có $\sqrt{x-1} \geq 0$ thì $7\sqrt{x-1} \geq 0$ hay $7\sqrt{x-1} + 14 \geq 14$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 14 khi $x-1=0$ hay $x=1$.

c) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x} + 3 \geq 3$

$$\frac{12}{\sqrt{x} + 3} \leq 4$$

$$3 - \frac{12}{\sqrt{x} + 3} \geq -1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là -1 khi $x = 0$.

VD 3.2.

a) Điều kiện xác định: $x \leq 4$

Có $\sqrt{4-x} \geq 0$ thì $7 - \sqrt{4-x} \leq 7$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là 7 khi $4-x=0$ hay $x=4$.

b) Điều kiện xác định: $x \leq 5$

Có $\sqrt{5-x} \geq 0$ thì $3 + \sqrt{5-x} \geq 3$

$$\frac{4}{3 + \sqrt{5-x}} \leq \frac{4}{3}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $\frac{4}{3}$ khi $5-x=0$ hay $x=5$.

c) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

$$\text{Có } \frac{3\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 1} = \frac{3(\sqrt{x} + 1) + 1}{\sqrt{x} + 1} = 3 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x} + 1 \geq 1$

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 1$$

$$3 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 4$$

Vậy: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 4 khi $x = 0$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) 0

b) 1

c) Không tồn tại

d) $\frac{11}{2}$

Bài 2.

a) 54

b) 66

c) 180

d) 560

Bài 3.

a) Ta có $\sqrt{121} = 11$ Vì $11 > 0$ và $11^2 = 121$

$\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$ Vì $8 > 0$ và $8^2 = 64$

$-\sqrt{\frac{16}{81}} = -\frac{4}{9}$ Vì $\frac{4}{9} > 0$ và $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$

b) $\sqrt{\frac{25}{16} - 1} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

c) $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$

d) $\sqrt{36} + \sqrt{225} = 6 + 15 = 21$

Bài 4. Gọi cạnh hình vuông là x .

Ta có $x^2 = 1296$ ($x > 0$)

Suy ra: $x = \sqrt{1296} = 36$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là 36cm .

Bài 5.

$$A = 8(\sqrt{3} - 1) - 4(\sqrt{5} - 2)$$

$$= 8\sqrt{3} - 8 - 4\sqrt{5} + 8$$

$$= 13,856... - 8,944...$$

$$= 4,912... \approx 4,91$$

Bài 6.

a) $A = (4\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^4$

$$= 48 - 45 + 49$$

$$= 52$$

b) $B = (2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{0,5})^2 - \left(\frac{1}{5}\sqrt{125}\right)^2$

$$= 12 - 18 + 8 - 5$$

$$= -3$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } C &= \left[\sqrt{225} + 1 - (2\sqrt{2})^2 \right] : \left[4,5 - \sqrt{1,96} + 0,9 \right] \\
 &= \left[15 + 1 - 8 \right] : \left[4,5 - 1,4 + 0,9 \right] \\
 &= 8 : 4 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } D &= \left\{ \left[(2\sqrt{2})^2 : 2,4 \right] \cdot \left[5,25 : (\sqrt{7})^2 \right] \right\} : \left\{ \left[2\frac{1}{7} : \frac{(\sqrt{5})^2}{7} \right] : \left[2^2 : \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{81}} \right] \right\} \\
 &= \left\{ \left[8 : 2,4 \right] \cdot \left[5,25 : 7 \right] \right\} : \left\{ \left[\frac{15}{7} \cdot \frac{7}{5} \right] : \left[4 \cdot \frac{9}{8} \right] \right\} \\
 &= \left\{ \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4} \right\} : \left\{ 3 : \frac{9}{2} \right\} \\
 &= \frac{5}{2} : \frac{2}{3} \\
 &= \frac{15}{4}
 \end{aligned}$$

Bài 7.

a) $x^2 = 400$ thì $x = \pm 20$. Vậy $x = \pm 20$

b) $x^2 - 64 = 0$

$$x^2 = 64$$

$x = \pm 8$. Vậy $x = \pm 8$

c) $x - 2\sqrt{x} = 0$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0$$

TH1. $\sqrt{x} = 0$ suy ra $x = 0$

TH2. $\sqrt{x} - 2 = 0$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 4$

d) $\frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{4} \right) = \sqrt{2}$

$$x - \frac{1}{4} = 3\sqrt{2}$$

$$x = 3\sqrt{2} + \frac{1}{4}$$

$$x = 3,1,414... + 0,25$$

$$x = 4,492...$$

$$x \approx 4,5$$

Vậy : $x \approx 4,5$

$$e) 5\sqrt{x} - 17 = 108$$

$$5\sqrt{x} = 125$$

$$\sqrt{x} = 25$$

$$x = 25^2 = 625$$

Vậy: $x = 625$

$$f) (x^2 - 4)(x^2 - 3) = 0$$

Suy ra: $x^2 - 4 = 0$ hoặc $x^2 - 3 = 0$

Do đó: $x^2 = 4$ hoặc $x^2 = 3$

Vậy $x = \pm 2$ hoặc $x = \pm\sqrt{3}$

Bài 8. Có $N = \frac{9}{\sqrt{x} - 5}$ có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 5 \in \{ \pm 1; \pm 3; \pm 9 \}$

$\sqrt{x} - 5$	-1	1	-3	3	-9	9
\sqrt{x}	4	6	2	8	-4	14
x	16	36	4	64		196

Bài 9:

a) Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 25$

$$N = \frac{9}{\sqrt{x} - 5} \text{ nguyên}$$

$$\sqrt{x} - 5 \in U(9)$$

$$\sqrt{x} - 5 \in \{ \pm 1; \pm 3; \pm 9 \}$$

$$\sqrt{x} \in \{ 4; 6; 2; 8; -4; 14 \}$$

$$x \in \{ 16; 36; 4; 64; 196 \}$$

Kết hợp điều kiện ta được: $x \in \{ 16; 36; 4; 64; 196 \}$

b) Điều kiện: $x \geq 0$

$$M = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x} + 1}$$

Ta có: $1 \in \mathbb{Z}$.

Để $M \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{4}{\sqrt{x} + 1} \in \mathbb{Z}$

$$\sqrt{x} + 1 \in U(4)$$

$$\sqrt{x} + 1 \in \{ \pm 1; \pm 2; \pm 4 \}.$$

Do : $\sqrt{x} + 1 > 0 \quad U(9)$

$$\sqrt{x} + 1 \in \{1; 2; 4\}$$

$$\sqrt{x} \in \{0; 1; 2\}$$

$$x \in \{0; 1; 4\}$$

Kết hợp điều kiện ta được : $x \in \{0; 1; 4\}$

Bài 10:

a) Điều kiện : $x \geq 0$

$$\text{Ta có : } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow P \geq \frac{1}{2}$$

Vậy GTNN của P là $\frac{1}{2}$ khi $x = 0$

b) Điều kiện : $x \geq 1$

Ta có :

$$x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} \geq 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow Q \leq 8$$

Vậy GTLN của P là 8 khi $x = 1$

Bài 11.

a) Điều kiện xác định: $x \geq 0$.

$$\text{Ta có } \sqrt{x} \geq 0$$

$$\sqrt{x} + 2 \geq 2.$$

Vậy $\text{Min}A = 2$ khi $x = 0$.

b) Điều kiện xác định $x \geq -5$.

$$\text{Ta có } \sqrt{x+5} \geq 0$$

$$\sqrt{x+5} - 3 \geq -3$$

Vậy: $\text{Min}B = -3$ khi $x = -5$

c) Điều kiện xác định : $x^2 - 9 \geq 0$.

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 - 9} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 9} + 5 \geq 5$$

Vậy: $\text{Min}C = 5$ khi $x^2 = 9$ hay $x = \pm 3$.

Bài 12.

a) Điều kiện xác định: $x \geq 0$.

Ta có $\sqrt{x} \geq 0$

$$-\sqrt{x} \leq 0$$

$$4 - \sqrt{x} \leq 4$$

Vậy: $MaxA = 4$ khi $x = 0$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq -3$

Ta có $\sqrt{x+3} \geq 0$

$$-\sqrt{x+3} \leq 0$$

$$-5 - \sqrt{x+3} \leq -5$$

Vậy: $MaxB = -5$ khi $x = -3$.

c) Điều kiện xác định: $x^2 \geq 4$

Ta có $\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$

$$-\sqrt{x^2 - 4} \leq 0$$

$$1 - \sqrt{x^2 - 4} \leq 1$$

Vậy: $MaxC = 1$ khi $x = \pm 2$.

Bài 13.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ \dots \\ \frac{1}{\sqrt{99}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}} > \frac{100}{\sqrt{100}} = 10$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10.$$

BÀI 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

VD 1.1. Tập $B = \left\{ 7, 1, -3, (3); 0, 5; \frac{4}{7}; \sqrt{81} \right\}$. Tập $C = \{ \sqrt{2}; \sqrt{17} \}$.

VD 1.2. Số đối là: $-3; -\frac{4}{5}; 1, (3); 0; -\sqrt{2}$

VD 2.1.

Xét số -2

$$-2 \notin \mathbb{N}; -2 \in \mathbb{Z}; -2 \in \mathbb{Q}; -2 \in \mathbb{R}.$$

Xét số 2

$$2 \in \mathbb{N}; -2 \in \mathbb{Z}; -2 \in \mathbb{Q}; -2 \in \mathbb{R}.$$

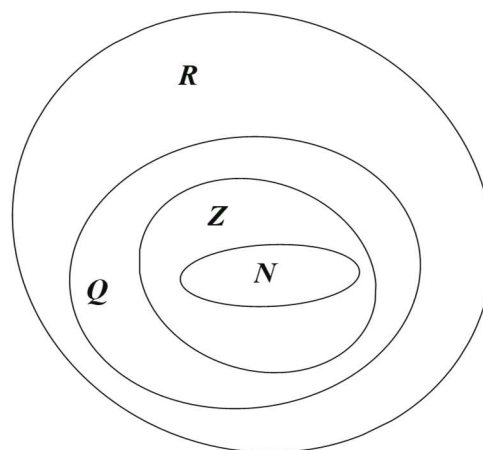
Xét số $\frac{-1}{2}$

$$\frac{-1}{2} \notin \mathbb{N}; \frac{-1}{2} \notin \mathbb{Z}; \frac{-1}{2} \in \mathbb{Q}; \frac{-1}{2} \in \mathbb{R}.$$

Xét số $\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{N}; \sqrt{2} \notin \mathbb{Z}; \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}; \sqrt{2} \in \mathbb{R}.$$

VD 2.2.



VD 2.3.

a) $-0, (33) \notin \mathbb{Q}$

b) $0, 52(41) \notin \mathbb{I}$

c) $1, 4142135... \in \mathbb{R}$

d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

e) $3 \notin \mathbb{I}$

f) $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

VD 3.1.

a) So sánh $\sqrt{16}$ với 4. Ta có $4^2 = 16$. Suy ra: $4 = \sqrt{16}$

b) So sánh $\sqrt{11.3}$ và $\sqrt{44}$. Ta có $\sqrt{11.3} = \sqrt{33}$. Mà $33 < 44$. Suy ra: $\sqrt{33} < \sqrt{44}$ hay $\sqrt{3.11} < \sqrt{44}$

Vậy: $\sqrt{3.11} < \sqrt{44}$

VD 3.2.

a) So sánh $\sqrt{9.16}$ và $\sqrt{9}.\sqrt{16}$.

$$\text{Ta có } \sqrt{9.16} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$$

$$\text{Ta có } \sqrt{9}.\sqrt{16} = \sqrt{3^2}.\sqrt{4^2} = 3.4 = 12$$

Vậy: $\sqrt{9.16} = \sqrt{9}.\sqrt{16}$.

b) So sánh $3\sqrt{7}$ và 8.

$$\text{Ta có } 3\sqrt{7} = \sqrt{9}.\sqrt{7} = \sqrt{63}$$

$$\text{Ta có } 8 = \sqrt{64}$$

Mà $64 > 63$ Suy ra: $\sqrt{64} > \sqrt{63}$

Vậy $3\sqrt{7} < 8$.

c) So sánh $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } 2\sqrt{3} = \sqrt{4}.\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\text{Ta có } 3\sqrt{2} = \sqrt{9}.\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

Mà $18 > 12$ Suy ra $\sqrt{18} > \sqrt{12}$

Vậy: $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$.

VD 4.1.

a) $|-4,8| = 4,8$.

b) $|0,5| = 0,5$.

c) $-|-3,4| = -3,4$.

d) $|-10| = 10$.

e) $-|-1,6| = -1,6$.

VD 4.2.

a) $|-3,2| = 3,2$.

b) $|1,7| = 1,7$.

c) $-|-4,5| = -4,5$.

d) $|-21| = 21$.

e) $-|-3,5| = -3,5$.

VD 4.3.

a) Thay $x = \frac{-1}{3}$ vào biểu thức A , ta có :

$$A = 3x^3 - 6x^2 + 2|x| + 7 = 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left|\frac{-1}{3}\right| + 7 = 3 \cdot \frac{-1}{27} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 7 = \frac{62}{9}.$$

b) Thay $x = \frac{1}{4}$ và $y = -2$ vào biểu thức B , ta có :

$$B = 4|x| - 2|y| = 4 \cdot \left|\frac{1}{4}\right| - 2 \cdot |-2| = 4 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot 2 = 1 - 4 = -3.$$

c) $C = 6x^3 - 3x^2 + 2|x| + 4 = 6 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left|\frac{-2}{3}\right| + 4 = 6 \cdot \frac{-8}{27} - 3 \cdot \frac{4}{9} + 2 \cdot \frac{2}{3} + 4 = \frac{20}{9}.$

d) $D = 2|x| - 3|y| = 2 \cdot \left|\frac{1}{2}\right| - 3 \cdot |-3| = 2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 3 = -8.$

VD 4.4.

a) Khi $x \geq \frac{2}{3}$ thì $3x - 2 \geq 0 \Rightarrow |3x - 2| = 3x - 2$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(6x - \frac{1}{4}\right) - 2(3x - 2) = \frac{1}{2} - 3x + \frac{1}{8} - 6x + 4 = -9x + \frac{37}{8}.$$

b) Khi $x < \frac{2}{3}$ thì $3x - 2 < 0 \Rightarrow |3x - 2| = 2 - 3x$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(6x - \frac{1}{4}\right) - 2(2 - 3x) = \frac{1}{2} - 3x + \frac{1}{8} - 4 + 6x = 3x - \frac{27}{8}.$$

VD 4.5.

a) Khi $x \geq \frac{4}{3}$ thì $3x - 4 \geq 0 \Rightarrow |3x - 4| = 3x - 4$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P = 1 - \frac{1}{4} \cdot \left(10x - \frac{15}{4}\right) - 2(3x - 4) = 1 - \frac{5}{2}x + \frac{15}{16} - 6x + 8 = \frac{-17}{2}x + \frac{159}{16}.$$

b) Khi $x < \frac{4}{3}$ thì $3x - 4 < 0 \Rightarrow |3x - 4| = 4 - 3x$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P = 1 - \frac{1}{4} \cdot \left(10x - \frac{15}{4}\right) - 2(4 - 3x) = 1 - \frac{5}{2}x + \frac{15}{16} - 8 + 6x = \frac{7}{2}x - \frac{97}{16}.$$

VD 5.1.

$$a) |x - 2,5| - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow |x - \frac{5}{2}| = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{5}{2} = \frac{3}{4} \\ x - \frac{5}{2} = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \\ x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{4} \\ x = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$b) \frac{1}{2} - \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{3} \Rightarrow \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{4} - 2x = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{4} - 2x = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{5}{4} - \frac{1}{6} \\ 2x = \frac{5}{4} - \left(-\frac{1}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{24} \\ x = \frac{17}{24} \end{cases}$$

$$c) |0,5x - 2| - \left| x + \frac{2}{3} \right| = 0 \Rightarrow |0,5x - 2| = \left| x + \frac{2}{3} \right| \Rightarrow \begin{cases} 0,5x - 2 = x + \frac{2}{3} \\ 0,5x - 2 = -x - \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0,5x = \frac{8}{3} \\ 1,5x = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{3} \\ x = \frac{8}{9} \end{cases}$$

$$d) 2x - |x + 1| = -\frac{1}{2} \Rightarrow |x + 1| = 2x + \frac{1}{2} \text{ (điều kiện } 2x + \frac{1}{2} \geq 0) \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 2x + \frac{1}{2} \\ x + 1 = -2x - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào điều kiện $2x + \frac{1}{2} \geq 0$ không thỏa mãn.

VD 5. 2.

$$a) |2x - 3| - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow |2x - 3| = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = \frac{1}{3} \\ 2x - 3 = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$b) \frac{5}{6} - \left| x + \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left| x + \frac{1}{4} \right| = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \\ x + \frac{1}{4} = -\frac{7}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$c) |2x - 1| - \left| x + \frac{1}{3} \right| = 0 \Rightarrow |2x - 1| = \left| x + \frac{1}{3} \right| \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = x + \frac{1}{3} \\ 2x - 1 = -x - \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ 3x = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$d) 3x - |x + 15| = \frac{5}{4} \Rightarrow |x + 15| = 3x - \frac{5}{4} \text{ (điều kiện } 3x - \frac{5}{4} \geq 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 15 = 3x - \frac{5}{4} \\ x + 15 = -3x + \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x = -\frac{65}{4} \\ 4x = -\frac{55}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{65}{8} \\ x = -\frac{55}{16} \end{cases}$$

Thay $x = -\frac{55}{16}$ vào điều kiện thấy không thỏa mãn.

VD 6.1.

$$\begin{aligned} \text{a) } |x - 0,6| < \frac{1}{3} &\Rightarrow -\frac{1}{3} < x - 0,6 < \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} + 0,6 < x < \frac{1}{3} + 0,6 \Rightarrow -\frac{1}{3} + \frac{3}{5} < x < \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \\ &\Rightarrow \frac{4}{15} < x < \frac{14}{15}. \end{aligned}$$

Chú ý : Ta phải đổi tất cả số thập phân về dạng phân số hữu tỉ để tiện tính toán và quy đồng.

$$\text{Ở đây ta đổi : } 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{b) } \left| x + \frac{7}{2} \right| \geq |-3,5| \Rightarrow \left| x + \frac{7}{2} \right| \geq 3,5 \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{7}{2} \geq \frac{7}{2} \\ x + \frac{7}{2} \leq -\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -7 \end{cases}.$$

VD 6.2.

$$\text{a) } |x - 1| \leq 3\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{13}{4} \leq x - 1 \leq \frac{13}{4} \Rightarrow -\frac{13}{4} + 1 \leq x \leq \frac{13}{4} + 1 \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq x \leq \frac{17}{4}.$$

$$\text{b) } |2x - 1| > \left| -\frac{3}{4} \right| \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 > \frac{3}{4} \\ 2x - 1 < -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > \frac{7}{4} \\ 2x < \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{7}{8} \\ x < \frac{1}{8} \end{cases}.$$

VD 7.1.

$$\text{a) Ta có : } |x + 3| \geq 0 \quad \forall x, \text{ dấu " = " xảy ra khi } x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3.$$

$$\Rightarrow |x + 3| + 4 \geq 4.$$

Vậy $\min A = 4$ khi $x = -3$.

$$\text{b) Ta có : } |1 - 2x| \geq 0 \quad \forall x, \text{ dấu " = " xảy ra khi } 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow |1 - 2x| - 3 \geq -3.$$

Vậy $\min A = -3$ khi $x = \frac{1}{2}$.

VD 7.2.

$$\text{a) Ta có : } -|2x - 3| \leq 0 \quad \forall x, \text{ dấu " = " xảy ra khi } 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow -|2x - 3| + 3 \leq 3$$

Vậy $\max C = 3$ khi $x = \frac{3}{2}$.

b) Ta có: $-|2 - 3x| \leq 0 \quad \forall x$, dấu "=" xảy ra khi $2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow -|2 - 3x| - 5 \leq -5.$$

Vậy $\max A = -5$ khi $x = \frac{2}{3}$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) $-0,(2) \in \mathbb{Q}$

b) $0,2(41) \notin \mathbb{I}$

c) $1,7329508\dots \in \mathbb{R}$

d) $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

e) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

f) $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

Bài 2.

a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là **số thực**.

b) Nếu a là số hữu tỉ thì a viết được dưới dạng số thập phân **hữu hạn** hoặc **số thập phân vô hạn tuần hoàn**.

Bài 3.

a) Nhận thấy $-1,(3) < 0$; $1\frac{1}{2} = 1,5$; $\pi = 3,1416\dots$; $1,(3) = 1,33\dots$

Do đó sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau: $-1,(3)$; $1,3$; $1,(3)$; $1\frac{1}{2}$; π

b) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau: $-\sqrt{2}$; $-1,(25)$; $\frac{1}{5}$; $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{5^2}$

Bài 4.

a) Ta có $34,9 < 36$ suy ra $\sqrt{34,9} < \sqrt{36}$ tức là $\sqrt{34,9} < 6$

b) Ta có $103,5 > 100$ suy ra $\sqrt{103,5} > \sqrt{100}$ tức là $\sqrt{103,5} > 10$

c) $a = -0,15$; $b = -0,(15)$; $c = -0,151617\dots$ Ta có $c < b < a$

d) Xét $a^2 = (3\sqrt{2})^2 = 3^2(\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$

$$b^2 = (2\sqrt{3})^2 = 2^2(\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

Vì $a^2 > b^2$ (do $18 > 12$) nên $a > b$, tức là $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$

e) Ta có: $\sqrt{26} + \sqrt{17} > \sqrt{25} + \sqrt{16} = 5 + 4 = 9$

f)* Xét

$$x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 + 6 + 2\sqrt{18} = 9 + 2\sqrt{18}$$

$$y^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 2 + 7 + 2\sqrt{14} = 9 + 2\sqrt{14}$$

Vì $x^2 > y^2$ (do $2\sqrt{18} > 2\sqrt{14}$) nên $x > y$, tức là $\sqrt{3} + \sqrt{6} > \sqrt{2} + \sqrt{7}$

Bài 5.

$$a) P = x^2 - \left| x - \frac{1}{4} \right| + 2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right| + 2 = 2$$

$$b) \text{Ta có: } |x-1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ x-1=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x=5 \Rightarrow Q = 2|5-2| - 3|1-5| = 6 - 12 = -6.$$

$$\text{Với } x=-3 \Rightarrow Q = 2|-3-2| - 3|1+3| = -2.$$

Bài 6.

$$a) x \geq 1\frac{1}{5} \Rightarrow M = x - 1\frac{1}{5} + x - \frac{1}{5} - 3\frac{1}{5} = 2x - \frac{23}{5}.$$

$$b) x \leq \frac{1}{5} \Rightarrow M = 1\frac{1}{5} - x + \frac{1}{5} - x - 3\frac{1}{5} = -\frac{9}{5} - 2x.$$

Bài 7.

$$a) |-2x+1,5| = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} -2x + \frac{3}{2} = \frac{1}{4} \\ -2x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x = -\frac{5}{4} \\ -2x = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ x = \frac{7}{8} \end{cases}.$$

$$b) \frac{3}{2} - \left| 1\frac{1}{4} + 3x \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left| \frac{5}{4} + 3x \right| = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{4} + 3x = \frac{5}{4} \\ \frac{5}{4} + 3x = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ 3x = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{6} \end{cases}.$$

$$c) |4x-1| - \left| 3x - \frac{1}{2} \right| = 0 \Rightarrow |4x-1| = \left| 3x - \frac{1}{2} \right| \Rightarrow \begin{cases} 4x-1 = 3x - \frac{1}{2} \\ 4x-1 = -3x + \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 7x = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{14} \end{cases}.$$

$$d) |x-1| - 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow |x-1| = 2x + \frac{1}{2} \quad (\text{điều kiện } 2x + \frac{1}{2} \geq 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2x + \frac{1}{2} \\ x-1 = -2x - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x = \frac{3}{2} \\ 3x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} (L) \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}.$$

Thay $x = -\frac{3}{2}$ vào điều kiện thấy không thỏa mãn.

Bài 8.

$$a) \left| x - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}.$$

$$b) \left| 2x - \frac{1}{2} \right| > |-1,5| \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{2} > 1,5 \\ 2x - \frac{1}{2} < -1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > 2 \\ 2x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Bài 9.

$$a) |x - 1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \\ x - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy $x = 3$ hoặc $x = -1$.

$$b) |x - 2| = |-4| \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \\ x - 2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy $x = 6$ hoặc $x = -2$.

$$c) |2x + 1| = |x - 2| \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x - 2 \\ 2x - 1 = -x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy $x = -3$ hoặc $x = 1$.

$$d) |x - 5| - |3x + 1| = 0 \Rightarrow |x - 5| = |3x + 1| \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 3x + 1 \\ x - 5 = -3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy $x = -3$ hoặc $x = 1$.

$$e) |x - 1| < 2 \Rightarrow -2 < x - 1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3.$$

$$f) |x + 3| > 5 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 5 \\ x + 3 < -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -8 \end{cases}.$$

Vậy $x > 2$ hoặc $x < -8$.

Bài 10.

$$a) \text{ Khi } x > 1 \text{ thì } A = 2(2x - 1) + x - 1 = 5x - 3.$$

$$b) \text{ Khi } x < \frac{5}{4} \text{ thì } B = 5 - 4x + 3 = -4x + 8.$$

Bài 11.

$$a) A = |x - 1| + 3.$$

Ta có: $|x - 1| \geq 0 \Rightarrow |x - 1| + 3 \geq 3$, dấu "=" xảy ra khi $x - 1 = 0$ hay $x = 1$

Vậy $\min A = 3$ khi $x = 1$.

$$b) B = |2x - 1| - 4.$$

$$|2x-1| \geq 0 \Rightarrow |2x-1| - 4 \geq -4, \text{ dấu "=" xảy ra khi } 2x-1=0 \text{ hay } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \min B = -4 \text{ khi } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{c) } C = \left| 2x - \frac{1}{3} \right| - 1\frac{3}{4}. \text{ Do } \left| 2x - \frac{1}{3} \right| \geq 0 \quad \forall x, \text{ dấu "=" xảy ra khi } 2x - \frac{1}{3} = 0 \text{ hay } x = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow C = \left| 2x - \frac{1}{3} \right| - 1\frac{3}{4} \geq -1\frac{3}{4}. \text{ Vậy } \min C = -1\frac{3}{4} \text{ khi } x = \frac{1}{6}$$

$$\text{d) } D = \frac{1}{3}|x-2| + 2\left|3 - \frac{1}{2}y\right| + 4.$$

$$\text{Do } \frac{1}{3}|x-2| \geq 0; 2\left|3 - \frac{1}{2}y\right| \geq 0 \quad \forall x, y, \text{ dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} x-2=0 \\ 3 - \frac{1}{2}y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } D = \frac{1}{3}|x-2| + 2\left|3 - \frac{1}{2}y\right| + 4 \geq 4. \text{ Vậy } \min D = 4 \text{ khi } \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}.$$

Bài 12.

$$\text{a) } A = 2,25 - \frac{1}{4}|1+2x|. \text{ Do } -\frac{1}{4}|1+2x| \leq 0 \Rightarrow A = 2,25 - \frac{1}{4}|1+2x| \leq 2,25.$$

$$\text{Vậy } \max A = 2,25 \text{ khi } x = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{3 + \frac{1}{2}|2x-3|}. \text{ Do } 3 + \frac{1}{2}|2x-3| \geq 3 \Rightarrow B = \frac{1}{3 + \frac{1}{2}|2x-3|} \leq \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \max B = \frac{1}{3} \text{ khi } x = \frac{3}{2}.$$

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

- a) $\frac{1}{3} = 0,(3)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn
- b) $\frac{-5}{7} = -0,(714285)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn
- c) $\frac{3}{4} = 0,75$: Số thập phân hữu hạn
- d) $\frac{12}{13} = 0,(923076)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn
- e) $\frac{5}{11} = 0,(45)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn
- f) $\frac{-1}{10} = -0,1$: Số thập phân hữu hạn

Bài 2.

- a) $3,(3) = \frac{10}{3}$ b) $-4,(15) = -\frac{411}{99}$ c) $0,(2) = \frac{2}{9}$
- d) $1,1(2) = \frac{101}{90}$ e) $-2,32(3) = -\frac{2091}{900}$ f) $0,(05) = \frac{5}{99}$

Bài 3. Làm tròn

- a) Số $1,(3)$ đến hàng phần chục: 1,3
- b) Số $0,(63)$ đến hàng phần trăm: 0,64
- c) Số $132,(132)$ đến hàng trăm: 100
- d) Số $46,(3)$ đến hàng đơn vị: 46

Bài 4. Làm tròn số 14 372, 2313131... với độ chính xác:

- a) 500: 1400 b) 50: 14400 c) 5: 14370
- d) 0,5: 14372 e) 0,05: 14372,2 f) 0,005: 14372,23

Bài 5. Tìm độ chính xác của các số dưới đây khi được làm tròn.

- a) $540,435 \approx 540$: Độ chính xác 0,5
- b) $1,3111... \approx 1,31$: Độ chính xác 0,005
- c) $0,666... \approx 0,667$: Độ chính xác 0,0005
- d) $472,275 \approx 500$: Độ chính xác 50

Bài 6. Độ chính xác của kết quả sau là 0,05.

$$2,16838383... \approx 2,2$$

27,98 đô la nghĩa là bạn ấy cần 28 đô la.

Bài 7. 218 925 đồng

Bài 8. 352,6 km.

Bài 9. Tính:

a) $5^2 = 25$ b) $(0,2)^2 = 0,04$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ d) $(-0,1)^2 = 0,01$

Bài 10. Tính căn bậc hai số học của các số sau:

a) $\sqrt{25} = 5$ b) $\sqrt{100} = 10$ c) $\sqrt{0,25} = 0,5$
d) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ e) $\sqrt{0} = 0$ f) $\sqrt{-1}$ không tồn tại

Bài 11. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4} = 2$ b) $\sqrt{25} + \sqrt{9} = 8$ c) $1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{4}{9}} = 1$ e) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{36}{25}} = 0$ f) $(10 - 2 \cdot \sqrt{16})^2 = 4$

Bài 12. 1; 4; 9.

Bài 13. Số đối của các số sau.

a) -2 b) 5 c) -0,5 d) $-\frac{3}{4}$ e) $-\sqrt{7}$ f) 0

Bài 14. Các cặp số đối nhau là:

3 và -3 -0,(3) và $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ và -0,75 $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2}$

Bài 15. -3; -0,8; $\frac{-1}{3}$; 0; 1; 5; 7

Bài 16. Tìm x, biết:

a) $x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{2}$ b) $x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = 1$
c) $x = 4$ hoặc $x = 1,4$ d) Không có x thỏa mãn

Bài 17. Tìm x, biết:

a) $x = \frac{4}{3}$ b) $x = -8$ c) $x = -\frac{11}{8}$ d) $x = 0$

Bài 18. 100 điểm

Bài 19. -8,1°C

CHƯƠNG III

GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 8. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

VD 1.1. Cặp góc \hat{a} và \hat{d} là các cặp góc bù nhau.

VD 1.2. Tìm các cặp góc kề bù trong những hình dưới đây.

a) $\widehat{aOb}, \widehat{bOc}$

b) $\widehat{mAp}, \widehat{pAq}$ và $\widehat{mAn}, \widehat{nAq}$

c) $\widehat{EID}, \widehat{DIF}$

d) $\widehat{MKN}, \widehat{NKP}$; $\widehat{NKP}, \widehat{PKQ}$; $\widehat{PKQ}, \widehat{QKM}$; $\widehat{QKM}, \widehat{MKN}$

VD 1.3. Tìm các cặp góc kề bù trong những hình dưới đây.

a) $\widehat{ACB}, \widehat{BCE}$ và $\widehat{ACD}, \widehat{DCE}$

b) $\widehat{NGM}, \widehat{MGH}$ và $\widehat{GHM}, \widehat{MHP}$

VD 1.4. Tìm các cặp góc đối đỉnh trong những hình dưới đây.

a) $\widehat{xOy}, \widehat{x'Oy'}$ và $\widehat{xOy'}, \widehat{x'Oy}$

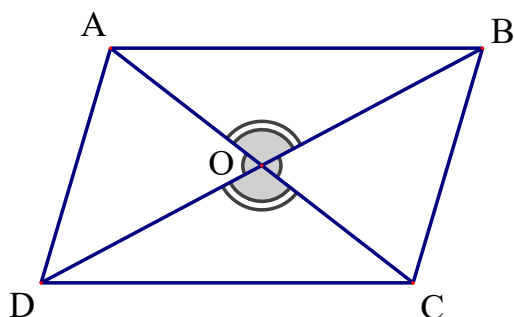
b) $\widehat{ala'}, \widehat{blb'}$ và $\widehat{a'lb}, \widehat{alb'}$

c) $\widehat{AOB}, \widehat{COD}$ và $\widehat{AOD}, \widehat{BOC}$

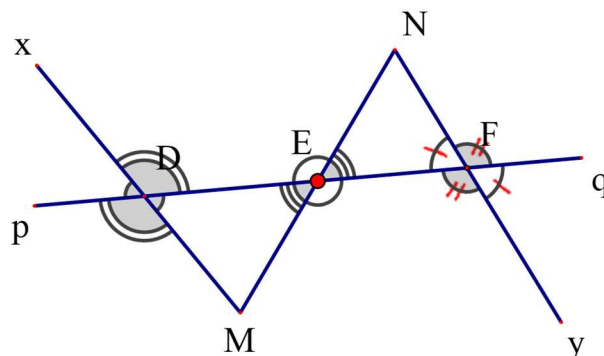
d) $\widehat{mSn}, \widehat{m'Sn'}$; $\widehat{nSp}, \widehat{n'Sp'}$; $\widehat{mSp'}, \widehat{m'Sp}$; $\widehat{mSp}, \widehat{m'Sp'}$; $\widehat{nSm'}, \widehat{n'Sm}$; $\widehat{pSn'}, \widehat{p'Sn}$

VD 1.5. Đánh dấu trong hình các cặp góc đối đỉnh.

a)



b)



VD 2.1. Hình a và hình c, vì hai góc có số đo bằng nhau (hình a) và được đánh dấu giống nhau (hình c).

VD 2.2. Học sinh vẽ hình và thao tác.

VD 2.3. Học sinh vẽ hình và thao tác.

VD 2.4. Học sinh vẽ hình và thao tác.

VD 3.1.

a) 108°

b) 55°

c) 90°

d) 40°

e) 120°

f) 135°

g) 44°

h) 69°

VD 3.2. a) 125° b) 20° c) 90° d) 56° e) 15° f) 62°

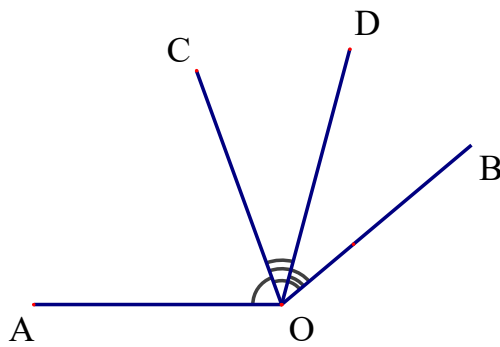
VD 3.3. a) 60° b) 85° c) 90° d) 45° e) 27° f) 62°

VD 3.4. a) $x = 145$

b) $x = 12$

c) $x = 16$

VD 4.1.

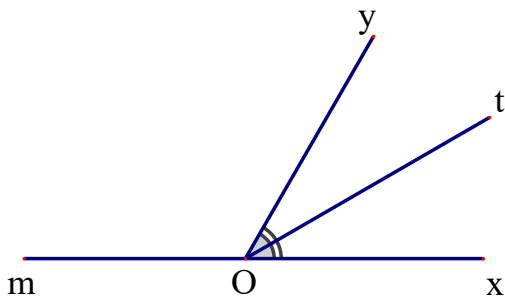


Vì OC là phân giác $\widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOC} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 140^\circ = 70^\circ$.

Vì OD là phân giác $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{COD} = \widehat{BOD} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = \frac{1}{2} \cdot 70^\circ = 35^\circ$.

Vậy $\widehat{DOA} = \widehat{AOC} + \widehat{COD} = 70^\circ + 35^\circ = 105^\circ$.

VD 4.2.



Vẽ góc xOy có số đo bằng 72° . Vẽ tia Om là tia đối của tia Ox .

a) Cặp góc kề bù trong hình vừa vẽ là $\widehat{xOy} = \widehat{yOm}$

b) $\widehat{yOm} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

c) Vì Ot là tia phân giác của $\widehat{xOy} \Rightarrow \widehat{xOt} = \widehat{tOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} = \frac{1}{2} \cdot 72^\circ = 36^\circ$

Vậy $\widehat{tOy} = 36^\circ$; $\widehat{tOm} = \widehat{tOy} + \widehat{yOm} = 36^\circ + 108^\circ = 144^\circ$.

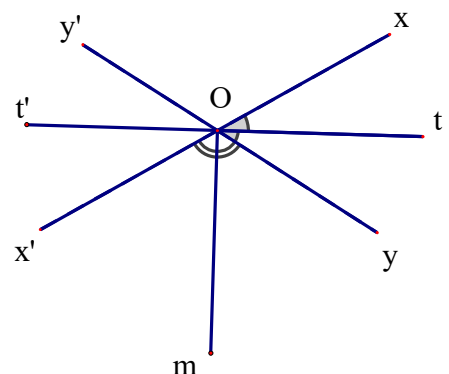
VD 4.3.

a) Ta có:

$$\widehat{xOt'} + \widehat{xOt} = 180^\circ$$

$$\widehat{t'Oy} + \widehat{yOt} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{xOt} = \widehat{yOt}$ do Ot là tia phân giác của \widehat{xOy}



$$\Rightarrow \widehat{xOt'} = \widehat{t'Oy}.$$

b) Ta có:

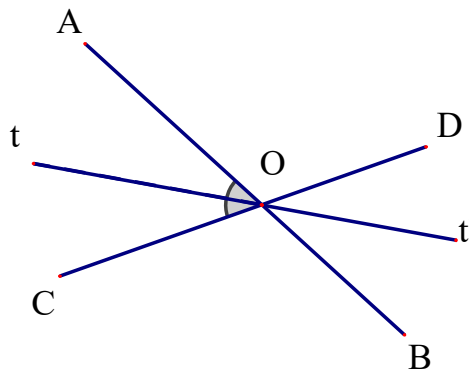
$$\widehat{xOt} = \widehat{yOt} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} \text{ vì } Ot \text{ là phân giác } \widehat{xOy},$$

$$\widehat{x'Om} = \widehat{yOm} = \frac{1}{2}\widehat{x'Oy} \text{ vì } Om \text{ là phân giác } \widehat{x'Oy}.$$

$$\text{Vậy } \widehat{mOt} = \widehat{yOt} + \widehat{yOm} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} + \frac{1}{2}\widehat{x'Oy}$$

$$= \frac{1}{2}(\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy}) = \frac{1}{2}\widehat{xOx'} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

VD 4.4.



Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O sao cho $\widehat{AOC} = 60^\circ$.

a) Ta có:

$$\widehat{AOC} = \widehat{BOD} \text{ (hai góc đối đỉnh)} \Rightarrow \widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 60^\circ.$$

$$\text{Lại có: } \widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{AOC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Vì \widehat{AOD} và \widehat{BOC} là hai góc đối đỉnh

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{AOD} = 120^\circ.$$

b) Vì Ot' là tia đối của tia Ot , ta có hai cặp góc đối đỉnh sau:

$$\widehat{AOt} = \widehat{BOt'}, \widehat{COt} = \widehat{DOt'}. \text{ Mà } \widehat{AOt} = \widehat{COt} \text{ do } Ot \text{ là tia phân giác của } \widehat{AOC}$$

$$\Rightarrow \widehat{BOt'} = \widehat{DOt'}. \text{ Vậy } Ot' \text{ là tia phân giác của } \widehat{BOD}.$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Hình thứ nhất: $\widehat{mOx}, \widehat{xOn}$;

Hình thứ hai: $\widehat{BDC}, \widehat{BDA}$.

Bài 2. Có tất cả 4 cặp góc kề bù trong hình xoay quanh điểm O .

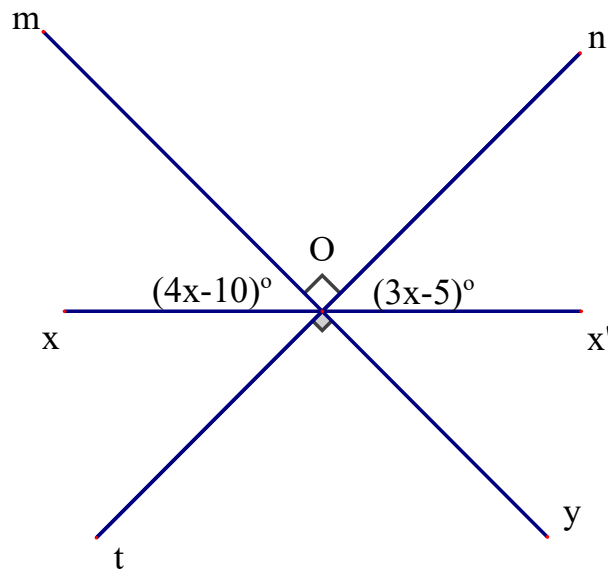
Bài 3. Học sinh kiểm tra số đo của các góc nhỏ để suy ra tia phân giác.

Bài 4. Học sinh thao tác vẽ hình và trả lời câu hỏi.

Bài 5. $\widehat{bMc} = 65^\circ$

Bài 6. $\widehat{xAn} = \widehat{yAm} = 68^\circ$, $\widehat{yAn} = 112^\circ$

Bài 7. Quan sát hình dưới đây, biết $O \in xx'$.



a) Ta có: $\widehat{xOm} + \widehat{mOn} + \widehat{nOx'} = 180^\circ$

$$\Rightarrow (4x - 10) + 90 + (3x - 5) = 180$$

$$\Rightarrow 4x - 10 + 90 + 3x - 5 = 180$$

$$\Rightarrow 7x + 75 = 180$$

$$\Rightarrow 7x = 180 - 75$$

$$\Rightarrow 7x = 105$$

$$\Rightarrow x = 105 : 7$$

$$\Rightarrow x = 15.$$

Vậy $\widehat{xOm} = (4.15 - 10)^\circ = 50^\circ$, $\widehat{nOx'} = (3.15 - 5)^\circ = 40^\circ$.

b) Để hai góc \widehat{xOt} và $\widehat{nOx'}$ là hai góc đối đỉnh, Ot là tia đối của tia On.

Lại có theo cách vẽ, $\widehat{tOy} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{nOy} = 90^\circ$. Vậy Om và Oy là hai tia đối nhau.

Vậy \widehat{mOn} và \widehat{tOy} là hai góc đối đỉnh.

Bài 8. Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$ và $\widehat{A} = 3\widehat{B}$

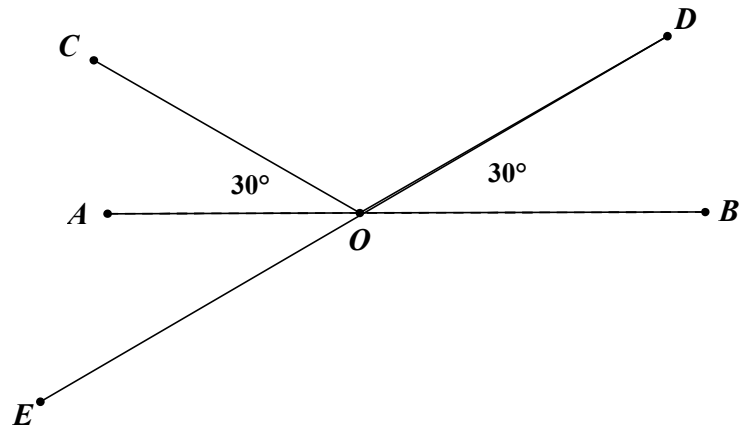
$$\Rightarrow 3\widehat{B} + \widehat{B} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4\widehat{B} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 135^\circ$$

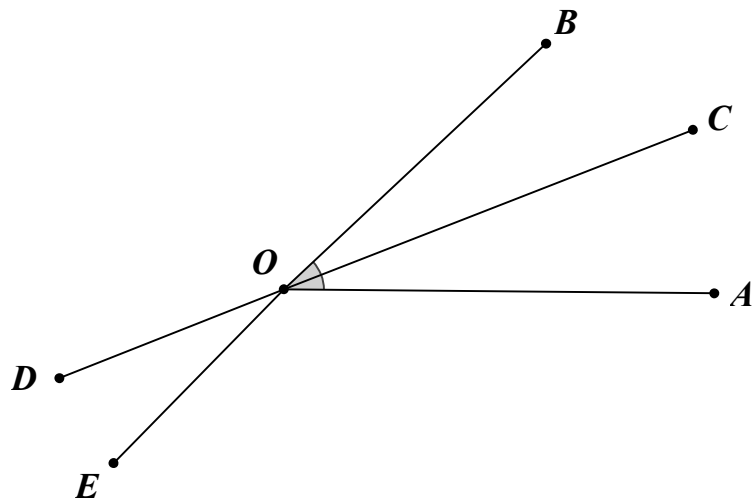
Bài 9.



Có $\widehat{BOD} = \widehat{AOE} = 30^\circ$ (đối đỉnh)

Mà $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 30^\circ$. Suy ra $\widehat{AOE} = \widehat{AOC}$. Vậy OA là tia phân giác \widehat{COE}

Bài 10.



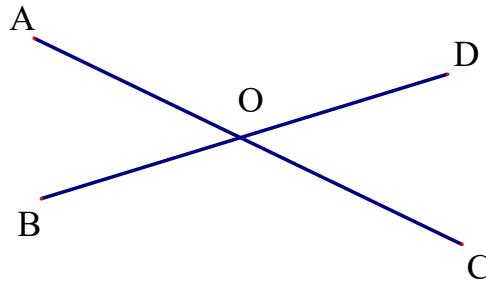
Có $\widehat{AOB} = 50^\circ$. Mà OC là tia phân giác của \widehat{AOB} thì $\widehat{BOC} = \widehat{AOC} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = 25^\circ$.

Lại có $\widehat{DOE} + \widehat{EOC} = \widehat{DOC} = 180^\circ$. Mà $\widehat{DOE} = 25^\circ$ thì $\widehat{EOC} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.

Suy ra $\widehat{EOC} + \widehat{COB} = 155^\circ + 25^\circ = 180^\circ$ hay $\widehat{EOB} = 180^\circ$ Suy ra E, O, B là ba điểm thẳng hàng.

Vậy: \widehat{DOE} và \widehat{BOC} là hai góc đối đỉnh.

Bài 11



Ta có: $\widehat{AOD} + \widehat{DOC} = 180^\circ$ và $\widehat{AOD} = 5\widehat{DOC}$.

$$\Rightarrow 5\widehat{DOC} + \widehat{DOC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 6\widehat{DOC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DOC} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AOD} = 150^\circ.$$

Bài 12. Với n đường thẳng cắt nhau tại cùng một điểm sẽ tạo ra $2n$ tia chung gốc.

Mỗi tia trong số đó sẽ ghép với $2n - 1$ tia khác để tạo ra $2n - 1$ góc.

Vậy sẽ có tất cả $2n(2n - 1)$ góc.

Vì mỗi góc được tính hai lần, vậy nên số góc còn lại là $\frac{2n(2n - 1)}{2} = n(2n - 1)$.

Với n đường thẳng sẽ tạo ra n góc bẹt, vậy số góc không bẹt là $n(2n - 1) - n$.

Vì mỗi góc trong số các góc trên đều có góc đối đỉnh với nó, vậy nên số cặp góc đối đỉnh là:

$$\frac{n(2n - 1) - n}{2} = \frac{2n^2 - n - n}{2} = \frac{2n^2 - 2n}{2} = \frac{2(n^2 - n)}{2} = n^2 - n.$$

BÀI 9. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

VD 1.1.

a) $\widehat{A}_3, \widehat{B}_1$ và $\widehat{A}_4, \widehat{B}_2$

b) $\widehat{M}_3, \widehat{N}_1$ và $\widehat{M}_4, \widehat{N}_2$

c) $\widehat{P}_2, \widehat{Q}_4$ và $\widehat{P}_3, \widehat{Q}_1$

d) $\widehat{G}_3, \widehat{H}_1$ và $\widehat{G}_4, \widehat{H}_2$

VD 1.2.

a) $\widehat{mAx}, \widehat{ABa}$; $\widehat{mAy}, \widehat{ABb}$; $\widehat{xAB}, \widehat{aBn}$; $\widehat{yAB}, \widehat{bBn}$

b) $\widehat{cCp}, \widehat{eDC}$; $\widehat{cCD}, \widehat{eDq}$; $\widehat{DCd}, \widehat{qDf}$; $\widehat{dCp}, \widehat{fDC}$

VD 1.3.

a) Góc so le trong với góc ABC là góc mAB hoặc góc BCm' ;

Góc so le trong với góc BAC là góc ACp' hoặc góc ABp .

b) Góc đồng vị với góc mAn là góc pBA hoặc góc ACp' ;

Góc đồng vị với góc mAB là góc ACB hoặc góc pBn' .

VD 1.4.

a) Góc so le trong với góc MNE là góc NEF hoặc góc DMN .

b) Góc đồng vị với góc DMN là góc MEF hoặc góc DEN ; góc đồng vị với góc ENF là góc EDF .

VD 2.1.

a) Ta có $\widehat{yAB} = \widehat{ABa}$, mà hai góc ở vị trí so le trong, suy ra $xy \parallel ab$.

b) Ta có $\widehat{mCx} = \widehat{CDa}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $xy \parallel ab$.

VD 2.2. Chứng minh $xy \parallel ab$ trong các hình sau.

a) Ta có $\widehat{mEx} = \widehat{EFa}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $xy \parallel ab$.

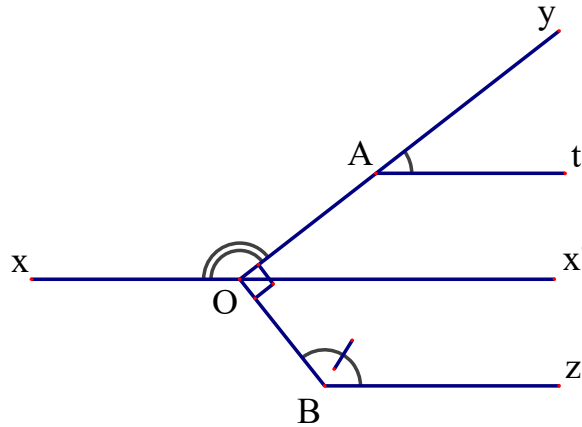
b) Ta có $\widehat{mGx} + \widehat{mGy} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{mGx} = 180^\circ - \widehat{mGy} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

$\Rightarrow \widehat{mGx} = \widehat{GHa} = 72^\circ$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $xy \parallel ab$.

VD 2.3. Ta tính được các góc sau:

- $\widehat{xAm} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{xAm} = \widehat{ABn} = 45^\circ$ mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $mm' \parallel nn'$.
- $\widehat{BCp} = \widehat{p'Cx'} = 45^\circ$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{BCp} = \widehat{ABn} = 45^\circ$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $mm' \parallel nn'$.

VD 2.4.



Kẻ tia Ox' là tia đối của tia Ox . Ta tính được $\widehat{AOx'} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

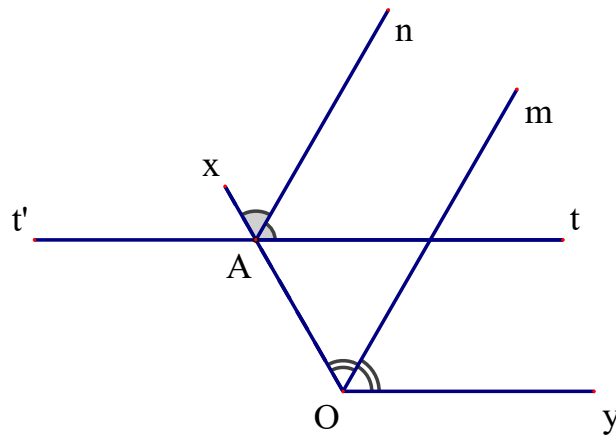
$\Rightarrow \widehat{yAt} = \widehat{AOx'} = 40^\circ$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $At \parallel Ox'$.

Lại có, $\widehat{x'OB} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \Rightarrow \widehat{xOB} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\Rightarrow \widehat{xOB} = \widehat{OBz}$, mà hai góc ở vị trí so le trong, suy ra $Ox' \parallel Bz$.

Vậy $At \parallel Bz$.

VD 2.5.



Cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$. Lấy điểm A trên tia Ox . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ Ox chứa tia Oy vẽ tia At sao cho $\widehat{OAt} = 60^\circ$. Gọi At' là tia đối của tia At

a) Ta tính được $\widehat{xAt} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\Rightarrow \widehat{xAt} = \widehat{xOy}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $t't' \parallel Oy$.

b) Vì Om và An lần lượt là hai phân giác của \widehat{xOy} và \widehat{xAt}

$\Rightarrow \widehat{xAn} = \widehat{xOm} = \frac{1}{2}\widehat{xAt} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $Om \parallel An$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Tương tự các ví dụ ở dạng 1.

Bài 2.

a) Góc so le trong với góc A_3 là góc B_1 hoặc D_1 , góc so le trong với góc C_4 là góc B_2 .

b) Góc đồng vị với góc B_1 là góc A_1 hoặc góc C_1 , góc đồng vị với góc D_2 là góc A_2 hoặc góc C_2 .

Bài 3.

a) Góc so le trong với góc EDC là góc DCB .

b) Góc đồng vị với góc BDC là góc DAC .

Bài 4. Xem hình vẽ bên rồi điền tên cặp góc cho đúng:

a) \widehat{CMN} và \widehat{CAD} là hai góc đồng vị.

b) \widehat{CMN} và \widehat{DNM} là hai góc so le trong.

c) \widehat{DAC} và \widehat{ACB} là một cặp góc so le trong.

Bài 5. A

a) Hai cặp góc so le trong bằng nhau.

b) Hai cặp góc đồng vị bằng nhau.

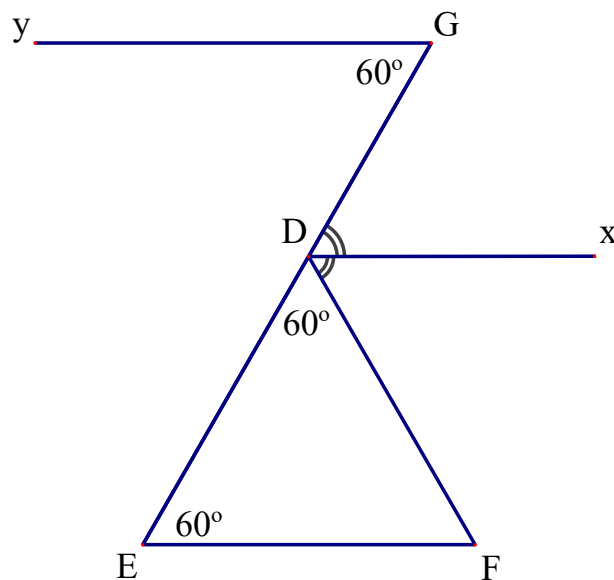
c, d) Tính toán các góc khác và sẽ có cặp góc so le trong hoặc đồng vị bằng nhau.

Bài 6. A

a) $AB \parallel CD$ vì có cặp góc đồng vị bằng nhau.

b) $MN \parallel Px$ vì có cặp góc so le trong bằng nhau; $PN \parallel Qy$ vì có cặp góc đồng vị bằng nhau.

Bài 7.



a) Ta có: $\widehat{GDF} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{GDx} = \widehat{FDx} = \frac{1}{2}\widehat{GDF} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{yGD} = \widehat{GDx}$, mà hai góc ở vị trí so le trong, suy ra $Gy \parallel Dx$.

b) Ta có: $\widehat{DEF} = \widehat{GDx} = 60^\circ$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $Dx \parallel EF$.

Bài 8. Vẽ tia đối của tia Ot và tính các góc, từ đó suy ra các cặp góc so le trong và đồng vị bằng nhau.

BÀI 10. TIÊN ĐỀ EUCLID.

TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

VD 1.1. a) $c = 42$ b) $a = 124$ c) $b = 82$ d) $e = 62$.

VD 1.2. a) $a = 76, b = 104$ b) $a = 38, b = 38$.

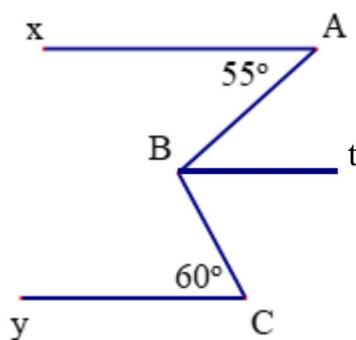
VD 1.3. $a = 145, b = 35$.

VD 1.4. $a = 96, b = 84$.

VD 2.1. Kẻ tia Bt đi qua B và song song với Ax, Cy như hình vẽ.

Ta có: $\widehat{xAB} = \widehat{ABt} = 55^\circ, \widehat{yCB} = \widehat{CBt} = 60^\circ$ (Cặp góc so le trong bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ABt} + \widehat{CBt} = 115^\circ$



VD 2.2. Tương tự, kẻ tia Nx nằm cùng phía với điểm P trên mặt phẳng bờ MN.

Từ đó suy ra $\widehat{MNP} = 35^\circ$.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. a) $g = 147$ b) $f = 135$ c) $h = 73$ d) $d = 57$

Bài 2. $a = 117, b = 117$.

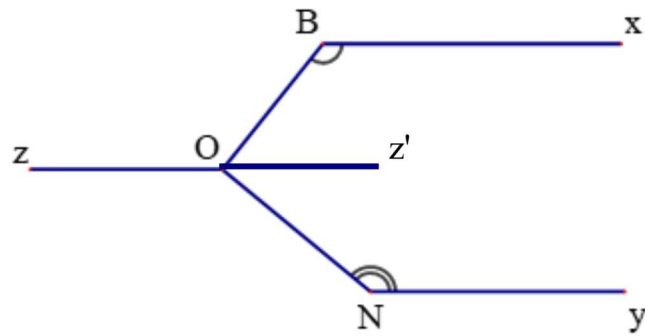
Bài 3. $a = 36, b = 36$.

Bài 4. $a = 40, b = 50, c = 90, d = 40, e = 50, f = 40, g = 50$.

Bài 5. Tính $\widehat{ABC} = 100^\circ$.

Bài 6. Tính $\widehat{MNP} = 40^\circ$.

Bài 7.



Kẻ tia Oz' là tia đối của tia Oz .

Ta có:

$$\widehat{xBO} = \widehat{BOz} = 130^\circ \text{ (Cặp góc so le trong bằng nhau)} \Rightarrow \widehat{BOz'} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ .$$

$$\widehat{ONy} = \widehat{NOz} = 140^\circ \text{ (Cặp góc so le trong bằng nhau)} \Rightarrow \widehat{NOz'} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ .$$

$$\text{Vậy } \widehat{BON} = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ .$$

Bài 8. $\alpha = 120$.

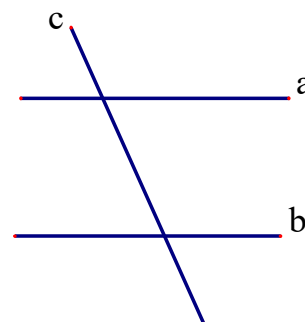
Bài 9. $x = 115$.

Bài 10. $\alpha = 100$.

BÀI 11. ĐỊNH LÝ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ

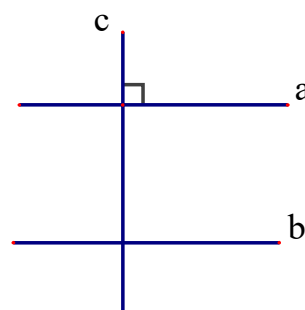
VD 1.1. "Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau".

GT	$a // b$ c cắt a và b
KL	Các góc so le trong bằng nhau



VD 1.2. "Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường còn lại".

GT	$a // b$ $c \perp a$
KL	$c \perp b$



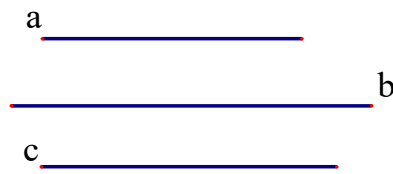
VD 1.3. "Hai góc cùng bù với một góc thứ ba thì bằng nhau".

GT	$\hat{A} + \hat{M} = 180^\circ$ $\hat{B} + \hat{M} = 180^\circ$
KL	$\hat{A} = \hat{B}$

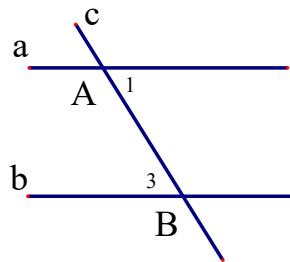
VD 1.4. "Nếu một tam giác đều và một hình vuông có cùng độ dài cạnh thì hình tam giác có thể đặt hoàn toàn bên trong hình vuông".

GT	Tam giác ABC $AB = BC = CA = a$ Hình vuông MNPQ $MN = NP = PQ = QM$
KL	Tam giác ABC nằm trong hình vuông MNPQ hoàn toàn

VD 2.1. "Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau".



VD 2.2. "Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì các cặp góc ở vị trí so le trong bằng nhau".



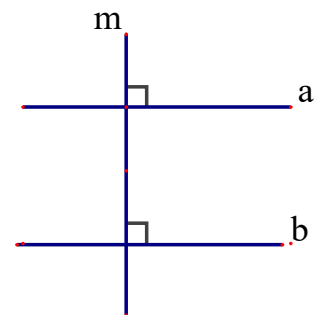
VD 3.1. Vẽ hình minh họa, ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu và chứng minh định lí sau: "Hai tia phân giác của hai góc kề bù tạo thành một góc vuông".

VD 3.2. Vẽ hình minh họa, ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu và chứng minh định lí sau: "Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng kia".

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau".

GT	$a \perp m$ $b \perp m$
KL	$a // b$

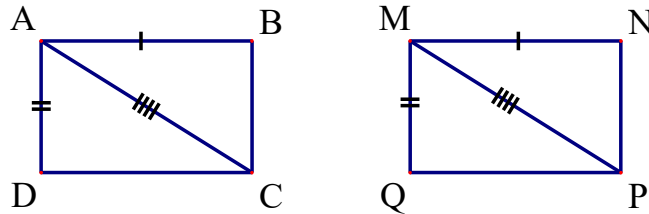


Bài 2. "Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180° ".

GT	Tam giác ABC
KL	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Bài 3. "Hai hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng bằng nhau thì đường chéo cũng bằng nhau".

GT	Hình chữ nhật ABCD ($AB > BC$) Hình chữ nhật MNPQ ($MN > NP$) $AB = MN, BC = NP$
KL	$AC = MP$



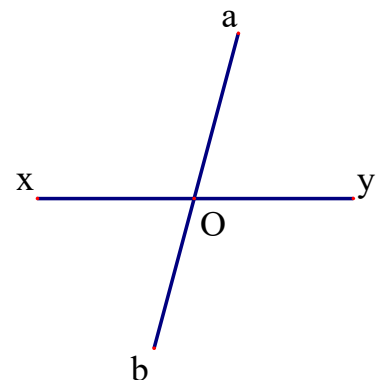
Bài 4. “Một đường thẳng vuông góc với đường thẳng thứ nhất, song song với đường thẳng thứ hai thì hai đường thẳng thứ nhất và thứ hai vuông góc với nhau”.

Bài 5. “Hai góc cùng bù với hai góc bằng nhau thì bằng nhau”.

Bài 6. Học sinh làm tương tự ví dụ 1.1.

Bài 7. “Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau”.

GT	$a \perp m, b \perp m$
KL	$a // b$



Bài 8. “Hai góc phân biệt cùng kề bù với một góc thứ ba thì hai góc đó đối đỉnh”.

GT	$\widehat{xOa} + \widehat{aOy} = 180^\circ$ $\widehat{bOy} + \widehat{aOy} = 180^\circ$
KL	\widehat{xOa} và \widehat{bOy} là hai góc đối đỉnh

ÔN TẬP CHƯƠNG 3

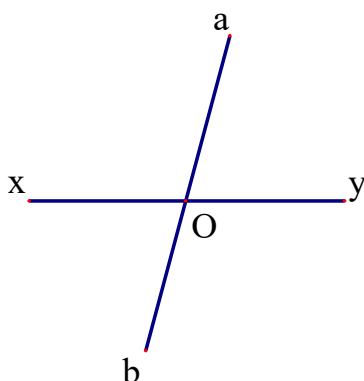
Bài 1. a) 65

b) 80

c) 15

d) 15

Bài 2.



a) Học sinh sử dụng định nghĩa để làm.

b) $\widehat{aOy} = 70^\circ, \widehat{bOy} = 110^\circ, \widehat{bOx} = 70^\circ$.

Bài 3. Học sinh sử dụng định nghĩa để làm.

Bài 4. a) $a = 76, b = 104$

b) $e = 62$

c) $a = 38, b = 38$

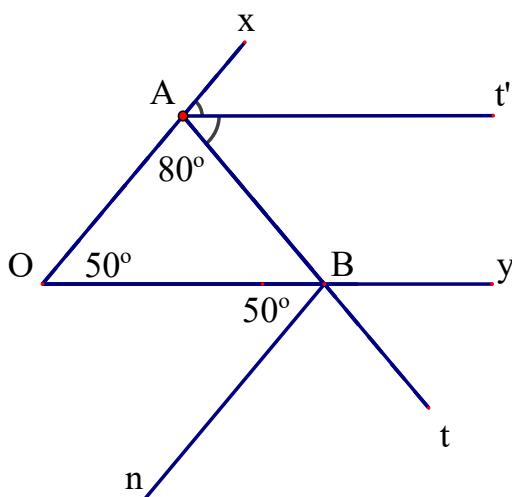
d) $a = 145, b = 35$

Bài 5.

a) Hai góc bằng nhau và ở vị trí đồng vị.

b) Ta có $\widehat{mGx} = 72^\circ$, suy ra $\widehat{mGx} = \widehat{GHa}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, dẫn tới xy và ab song song với nhau.

Bài 6.

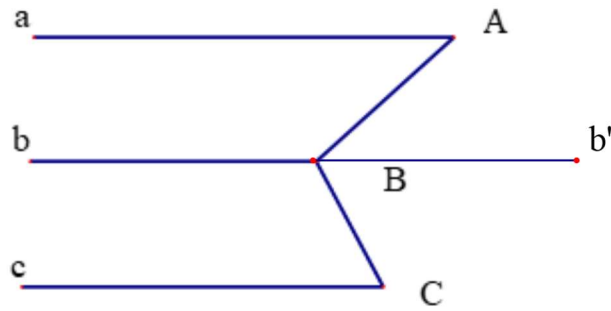


a) Ta có: $\widehat{xAB} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{xAt'} = \widehat{BA t'} = 50^\circ$

$\Rightarrow \widehat{xAt'} = \widehat{AOB} = 50^\circ$, mà hai góc ở vị trí đồng vị, suy ra $At' \parallel Oy$.

b) Ta có: $\widehat{nbO} = \widehat{AOB} = 50^\circ$, mà hai góc ở vị trí so le trong, suy ra $Bn \parallel Ox$.

Bài 7. Kẻ tia Bb' là tia đối của tia Bb .



Ta có: $\widehat{CBb} = 180^\circ - n \Rightarrow \widehat{CBb'} = 180^\circ - (180^\circ - n) = n$

$\Rightarrow \widehat{CBb'} = \widehat{BCc} = n$, mà hai góc ở vị trí so le trong, vậy $bb' \parallel Cc$.

Vì $\widehat{ABC} = m + n \Rightarrow \widehat{ABb'} = \widehat{ABC} - \widehat{CBb'} = m + n - n = m$

$\Rightarrow \widehat{ABb'} = \widehat{aAB} = m$, mà hai góc ở vị trí so le trong, vậy $Aa \parallel bb'$.

Từ đó ta có $Aa \parallel Bb \parallel Cc$.

Bài 8. Định lí: "Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau".

GT	$x \parallel y$ $z \parallel y$
KL	$x \parallel z$

Bài 9. Định lí: "Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau".

GT	$m \perp n$ $p \perp n$
KL	$m \parallel p$

Bài 10. "Tổng bốn góc trong một tứ giác bằng 360° ".

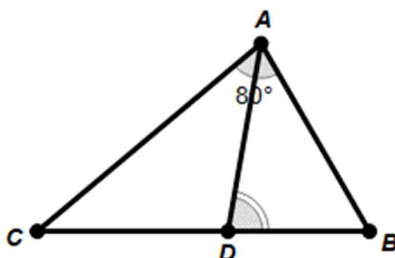
GT	Tứ giác ABCD
KL	$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$

CHƯƠNG IV.

TAM GIÁC BẰNG NHAU

BÀI 12. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

VD 1.1.



a) Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$. Theo giả thiết $\widehat{A} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 100^\circ$.

Mặt khác, ta có: $\widehat{B} - \widehat{C} = 20^\circ$ (giả thiết). Nên, ta có được: $\widehat{B} = \frac{100^\circ + 20^\circ}{2} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{C} = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$.

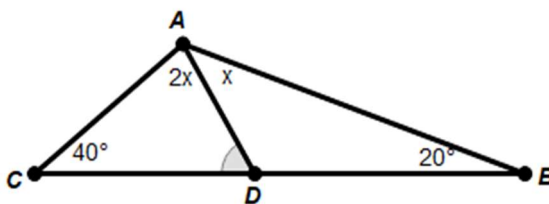
Vậy: $\widehat{B} = 60^\circ$; $\widehat{C} = 40^\circ$

b) Do AD là tia phân giác góc \widehat{BAC} nên $\widehat{BAD} = \widehat{DAC} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$.

Xét $\triangle ACD$ có \widehat{ADB} là góc ngoài đỉnh D nên $\widehat{ADB} = \widehat{DAC} + \widehat{ACD} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$.

Vậy: $\widehat{ADB} = 80^\circ$

VD 1.2.



a) Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (20^\circ + 40^\circ) = 120^\circ$.

Do $\widehat{A} > 90^\circ$ nên tam giác ABC là tam giác có một góc tù.

b) Theo giả thiết, ta có $\widehat{CAD} = 2 \cdot \widehat{BAD} \Rightarrow \frac{\widehat{BAD}}{\widehat{CAD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\widehat{BAD}}{\widehat{BAD} + \widehat{CAD}} = \frac{1}{1+2}$.

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \frac{1}{3} \widehat{BAC} = \frac{1}{3} \cdot 120^\circ = 40^\circ$.

Xét $\triangle ADB$ có \widehat{ADC} là góc ngoài đỉnh D nên $\widehat{ADC} = \widehat{BAD} + \widehat{ABD}$.

$\Rightarrow \widehat{ADC} = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$.

VD 1.3. Bài toán này chỉ có các mối quan hệ đại số giữa các góc, không tồn tại mối quan hệ hình học nào (ngoại trừ tổng ba góc). Do đó, ta có thể giải quyết bài tập này qua các phương pháp đại số cơ bản: bài toán tổng – hiệu và dãy tử số bằng nhau.

Xét $\triangle ABC$ có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

Mà $\hat{A} + \hat{B} - \hat{C} = 100^\circ$ (giả thiết) nên ta có:

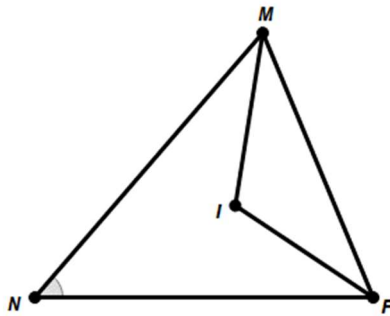
$$\hat{A} + \hat{B} = \frac{180^\circ + 100^\circ}{2} = 140^\circ; \hat{C} = 140^\circ - 100^\circ = 40^\circ.$$

Mặt khác, ta có $\hat{A} : \hat{B} = 4 : 3 \Rightarrow \frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3}$.

Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau, ta có $\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{3 + 4} = \frac{140^\circ}{7} = 20^\circ$.

$\Rightarrow \hat{A} = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ$ và $\hat{B} = 60^\circ$.

VD 2.1.



Xét $\triangle MIP$ có: $\widehat{MIP} + \widehat{IMP} + \widehat{IPM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MIP} = 180^\circ - (\widehat{IMP} + \widehat{IPM})$ (1)

Từ giả thiết, ta có: $\widehat{IMP} = \frac{1}{2} \widehat{NMP}$ (do MI là phân giác của \widehat{NMP}).

$$\widehat{IPM} = \frac{1}{2} \widehat{NPM} \text{ (do } PI \text{ là phân giác của } \widehat{NPM}\text{)}.$$

Nên, từ (1), ta có $\widehat{MIP} = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (\widehat{NMP} + \widehat{NPM})$ (2)

Mặt khác, xét $\triangle MNP$ có $\widehat{MNP} + \widehat{NMP} + \widehat{NPM} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{NMP} + \widehat{NPM} = 180^\circ - \widehat{MNP} \text{ (3)}$$

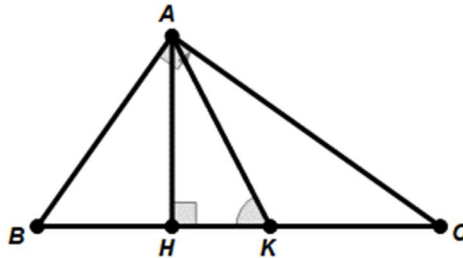
Thế (3) vào (2), ta được: $\widehat{MIP} = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \widehat{MNP})$.

$$\Leftrightarrow \widehat{MIP} = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \widehat{MNP}.$$

$$\Leftrightarrow \widehat{MIP} = 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \widehat{MNP} \text{ (đpcm).}$$

$$\text{Vậy: } \widehat{MIP} = 90^\circ + \frac{\widehat{MNP}}{2}$$

VD 2.2.



a) Xét tam giác vuông ABC ($\widehat{BAC} = 90^\circ$) có: $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ (1).

Xét tam giác vuông ABH ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) có: $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ (2).

Từ (1), (2), ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ (đpcm).

b) Ta có AK là tia phân giác của \widehat{CAH} nên $\widehat{CAK} = \widehat{KAH} = \frac{1}{2} \widehat{CAH}$.

Mà, theo chứng minh trên, ta có $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ nên suy ra

$$\widehat{ACB} + \widehat{CAK} = \widehat{BAH} + \widehat{KAH} \Leftrightarrow \widehat{ACB} + \widehat{CAK} = \widehat{BAK} \quad (3).$$

Ta có \widehat{AKB} là góc ngoài đỉnh K của ΔAKC nên

$$\widehat{AKB} = \widehat{ACK} + \widehat{CAK} \text{ hay } \widehat{AKB} = \widehat{ACB} + \widehat{CAK} \quad (4).$$

Từ (3) và (4) ta có $\widehat{AKB} = \widehat{BAK}$ (đpcm).

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

Ta có $\widehat{KAB} = \widehat{KAC} = \frac{1}{2} \widehat{BAC} = 30^\circ$ do AK là phân giác

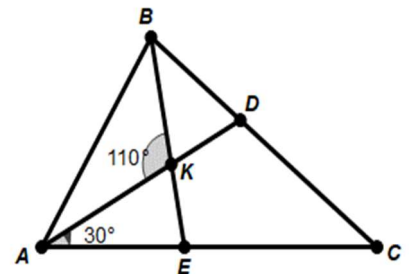
của \widehat{BAC} .

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 2 \cdot \widehat{KAC} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ.$$

Xét ΔABK có $\widehat{KAB} + \widehat{KBA} + \widehat{AKB} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow 30^\circ + \widehat{KBA} + 110^\circ = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{KBA} = 180^\circ - (30^\circ + 110^\circ) = 40^\circ.$$



Mà BK là phân giác của \widehat{ABC}

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 2.\widehat{ABK} = 2.40^\circ = 80^\circ.$$

Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow 60^\circ + 80^\circ + \widehat{C} = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ.$$

Vậy $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 40^\circ$.

Bài 2.

Xét $\triangle MNP$ có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ$.

a) Do $\widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{N} + \widehat{P} = 90^\circ$.

Mà ta có $\widehat{N} : \widehat{P} = 3 : 2 \Rightarrow \frac{\widehat{N}}{3} = \frac{\widehat{P}}{2}$.

Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau, ta có: $\frac{\widehat{N}}{3} = \frac{\widehat{P}}{2} = \frac{\widehat{N} + \widehat{P}}{2 + 3} = \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{N} = 3.18^\circ = 54^\circ; \widehat{P} = 2.18^\circ = 36^\circ.$$

b) Do $\widehat{M} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{N} + \widehat{P} = 100^\circ$ (1).

Theo giả thiết, $\widehat{N} + 2\widehat{P} = 120^\circ$ nên từ (1), suy ra $100^\circ + \widehat{P} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 120^\circ - 100^\circ = 20^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{N} = 100^\circ - \widehat{P} = 100^\circ - 20^\circ = 80^\circ.$$

c) Từ giả thiết, ta có $\frac{\widehat{M}}{2} = \frac{\widehat{N}}{1} = \frac{\widehat{P}}{6}$.

Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau, ta có: $\frac{\widehat{M}}{2} = \frac{\widehat{N}}{1} = \frac{\widehat{P}}{6} = \frac{\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P}}{2 + 1 + 6} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{M} = 2.20^\circ = 40^\circ; \widehat{N} = 1.20^\circ = 20^\circ; \widehat{P} = 6.20^\circ = 120^\circ.$$

Bài 3.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$.

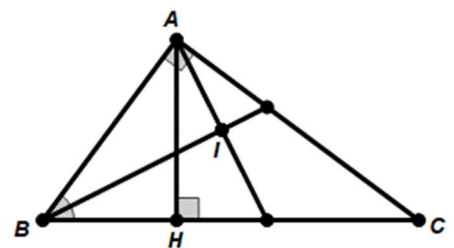
Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $\widehat{HAC} + \widehat{ACH} = 90^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{HAC} + \widehat{ACH} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{ABC} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ACB}\text{)}.$$

Từ giả thiết, ta có:

$$\widehat{ABI} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} \text{ (do } BI \text{ là phân giác của } \widehat{ABC}\text{)}.$$



$$\widehat{HAI} = \frac{1}{2}\widehat{HAC} \text{ (do } AI \text{ là phân giác của } \widehat{HAC} \text{)}.$$

$$\Rightarrow \widehat{ABI} + \widehat{HAI} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} + \frac{1}{2}\widehat{HAC} = \widehat{HAC} \text{ (do } \widehat{HAC} = \widehat{ABC} \text{)}.$$

Xét tam giác $\triangle ABI$ có:

$$\widehat{ABI} + \widehat{IAB} = \widehat{ABI} + \widehat{IAH} + \widehat{HAB} = \widehat{HAC} + \widehat{HAB} = \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{AIB} = 180^\circ - (\widehat{ABI} + \widehat{IAB}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Bài 4.

a) Xét $\triangle KBC$ có $\widehat{BKC} + \widehat{KBC} + \widehat{KCB} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{BKC} = 180^\circ - (\widehat{KBC} + \widehat{KCB}) \quad (1)$$

Từ giả thiết,

$$\text{ta có } \widehat{KBC} + \widehat{KCB} = \frac{2}{3}\widehat{CBA} + \frac{2}{3}\widehat{BCA} \quad (2)$$

Mà trong $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} \quad (3).$$

Từ (3) và (2) ta có:

$$\widehat{KBC} + \widehat{KCB} = \frac{2}{3}(\widehat{CBA} + \widehat{BCA}) = \frac{2}{3}(\widehat{B} + \widehat{C}).$$

$$\Rightarrow \widehat{KBC} + \widehat{KCB} = \frac{2}{3}(180^\circ - \widehat{A}) = 120^\circ - \frac{2}{3}\widehat{A}.$$

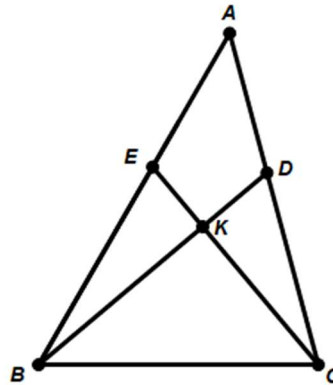
Do đó, thay vào (1), ta được: $\widehat{BKC} = 180^\circ - \left(120^\circ - \frac{2}{3}\widehat{A}\right) = 60^\circ + \frac{2}{3}\widehat{A}$ (đpcm).

b) Để $BK \perp CK$ thì $\widehat{BKC} = 90^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{BKC} = 60^\circ + \frac{2}{3}\widehat{A} = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\widehat{A} = 30^\circ \Leftrightarrow \widehat{A} = 45^\circ.$$

Do đó, nếu tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 45^\circ$ thì khi đó $BK \perp CK$.



Bài 5.

a) Từ giả thiết, ta có:

$$\widehat{IBA} = \widehat{IBC} = \frac{1}{2}\widehat{B} \quad (\text{do } BI \text{ là tia phân giác } \widehat{B})$$

$$\widehat{ICA} = \widehat{ICB} = \frac{1}{2}\widehat{C} \quad (\text{do } CI \text{ là tia phân giác } \widehat{C})$$

Xét $\triangle IBC$ có $\widehat{BIC} + \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}).$$

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - \left(\frac{1}{2}\widehat{B} + \frac{1}{2}\widehat{C} \right) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) \quad (1).$$

Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} \quad (2).$$

Thế (2) vào (1) ta có $\widehat{BIC} = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{A}) = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{A}$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{A} \quad (\text{đpcm}).$$

b) Từ chứng minh câu a, ta có $\widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{BAC} = 90^\circ + \frac{1}{2}.60^\circ = 120^\circ$.

Mà ta có $\widehat{BIE} + \widehat{BIC} = 180^\circ$ (2 góc kề bù) $\Rightarrow \widehat{BIE} = 180^\circ - \widehat{BIC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

c) Do \widehat{BAC} có số đo là trung bình cộng số đo của hai góc \widehat{ABC} và \widehat{ACB} nên

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) \quad \text{hay } \widehat{B} + \widehat{C} = 2.\widehat{A}.$$

$$\text{Mà } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow 3.\widehat{A} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ.$$

$$\text{Do đó, ta có } \widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{BAC} = 90^\circ + \frac{1}{2}.60^\circ = 120^\circ.$$

Bài 6.

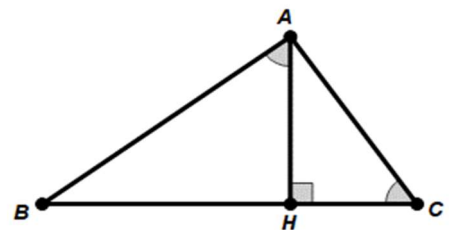
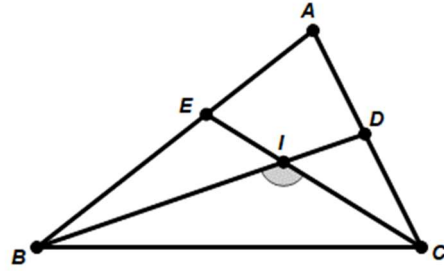
a) Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có:

$$\widehat{HAC} + \widehat{HCA} = 90^\circ \quad (1)$$

Theo giả thiết, ta có: $\widehat{HAB} = \widehat{ACB}$ hay $\widehat{HAB} = \widehat{HCA}$ nên theo

$$\text{ta có: } \widehat{HAC} + \widehat{HAB} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow AB \perp AC.$$

Vậy, tam giác ABC vuông tại A .



b) Do số đo góc \widehat{ABC} bằng trung bình cộng của hai góc \widehat{BAC} , \widehat{ACB} nên ta có:

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2} = \frac{90^\circ + \widehat{C}}{2}.$$

Mà, tam giác vuông ABC có $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} = \frac{90^\circ + \widehat{C}}{2} = 90^\circ - \widehat{C} \Rightarrow 90^\circ + \widehat{C} = 180^\circ - 2\widehat{C}$.

$\Rightarrow 3\widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 30^\circ$. Khi đó, ta có: $\widehat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

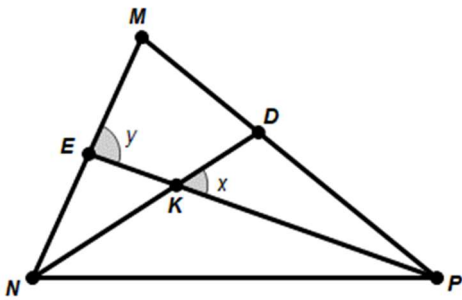
Bài 7.

a) Sử dụng kết quả của ví dụ 1, dạng 2, ta chứng minh được

$$\widehat{PKN} = 90^\circ + \frac{\widehat{NMP}}{2}.$$

Do \widehat{PKN} và \widehat{PKD} là hai góc kề bù nên $\widehat{PKD} + \widehat{PKN} = 180^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{PKD} = 180^\circ - \widehat{PKN} = 180^\circ - \left(90^\circ + \frac{\widehat{NMP}}{2}\right).$$



$$\Rightarrow \widehat{PKD} = 90^\circ - \frac{\widehat{NMP}}{2} \text{ (đpcm).}$$

b) Ta có $\widehat{MEP} = y$ là góc ngoài đỉnh E của NEP nên

$$\widehat{MEP} = \widehat{ENP} + \widehat{EPN} \Leftrightarrow y = \widehat{N} + \frac{1}{2}\widehat{P} = \frac{2\widehat{N} + \widehat{P}}{2} \quad (1).$$

1. Với $x = 50^\circ$, ta có $50^\circ = 90^\circ - \frac{\widehat{M}}{2} \Rightarrow \widehat{M} = 80^\circ \Rightarrow \Delta MNP$ có $\widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} = 100^\circ$.

Với $y = 80^\circ$, từ (1) suy ra $\Leftrightarrow 80^\circ = \frac{\widehat{N} + 100^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{N} = 60^\circ$, ta có $\widehat{P} = 100^\circ - \widehat{N} = 40^\circ$.

2. Với $x = 70^\circ$, ta có $70^\circ = 90^\circ - \frac{\widehat{M}}{2} \Rightarrow \widehat{M} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} = 140^\circ$.

Vì $y = 90^\circ$, từ (1) suy ra $\Leftrightarrow 90^\circ = \frac{\widehat{N} + 140^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{N} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 140^\circ - \widehat{N} = 100^\circ$.

c) Để ΔMNP vuông tại M thì $\widehat{NMP} = 90^\circ$.

Khi đó, ta có: $\widehat{PKD} = 90^\circ - \frac{\widehat{NMP}}{2} = 90^\circ - \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$.

Do đó, khi $x = 45^\circ$ thì tam giác MNP vuông tại M .

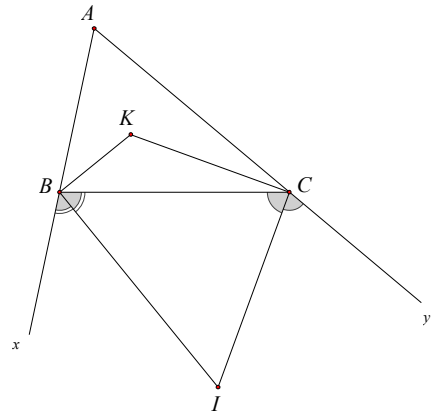
Bài 8.

a) Giả sử phân giác trong của góc \hat{B} và \hat{C} cắt nhau tại K

Suy ra $BK \perp BI, CK \perp CI$ (tính chất phân giác trong – phân giác ngoài của một góc)

Nên $\widehat{IBC} = 90^\circ - \widehat{CBK} = 90^\circ - \frac{1}{2} \widehat{ABC}$ và

$\widehat{IBC} = 90^\circ - \widehat{KCB} = 90^\circ - \frac{1}{2} \widehat{ACB}$



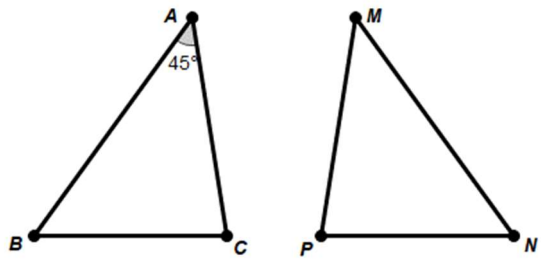
b) Xét $\triangle BIC$ có:

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{CBI} + \widehat{BCI}) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \widehat{ABC} + 90^\circ - \frac{1}{2} \widehat{ACB} \right) = \frac{1}{2} (\widehat{ABC} + \widehat{ACB})$$

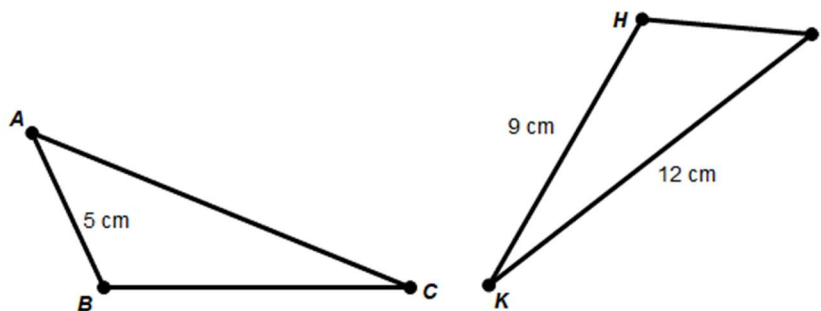
c) Ta có: $\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = \frac{1}{2} (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 60^\circ$

BÀI 13. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

VD 1.1.

<p>a) Do $\triangle ABC = \triangle MNP$ nên ta có được:</p> <p>+ $AB = MN$; $BC = NP$; $CA = PM$.</p> <p>+ $\hat{M} = \hat{A} = 45^\circ$; $\hat{N} = \hat{B}$; $\hat{P} = \hat{C}$.</p> <p>b) Xét $\triangle ABC$ có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ thì $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 135^\circ$.</p> <p>Từ giả thiết, ta có: $\frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3}$.</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2 + 3} = \frac{135^\circ}{5} = 27^\circ.$ <p>$\Rightarrow \hat{B} = 2.27^\circ = 54^\circ$; $\hat{C} = 3.27^\circ = 81^\circ$.</p> <p>Do đó $\hat{N} = \hat{B} = 54^\circ$; $\hat{P} = \hat{C} = 81^\circ$.</p>	
--	--

VD 1.2.



Do $\triangle ABC = \triangle IHK$ nên ta có: $BC = HK = 9\text{ cm}$, $CA = IK = 12\text{ cm}$.

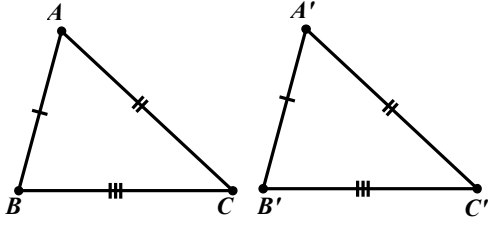
Vậy, chu vi của tam giác ABC bằng $C_{\triangle ABC} = AB + BC + CA = 5 + 9 + 12 = 26\text{ cm}$.

Nhận xét:

+ Do hai tam giác bằng nhau nên sẽ có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau. Ta chỉ ra được chu vi của các tam giác cũng bằng nhau.

+ Bằng việc tận dụng các đặc điểm bằng nhau tương ứng của hai tam giác, ta có thể chỉ ra được nhiều thông số (chu vi, diện tích, đường phân giác, trung tuyến, đường cao, ...) bằng nhau giữa hai tam giác này.

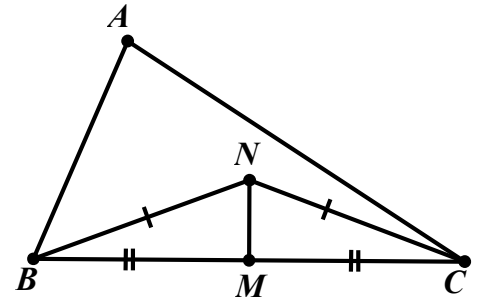
VD 2.1.

<p>Xét hai tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$, ta có:</p> <p>$AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $BC = B'C'$.</p> <p>$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C'$.</p>	
--	--

VD 2.2.

Xét hai tam giác $\triangle NMB$ và $\triangle NMC$, ta có:

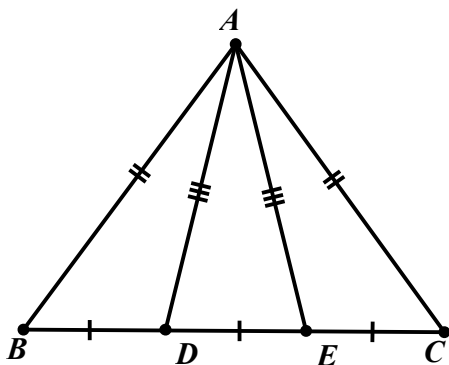
NM là cạnh chung,
 $NB = NC$ (gt), $MB = MC$ (gt).
 $\Rightarrow \triangle NMB = \triangle NMC$ (c - c - c).



VD 3.1.

Xét hai tam giác $\triangle ABE$ và $\triangle ACD$, ta có:

$AB = AC$, $AE = AD$, $BE = CD$ (Vì cùng bằng

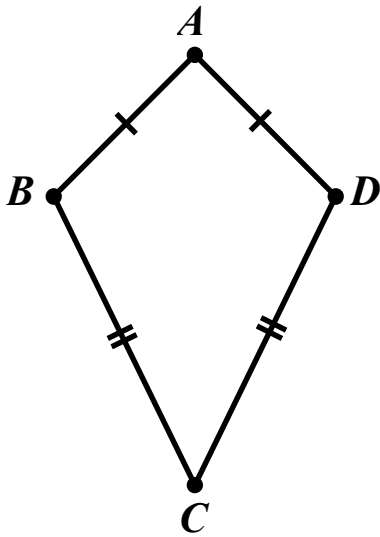


$\frac{2}{3}BC$).

$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ACD$ (c - c - c).

$\Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{DAC}$ (hai góc tương ứng).

VD 3.2



Xét hai tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle ADC$, ta có: $AB = AD(gt)$, $BC = DC(gt)$, AC là cạnh chung.

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC(c - c - c)$. $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (hai góc tương ứng).

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

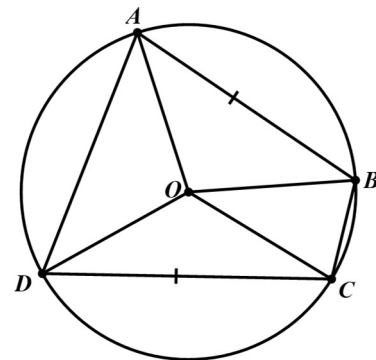
a) Xét hai tam giác $\triangle AOB$ và $\triangle COD$, ta có:

$AB = CD(gt)$, $OA = OC = R$, $OB = OD = R$.

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD(c - c - c)$.

b) Theo câu a) ta có $\triangle AOB = \triangle COD$

$\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{COD}$ (2 góc tương ứng).



Bài 2.

a) Xét hai tam giác $\triangle AMB$ và $\triangle ANC$, ta có:

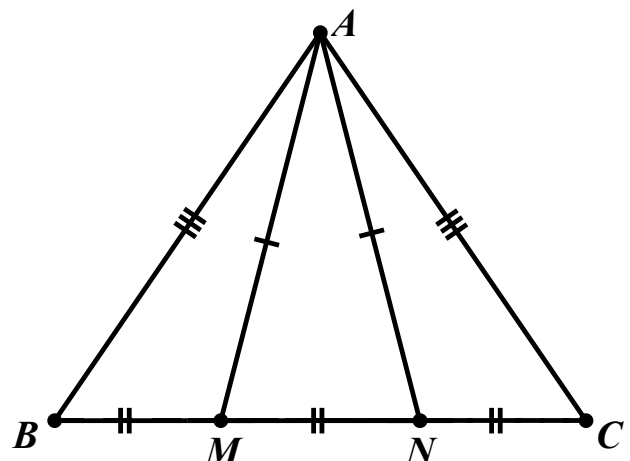
$AM = AN(gt)$, $MB = NC(gt)$, $AB = AC(gt)$.

$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle ANC(c - c - c)$.

b) Theo câu a) ta có $\triangle AMB = \triangle ANC$

$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (2 góc tương ứng).

$\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{ACM}$.



Bài 3.

a) Xét hai tam giác $\triangle AOD$ và $\triangle COB$, ta có:

$$AD = BC(gt), AO = OC(gt), OD = OB(gt).$$

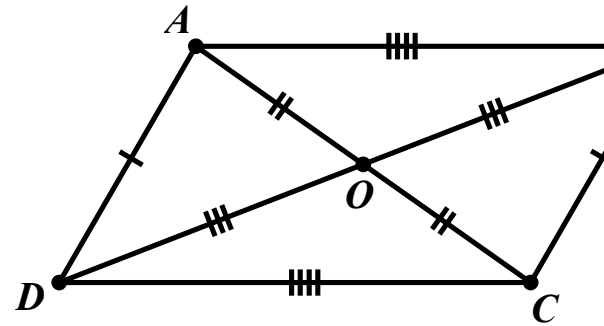
$$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB(c - c - c).$$

b) Theo câu a) ta có $\triangle AOD = \triangle COB$

$$\Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{CBO} \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong

$$\Rightarrow AD // BC.$$



Bài 4

a) Xét hai tam giác $\triangle ABE$ và $\triangle ACD$, ta có:

$$AD = AE(gt), AB = AC(gt), BD = EC(gt).$$

$$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ACD(c - c - c).$$

$$\widehat{EBA} = \widehat{DCA} \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

b) Xét hai tam giác $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$, ta có:

$$AB = AC(gt), BM = CM(gt), AM \text{ là cạnh chung}.$$

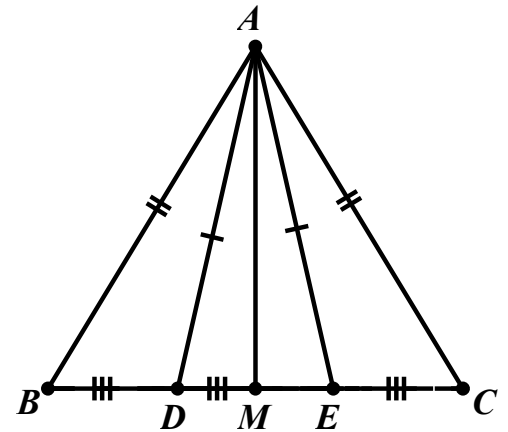
$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACM(c - c - c).$$

$$\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAM} \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

Theo câu a) ta có $\triangle ABE = \triangle ACD \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{CAD}$
(hai góc tương ứng).

$$\Rightarrow \widehat{DAM} = \widehat{EAM}.$$

$$\Rightarrow AM \text{ là tia phân giác của } \widehat{DAE}.$$



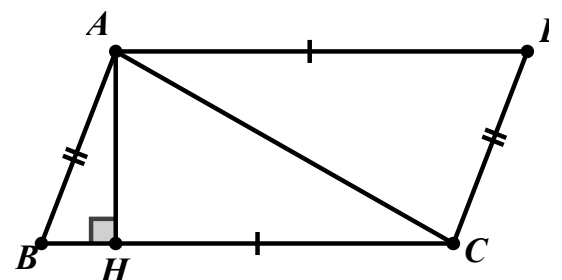
Bài 5.

a) Xét hai tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$, ta có:

$$AB = CD(gt), BC = AD(gt), AC \text{ là cạnh chung}.$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA(c - c - c).$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{DCA} \text{ (hai góc tương ứng)}.$$



Mà hai góc này ở vị trí so le trong, nên suy ra $AB // CD$.

b) Theo chứng minh trên ta có $\triangle ABC = \triangle CDA$, nên ta suy ra: $\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ (hai góc tương ứng).

Mà hai góc này ở vị trí so le trong, nên suy ra $AD // BC$.

Mặt khác ta lại có $AH \perp BC$ (gt).

$\Rightarrow AH \perp AD$.

Bài 6.

Xét hai tam giác $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$, ta có:

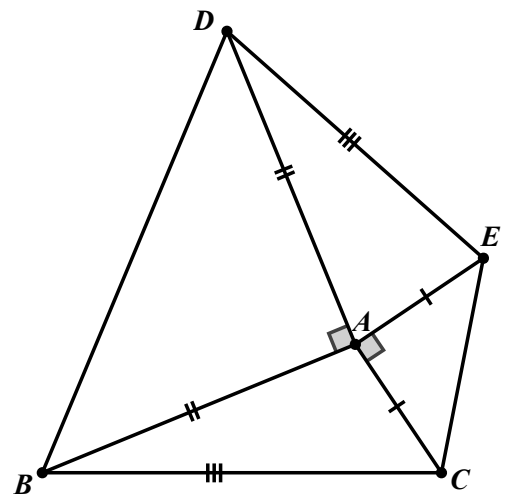
$AD = AB$ (gt), $AE = AC$ (gt), $DE = BC$ (gt).

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle ABC$ (c - c - c).

$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ (hai góc tương ứng).

Mặt khác ta lại có $\widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$ (vì $\widehat{BAD} = \widehat{CAE} = 90^\circ$ (gt)).

$\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$.



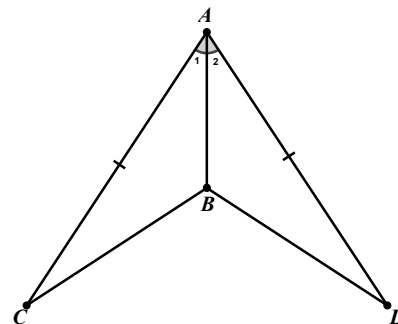
BÀI 14. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

VD 1.1.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$, ta có:

$$AC = AD(gt), \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2(gt), AB \text{ là cạnh chung.}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD(c - g - c).$$



VD 1.2.

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle BMD$, ta có:

$$AC = BD(gt), \widehat{CAM} = \widehat{DBM} = 90^\circ(gt),$$

$$AM = BM \text{ (M là trung điểm của AB).}$$

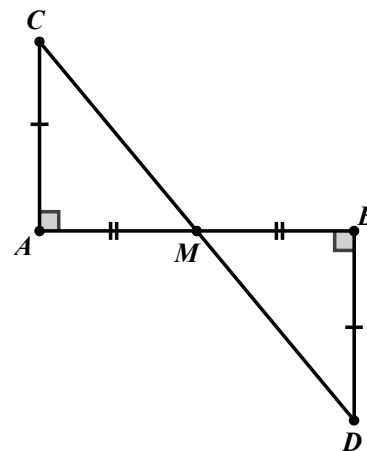
$$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle BMD(c - g - c).$$

$$\Rightarrow \widehat{BMD} = \widehat{AMC} \text{ (hai góc tương ứng).}$$

$$\text{Ta lại có: } \widehat{AMC} + \widehat{CMB} = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{CMB} + \widehat{BMD} = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow C, M, D \text{ thẳng hàng.}$$



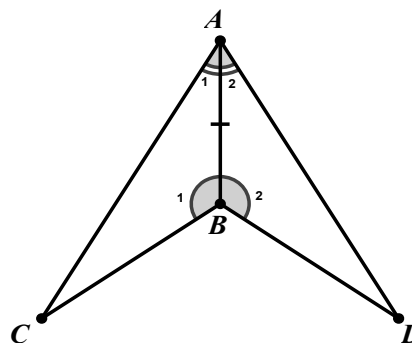
VD 2.1.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$, ta có:

$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2(gt),$$

$$AB \text{ là cạnh chung, } \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2(gt).$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD(g - c - g).$$



VD 2.2.

Ta có: $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 180^\circ$.

$\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 180^\circ$.

Mà $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$.

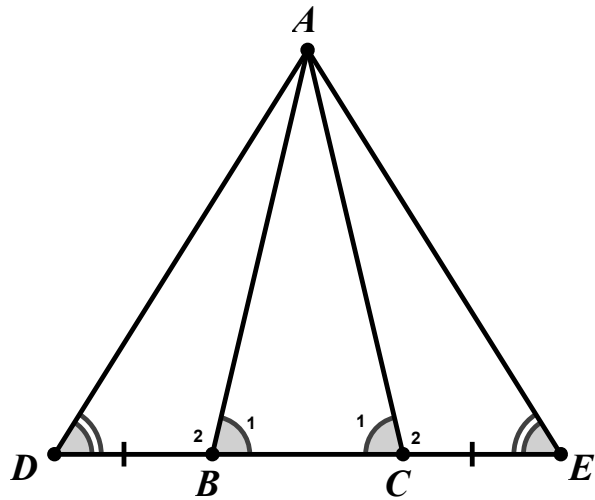
Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$, ta có:

$\widehat{D} = \widehat{E}$ (gt),

$BD = CE$ (gt),

$\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$ (cmt).

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACE$ (g - c - g).



VD 3.1.

a) Xét $\triangle AIE$ và $\triangle CIB$, ta có:

$AI = CI$ (gt), $\widehat{AIE} = \widehat{CIB}$ (hai góc đối đỉnh), $IE = IB$ (gt).

$\Rightarrow \triangle AIE = \triangle CIB$ (c - g - c).

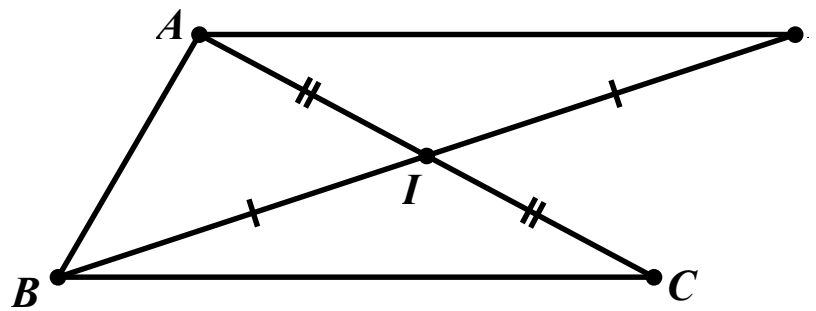
$\Rightarrow AE = BC$ (hai cạnh tương ứng).

b) Theo câu a) ta có $\triangle AIE = \triangle CIB$.

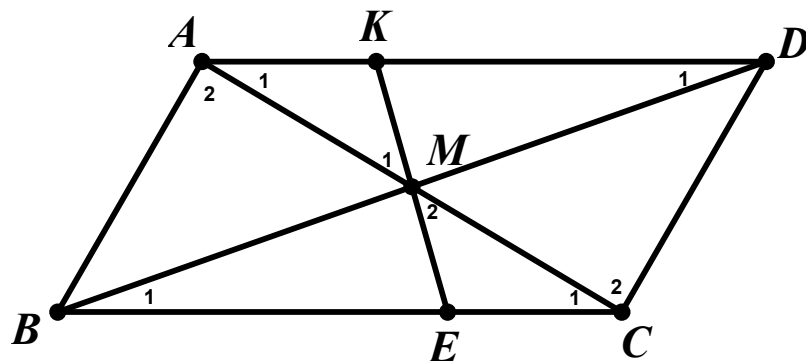
$\Rightarrow \widehat{EAI} = \widehat{BCI}$ (hai góc tương ứng)

Hay $\widehat{BCA} = \widehat{CAE}$.

Mà hai góc này ở vị trí so le trong, nên suy ra $AE \parallel BC$.



VD 3.2.



a) Xét $\triangle ACD$ và $\triangle CAB$, ta có:

$$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (hai góc so le trong, } AD // BC).$$

AC là cạnh chung.

$$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2 \text{ (hai góc so le trong, } AB // CD).$$

$$\Rightarrow \triangle ACD = \triangle CAB (g - c - g).$$

$$\Rightarrow AD = BC \text{ (hai cạnh tương ứng)}.$$

Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MCB$, ta có:

$$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (chứng minh trên)}.$$

$$AD = BC \text{ (chứng minh trên)}.$$

$$\widehat{D}_1 = \widehat{B}_1 \text{ (hai góc so le trong, } AD // BC).$$

$$\Rightarrow \triangle MAD = \triangle MCB (g - c - g).$$

$$\Rightarrow MA = MC \text{ (hai cạnh tương ứng)}.$$

b) Xét $\triangle MAK$ và $\triangle MCE$, ta có:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \text{ (hai góc đối đỉnh)}.$$

$$MA = MC \text{ (chứng minh trên)}.$$

$$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (chứng minh trên)}.$$

$$\Rightarrow \triangle MAK = \triangle MCE (g - c - g).$$

$$\Rightarrow MK = ME \text{ (hai cạnh tương ứng)}.$$

VD 4.1.

a) Xét $\triangle ADC$ và $\triangle AEB$, ta có:

$$AD = AE (gt),$$

\widehat{A} là góc chung,

$$AB = AC (gt).$$

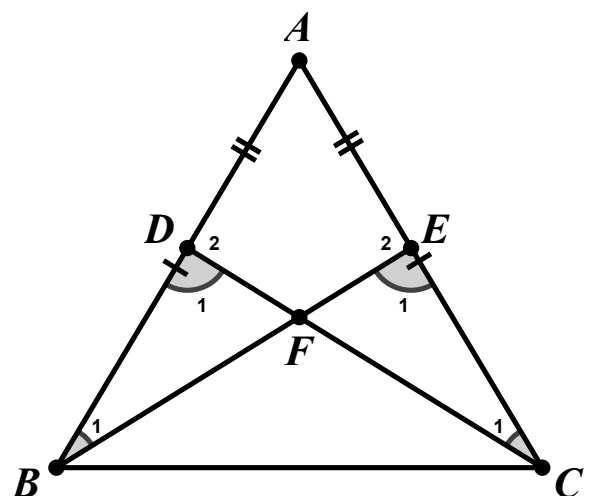
$$\Rightarrow \triangle ADC = \triangle AEB (c - g - c).$$

$$\Rightarrow DC = EB \text{ (hai cạnh tương ứng)}.$$

b) Theo câu a) ta có $\triangle ADC = \triangle AEB$.

$$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (hai góc tương ứng)}.$$



Xét $\triangle DFB$ và $\triangle EFC$, ta có: $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (Chứng minh trên),

Để thấy $BD = CE$, $\widehat{D}_1 = \widehat{E}_1$ (chứng minh trên).

$\Rightarrow \triangle DFB = \triangle EFC$ (g - c - g).

$\Rightarrow DF = FE$ (hai góc tương ứng).

VD 4.2.

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$, ta có:

$AE = AC$ (gt), $\widehat{EAD} = \widehat{CAB}$ (hai góc đối đỉnh), $AD = AB$ (gt).

$\Rightarrow \triangle AED = \triangle ACB$ (c - g - c).

$\Rightarrow \widehat{E} = \widehat{C}$ (hai góc tương ứng).

Xét $\triangle AME$ và $\triangle ANC$, ta có:

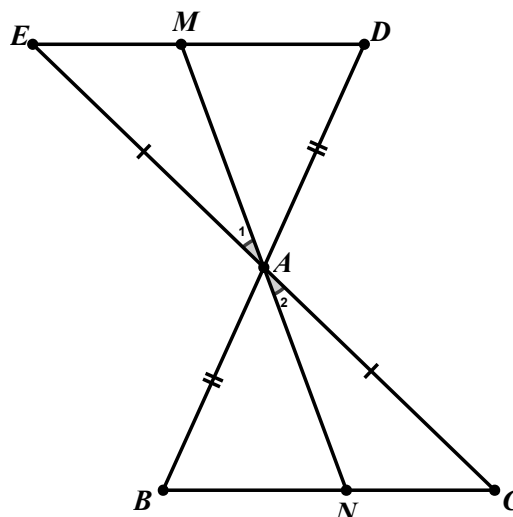
$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (hai góc đối đỉnh).

$AE = AC$ (gt).

$\widehat{E} = \widehat{C}$ (chứng minh trên).

$\Rightarrow \triangle AME = \triangle ANC$ (g - c - g).

$\Rightarrow AM = AN$ (hai cạnh tương ứng).



IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

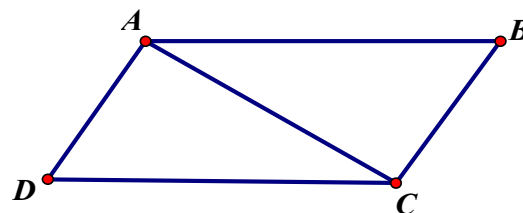
Bài 1. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có

$\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (cặp góc so le trong $AB // CD$)

AC là cạnh chung

$\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ (cặp góc so le trong $AD // BC$)

Khi đó: $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c.g.c)



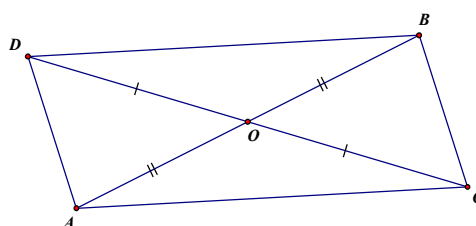
Bài 2.

a) Xét hai $\triangle OAD$ và $\triangle OBC$ có

$OA = OB$ (gt)

$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ (dd)

$OD = OC$ (gt)



Khi đó: $\triangle OAD = \triangle OBC$ (c.g.c)

b) Xét hai $\triangle OBD$ và $\triangle OAC$ có:

$$OB = OA \text{ (gt)}$$

$$\widehat{BOD} = \widehat{AOC} \text{ (dd)}$$

$$OD = OC \text{ (gt)}$$

Khi đó: $\triangle OBD = \triangle OAC$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{BDO} = \widehat{ACO}$ (cặp góc tương ứng)

Mà \widehat{BDO} và \widehat{ACO} ở vị trí so le trong

$$\Rightarrow AC \parallel BD$$

Bài 3.

a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ACE$ có

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{BAE} = \widehat{CAE} \text{ (AE là tia phân giác của } \widehat{BAC} \text{)}$$

AE là cạnh chung

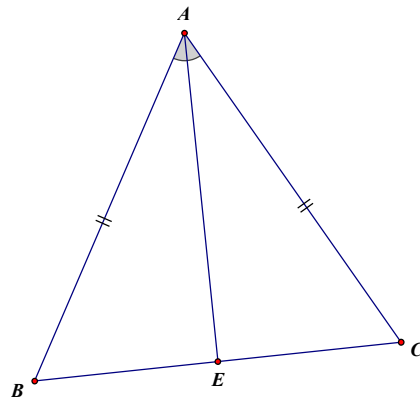
Khi đó: $\triangle ABE = \triangle ACE$ (c.g.c)

b) Vì $\triangle ABE = \triangle ACE$ nên $BE = CE$ (1)

và $\widehat{AEB} = \widehat{AEC}$ mà $\widehat{AEB} + \widehat{AEC} = 180^\circ$ suy ra

$$\widehat{AEB} = \widehat{AEC} = 90^\circ \text{ hay } AE \perp BC \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra AE là đường trung trực của BC



Bài 4.

a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AED$ có

$$AB = AE \text{ (gt)}$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{EAD} \text{ (AD là tia phân giác của } \widehat{BAC} \text{)}$$

AD là cạnh chung

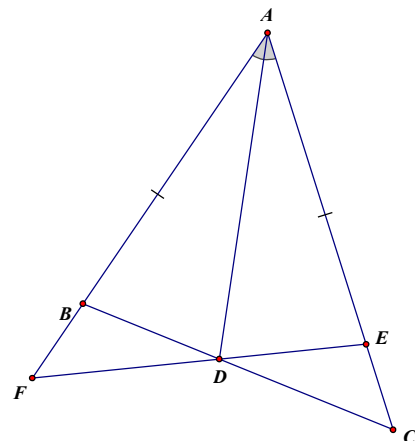
Khi đó: $\triangle ABD = \triangle AED$ (c.g.c)

Suy ra: $BD = ED$ (cặp cạnh tương ứng)

Và $\widehat{ABD} = \widehat{AEC}$ (cặp góc tương ứng)

Mặt khác: $\widehat{ABD} + \widehat{DBF} = 180^\circ$ (cặp góc kề bù)

Và $\widehat{AED} + \widehat{DEC} = 180^\circ$ (cặp góc kề bù)



Lúc đó ta có: $\widehat{DEC} = \widehat{DBF}$

$$\left. \begin{array}{l} AF = AB + BF \\ AC = AE + CE \\ AB = AE \\ AF = AC \end{array} \right\} \Rightarrow BF = CE$$

+ Xét $\triangle BDF$ và $\triangle EDC$ có

$$BD = ED$$

$$\widehat{DEC} = \widehat{DBF}$$

$$BF = CE$$

Suy ra: $\triangle BDF = \triangle EDC$ (c.g.c)

$$b) \widehat{BDA} + \widehat{ADE} + \widehat{EDC} = 180^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{EDC} = \widehat{FDB} (\triangle BDF = \triangle EDC)$$

$$\Rightarrow \widehat{BDA} + \widehat{ADE} + \widehat{FDB} = 180^\circ$$

Vậy F, D, E thẳng hàng.

Bài 5.

a) Ta có: $AD = 2AM \Rightarrow AM = DM$

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle DCM$ có:

$$AM = DM$$

$$\widehat{AMB} = \widehat{DMC} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$BM = CM \text{ (AM là trung tuyến)}$$

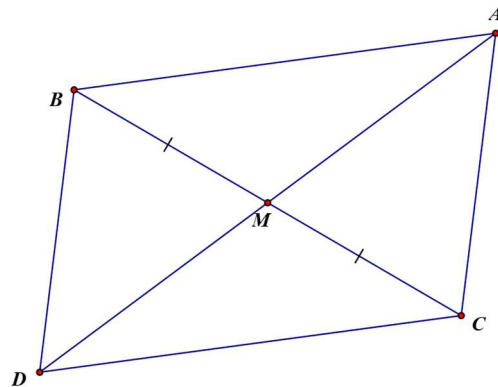
Khi đó $\triangle ABM = \triangle DCM$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{CDM}$ (cặp góc tương ứng)

Mà \widehat{BAM} và \widehat{CDM} ở vị trí so le trong

Vậy $AB \parallel CD$

b) Chứng minh tương tự câu a



Bài 6.

a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có:

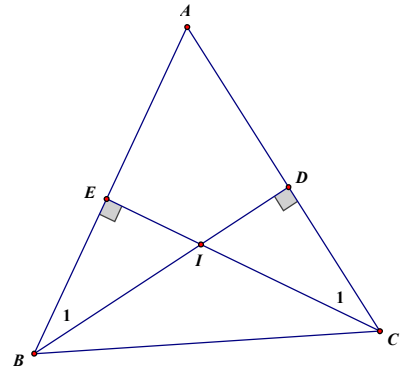
$$AB = AC \text{ (gt)}$$

\widehat{A} là góc chung

$$\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$$

Khi đó: $\triangle ABD = \triangle ACE$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ (cặp góc tương ứng) và $AE = AD$ (cặp cạnh tương ứng)



b) Ta có: $AB = AE + BE, AC = AD + DC$

$$\text{Mà } AE = AD, AB = AC$$

$$\text{Từ đó } BE = DC$$

Xét $\triangle BEI$ và $\triangle CDI$ có:

$$\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (cmt)}$$

$$BE = DC \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\triangle BEI = \triangle CDI$ (cạnh huyền - góc nhọn)

Bài 7.

a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có:

$$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (cặp góc so le trong, } AD // BC)$$

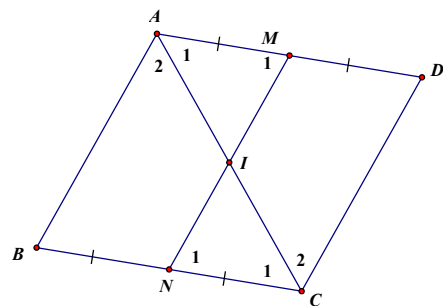
AC là cạnh chung

$$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2 \text{ (cặp góc so le trong, } AB // CD)$$

Do đó: $\triangle ABC = \triangle CDA$ (g.c.g)

Suy ra $AB = CD, BC = AD$ (cặp cạnh tương ứng)

b) Gọi $I = AC \cap MN$



Xét $\triangle AIM$ và $\triangle CIN$ có:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{N}_1 \text{ (cặp góc so le trong, } AD // BC)$$

$$AM = CN \text{ (} AM = \frac{AD}{2}, CN = \frac{BC}{2}, BC = AD)$$

$$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (cặp góc so le trong, } AD // BC)$$

Khi đó $\triangle AIM = \triangle CIN$ (g.c.g)

Suy ra: $IA = IC, IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng)

Vậy MN và AC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Bài 8.

a) Xét $\triangle OAH$ và $\triangle OBK$ có:

\widehat{O} là góc chung

$OA = OB$ (gt)

$\widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ$

Do đó: $\triangle OAH = \triangle OBK$ (cạnh huyền - góc nhọn)

Suy ra $OH = OK$ (cặp cạnh tương ứng)

b) Xét $\triangle OHM$ và $\triangle OKM$ có:

$OH = OK$ (cmt)

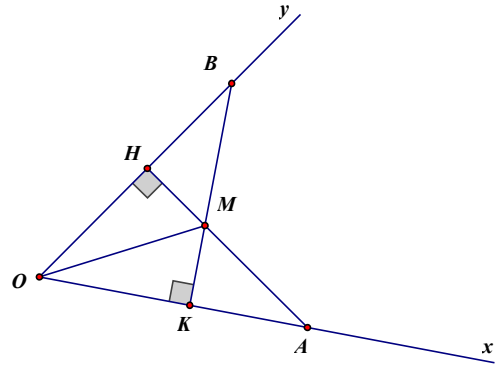
OM là cạnh chung

$\widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle OHM = \triangle OKM$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \widehat{HOM} = \widehat{KOM}$ (cặp góc tương ứng)

$\Rightarrow OM$ là tia phân giác của \widehat{HOK} hay \widehat{xOy}



Bài 9.

a) Xét $\triangle OAM$ và $\triangle OBM$ có:

$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ (Ot là tia phân giác)

OM là cạnh chung

$\widehat{OMA} = \widehat{OMB} = 90^\circ$

Do đó: $\triangle OAM = \triangle OBM$ (g.c.g)

$\Rightarrow OA = OB$ (hai cạnh tương ứng)

b) Xét $\triangle OAC$ và $\triangle OBC$ có:

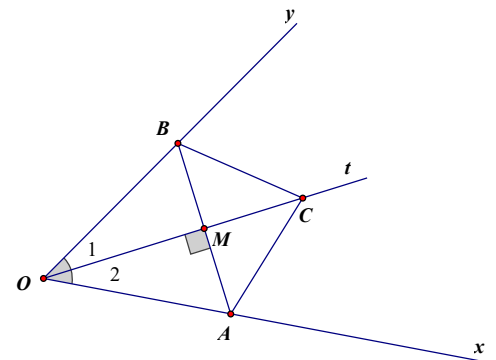
$OA = OB$ (cmt)

$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ (Ot là tia phân giác)

OC là cạnh chung

$\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBC$ (c.g.c)

$\Rightarrow CA = CB$ (hai cạnh tương ứng) | $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$ (hai góc tương ứng)



Bài 10.

Xét $\triangle BEM$ và $\triangle CFM$ có:

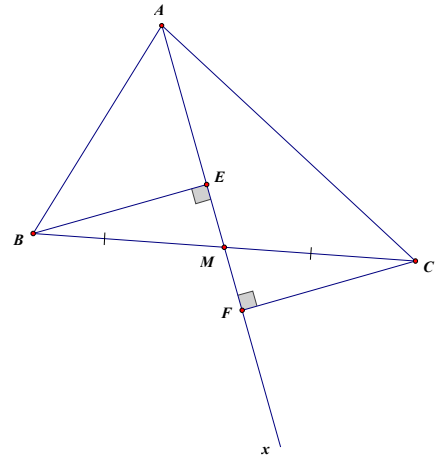
$$\widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ$$

$BM = CM$ (M là trung điểm của BC)

$$\widehat{BME} = \widehat{CMF} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$\Rightarrow \triangle BEM = \triangle CFM$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow BE = CF$ (hai cạnh tương ứng)



Bài 11.

Ta có: $\widehat{B} = 2\widehat{C} \Rightarrow \widehat{C} = \frac{\widehat{B}}{2}$ hay $\widehat{ACB} = \frac{\widehat{B}}{2}$

Mà $\widehat{ABD} = \widehat{CBD} = \frac{\widehat{B}}{2}$ (BD là tia phân giác)

Khi đó: $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$

Xét $\triangle AEB$ và $\triangle KAC$ có:

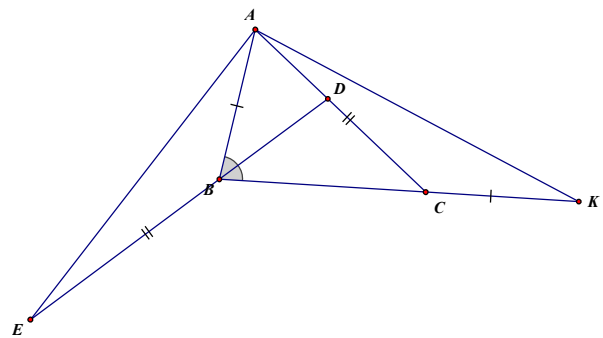
$$AB = CK \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$$

$$BE = AC \text{ (gt)}$$

Suy ra: $\triangle AEB = \triangle KAC$ (c.g.c)

$\Rightarrow AK = AE$ (cặp cạnh tương ứng)



Bài 12.

a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADC$ có:

$$AB = AD \text{ (gt)}$$

$$\widehat{BAE} = \widehat{CAD}$$

$$(\widehat{BAD} = \widehat{CAE} = 90^\circ, \widehat{BAD} + \widehat{DAE} = \widehat{CAE} + \widehat{DAE})$$

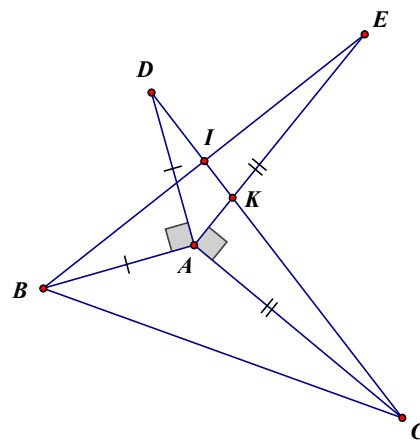
$$AE = AC \text{ (gt)}$$

Khi đó $\triangle ABE = \triangle ADC$ (c.g.c)

$\Rightarrow CD = BE$ (cặp cạnh tương ứng)

b) Gọi $I = BE \cap CD; K = AE \cap CD$

Ta có: $\widehat{ACK} + \widehat{AKC} = 90^\circ$



Mà $\widehat{AKC} = \widehat{IKE}$ (cặp góc đối đỉnh) và

$$\widehat{IEK} = \widehat{ACK} (\Delta ABE = \Delta ACD)$$

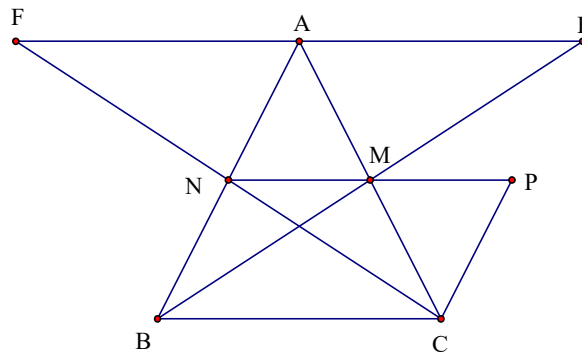
Lúc đó: $\widehat{IEK} + \widehat{IKE} = 90^\circ$

Tam giác ΔIKE có $\widehat{IEK} + \widehat{IKE} = 90^\circ$ suy ra

$$\widehat{KIE} = 90^\circ$$

Vậy $BE \perp CD$

Bài 13.



a) Vì M là trung điểm của AC (gt) $\Rightarrow AM = MC = \frac{1}{2}AC$

Vì N là trung điểm của AB (gt) $\Rightarrow AN = BN = \frac{1}{2}AB$

$$\Rightarrow AM = AN = BN = CM$$

Mà $AB = AC$ (gt)

Xét ΔABM và ΔACN , có:

$$AM = AN \text{ (cmt)}$$

\widehat{BAC} chung

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \Delta ABM = \Delta ACN \text{ (c.g.c)} \Rightarrow BM = CN \text{ (2 cạnh tương ứng bằng nhau)}$$

Xét $\Delta BMC = \Delta CNB$, có:

$$BM = CN \text{ (cmt)}$$

$$BN = CM \text{ (cmt)}$$

BC chung

$$\text{Suy ra } \Delta BMC = \Delta CNB \text{ (c-c-c)}$$

b) Vì N là trung điểm của CF (gt) $\Rightarrow FN = CN$

Vì M là trung điểm của BE (gt) $\Rightarrow BM = ME$

Xét ΔFAN và ΔCBN có:

$$NF = NC \text{ (cmt)}$$



$$\widehat{FNA} = \widehat{CNB} \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow \Delta FAN = \Delta CBN \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \begin{cases} FA = CB \\ \widehat{FAN} = \widehat{CBN} \end{cases}$$

$$NB = NA \text{ (cmt)}$$

Mà \widehat{FAN} & \widehat{CBN} nằm ở vị trí so le trong $\Rightarrow FA // BC$ mà $FA = BC$ (1)

Chứng minh tương tự có $\Delta EAM = \Delta BCM \Rightarrow \begin{cases} EA = CB \\ \widehat{EAM} = \widehat{CBM} \end{cases}$. Mà \widehat{EAM} và \widehat{CBM} nằm ở vị trí so le $\Rightarrow AE = BC$ và $AE // BC$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra A là trung điểm của EF

c) Theo b) có $EF // BC$ (3)

Lấy điểm P sao cho M là trung điểm của NP .

Ta chứng minh $\Delta AMN = \Delta CMP$ (c.g.c)

Suy ra: $\widehat{ANM} = \widehat{CPM} \Rightarrow AB // CP \Rightarrow \widehat{BNC} = \widehat{PCN}$ (slt).

Chứng minh $\Delta BNC = \Delta PCN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{NBC} = \widehat{PCN} \Rightarrow \widehat{NBC} = \widehat{ANM}$. Mà \widehat{NBC} & \widehat{ANM} nằm ở vị trí đồng vị. Suy ra $MN // BC$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $MN // BC // EF$

Bài 14.

a) * Ta có:

$$\widehat{DAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAE} + \widehat{DAE} = 360^\circ$$

$$90^\circ + \widehat{BAC} + 90^\circ + \widehat{DAE} = 360^\circ$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$$

$$\text{Mà } 0^\circ < \widehat{BAC} < 90^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ < \widehat{DAE} < 180^\circ$$

Vậy 3 điểm D, A, E không thẳng hàng

* Gọi H là giao điểm của BA và DE .

Ta có:

$$\widehat{DAB} + \widehat{DAH} = 180^\circ$$

$$90^\circ + \widehat{DAH} = 180^\circ$$

$$\widehat{DAH} = 90^\circ$$

$$\text{Mà } 90^\circ < \widehat{DAE}$$

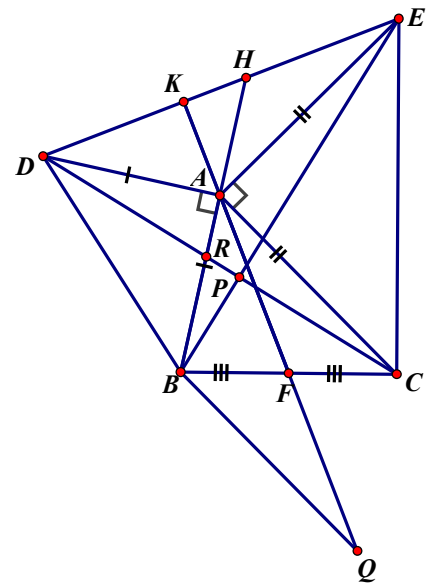
$$\widehat{DAH} < \widehat{DAE}$$

\Rightarrow Tia AH nằm giữa hai tia AD và AE nên điểm H nằm giữa D và E .

Xét ΔDAH có: $\widehat{DAH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DHA} < 90^\circ$ (Định lí tổng ba góc của một tam giác)

Nên AH không vuông góc với DE hay BA không vuông góc với DE .

b)



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = \widehat{DAC} \\ * \widehat{EAC} + \widehat{BAC} = \widehat{EAB} \\ \widehat{DAB} = \widehat{EAC} = 90^\circ (AD \perp AB, AE \perp AC) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{EAB}$$

Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có:

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB(GT) \\ \widehat{DAC} = \widehat{EAB} \\ AE = AC(GT) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADC = \triangle ABE (C.G.C)$$

$\Rightarrow BE = DC$ (Hai cạnh tương ứng)

* Giả sử DC cắt BE tại P. DC cắt AB tại R. Ta có $\triangle ADC = \triangle ABE$ (CMT)

$\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$ (Hai góc tương ứng) hay $\widehat{RBP} = \widehat{ADR}$

Mà $\widehat{ADR} + \widehat{ARD} = 90^\circ$ (Hai góc phụ nhau)

$\widehat{ARD} = \widehat{BRP}$ (Hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \widehat{BRP} + \widehat{RPB} = 90^\circ$

Xét $\triangle BPR$ có: $\widehat{BRP} + \widehat{RPB} = 90^\circ$ (CMT) $\Rightarrow \widehat{BPR} = 90^\circ$

Hay $DC \perp BE$ tại P

c) * Trên tia đối của tia FA lấy điểm Q sao cho $FA = FQ$

$\Rightarrow \triangle BFQ = \triangle CFA$ (C.G.C)

$\Rightarrow BQ = AC$ (Hai cạnh tương ứng)

Để dàng chứng minh được $BQ \parallel AC$ (hai đường thẳng song song)

$\Rightarrow \widehat{ABQ} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ (Hai góc đồng vị)

Mà $\widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$ (Câu a)

$\Rightarrow \widehat{ABQ} = \widehat{DAE}$

Xét $\triangle DAE$ và $\triangle ABQ$ có:

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB(GT) \\ \widehat{DAE} = \widehat{ABQ} (CMT) \\ AE = BQ (= AC) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DAE = \triangle ABQ (C.G.C)$$

$\Rightarrow DE = AQ$ (Hai cạnh tương ứng)

Mà $AQ = 2AF$ (Cách vẽ)

Vậy $DE = 2AF$

* Kẻ AF kéo dài cắt DE tại K.

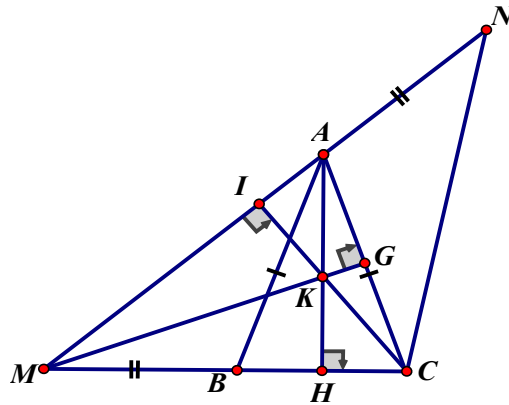
Ta có: $\triangle DAE = \triangle ABQ \Rightarrow \widehat{EDA} = \widehat{BAQ}$ (Hai góc tương ứng) $\Rightarrow \widehat{KDA} = \widehat{BAF}$

$\Rightarrow \widehat{KAD} + \widehat{BAF} = 90^\circ$
 $\left. \begin{array}{l} \widehat{BAF} = \widehat{ADK} (CMT) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{KAD} + \widehat{ADK} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AKD} = 90^\circ$

Vậy $DE \perp AF$ tại K .

Bài 15.



a) + Xét $\triangle ABC$ cân tại A , có :

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2.\widehat{ABC} + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 70^\circ$$

+ Ta có :

$$AB = AC$$

$$BH = HC$$

AH chung

$$\Rightarrow \triangle HAB = \triangle HAC$$

$\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ nên AH là phân giác \widehat{BAC} của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \widehat{BHA} = \widehat{CHA} \text{ mà } \widehat{BHA} + \widehat{CHA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BHA} = \widehat{CHA} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Vậy $AH \perp BC$

b) M thuộc đường trung trực của AC nên $MA = MC$ hay $\triangle MAC$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{MAC} = \widehat{BCA} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MAC} - \widehat{HAC} = 70^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} = 70^\circ - \frac{40^\circ}{2} = 50^\circ$$

c) + Ta có : $\widehat{MAC} + \widehat{CAN} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow 70^\circ + \widehat{CAN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CAN} = 110^\circ$$

+ Ta lại có : $\widehat{ABM} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{ABM} + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABM} = 110^\circ$$

+ Xét $\triangle ABM$ và $\triangle CAN$ có :

$$\begin{cases} AN = BM \\ \widehat{ABM} = \widehat{CAN} = 110^\circ \Rightarrow \Delta ABM = \Delta CAN (c.g.c) \Rightarrow AM = CN \\ AB = AC (gt) \end{cases}$$

d) + Ta có : $\begin{cases} CN = AM \\ CM = AM \end{cases} \Rightarrow CN = CM \Rightarrow \Delta CMN \text{ cân tại } C$

+ Ta lại có $CI \perp MN$ nên suy ra CI là đường cao cũng là đường trung tuyến của ΔCMN
 Vậy I là trung điểm đoạn MN .

e) + Xét ΔAMC có :

$$\begin{cases} MG \perp AC \\ AH \perp MC \end{cases} \text{ và } K \text{ là giao điểm của } MG; AH \text{ nên } K \text{ là trực tâm của } \Delta AMC .$$

Mà CI là đường cao của ΔAMC ,suy ra : $C;I;K$ thẳng hàng

Bài 16.

Kẻ $EF // AC$ ($F \in BC$), nối E với C

Xét ΔCEF và ΔECN có:

$$\widehat{FEC} = \widehat{NCE} \text{ (cặp góc so le trong, } EF // AC)$$

EC là cạnh chung

$$\widehat{FCE} = \widehat{NEC} \text{ (cặp góc so le trong, } EN // BC)$$

Suy ra: $\Delta CEF = \Delta ECN$ (g.c.g)

$$\Rightarrow EN = FC \text{ (hai cạnh tương ứng) (1)}$$

Xét ΔADM và ΔEBF có:

$$\widehat{A} = \widehat{BEF} \text{ (cặp góc đồng vị, } EF // AC)$$

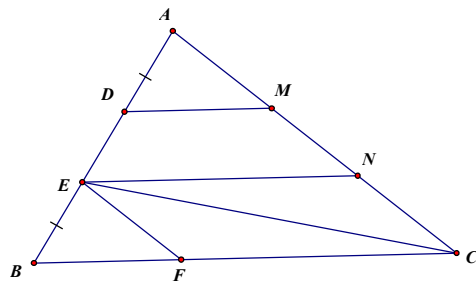
$$AD = BE \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ADM} = \widehat{B} \text{ (cặp góc đồng vị, } DM // BC)$$

Suy ra: $\Delta ADM = \Delta EBF$ (g.c.g)

$$\Rightarrow DM = BF \text{ (cặp cạnh tương ứng) (2)}$$

Lấy (1) +(2) vế theo vế ta có: $DM + EN = BF + CF = BC$ (đcpcm)



BÀI 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

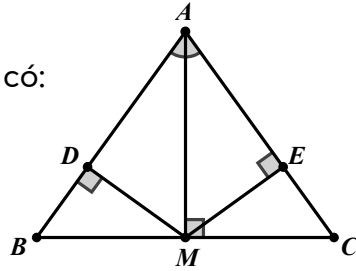
VD 1.1

a) Xét $\triangle AMD$ ($\widehat{ADM} = 90^\circ$) và $\triangle AME$ ($\widehat{AEM} = 90^\circ$), có:

$$\widehat{DAM} = \widehat{EAM} \text{ (gt),}$$

AM là cạnh chung.

$\Rightarrow \triangle AMD = \triangle AME$ (cạnh huyền – góc nhọn).



b) $\triangle MAB$ và $\triangle MAC$ có

AM chung

$AB = AC$ (gt)

$$\widehat{BAM} = \widehat{CAM} \text{ (gt)}$$

$\Rightarrow \triangle MAB = \triangle MAC$ (c.g.c)

$\Rightarrow MA = MB$ (hai cạnh tương ứng) và $\widehat{AMB} = \widehat{AMC}$ (hai góc tương ứng)

Lại có $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) suy ra: $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$ hay $AM \perp BC$.

c) Có $\triangle AMD = \triangle AME$ (cmt) $\Rightarrow MD = ME$ (hai cạnh tương ứng).

Xét $\triangle MDB$ và $\triangle MEC$, có:

$$MD = ME \text{ (gt),}$$

$MB = MC$ (cmt).

$\Rightarrow \triangle MDB = \triangle MEC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

VD 2.1.

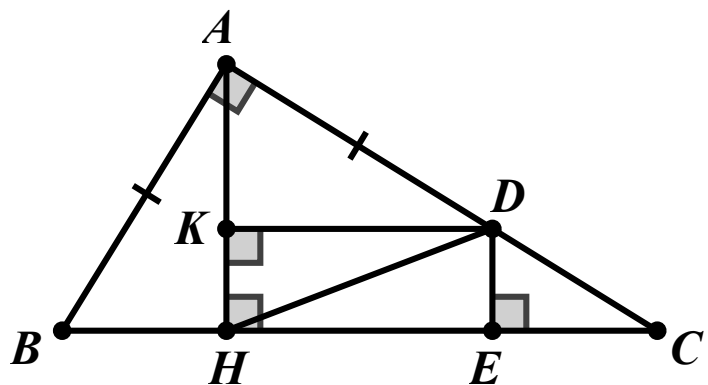
Vẽ $DK \perp AH$ ($K \in AH$).

Xét $\triangle HAB$ ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) và

$\triangle KDA$ ($\widehat{DKA} = 90^\circ$) có:

$AB = AD$ (gt), $\widehat{BAH} = \widehat{ADK}$ (cùng phụ với \widehat{KAD}).

Do đó $\triangle HAB = \triangle KDA$ (cạnh huyền – góc nhọn).



$\Rightarrow HA = KD$ (hai cạnh tương ứng).

$KD \perp AH$ và

$EH \perp AH \Rightarrow KD \parallel EH \Rightarrow \widehat{KDH} = \widehat{EHD}$.

Xét $\triangle KDH$ ($\widehat{DKH} = 90^\circ$) và

$\triangle EHD$ ($\widehat{HED} = 90^\circ$) có:

DH cạnh chung, $\widehat{KDH} = \widehat{EHD}$ (cmt)

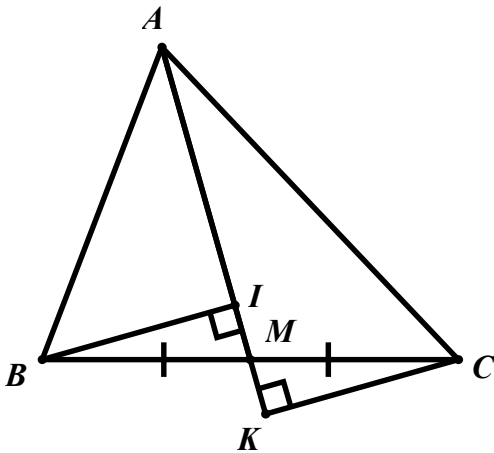
Do đó $\triangle KDH = \triangle EHD$ (cạnh huyền – góc nhọn).

$\Rightarrow KD = HE$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow HA = HE$ (do $HA = KD$).

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.



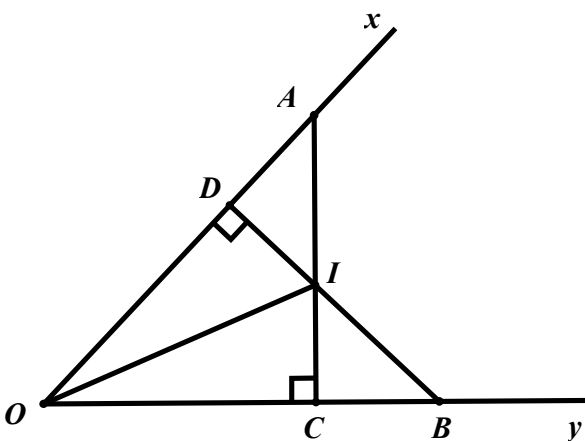
Xét $\triangle BMI$ vuông tại I và $\triangle CMK$ vuông tại K có

$MB = MC$ (gt) và $\widehat{IMB} = \widehat{KMC}$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle BMI = \triangle CMK$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BI = CK$

(hai cạnh tương ứng)

Bài 2.



a) Xét $\triangle OAC$ vuông tại C và $\triangle OBD$ vuông tại

D có $OA = OB$ (gt) và \widehat{O} chung

$\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBD$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow AC = BD$ (hai cạnh tương ứng).

b) Xét $\triangle ODI$ vuông tại D và $\triangle OCI$ vuông tại C

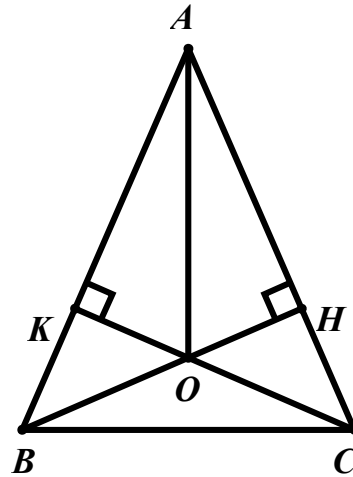
có OI chung và $OD = OC$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle ODI = \triangle OCI$ (cạnh huyền – cạnh góc

vuông) $\Rightarrow \widehat{DOI} = \widehat{COI}$

Suy ra OI là tia phân giác của \widehat{xOy} .

Bài 3.



a) Xét $\triangle AKC$ vuông tại K và $\triangle AHB$ vuông tại H có \widehat{BAC} chung và $AB = AC$ (gt)
 $\Rightarrow \triangle AKC = \triangle AHB$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow AK = AH$ (hai cạnh tương ứng).

b) Lại có $AB = AC \Rightarrow AB - AK = AC - AH \Rightarrow BK = CH$

Có $\triangle AKC = \triangle AHB$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{ACK} = \widehat{ABH}$ (hai góc tương ứng) hay $\Rightarrow \widehat{HCO} = \widehat{KBO}$

Xét $\triangle BOK$ vuông tại K và $\triangle COH$ vuông tại H có $BK = CH$ (cmt) và $\widehat{HCO} = \widehat{KBO}$ (cmt)
 $\Rightarrow \triangle BOK = \triangle COH$ (g.c.g)

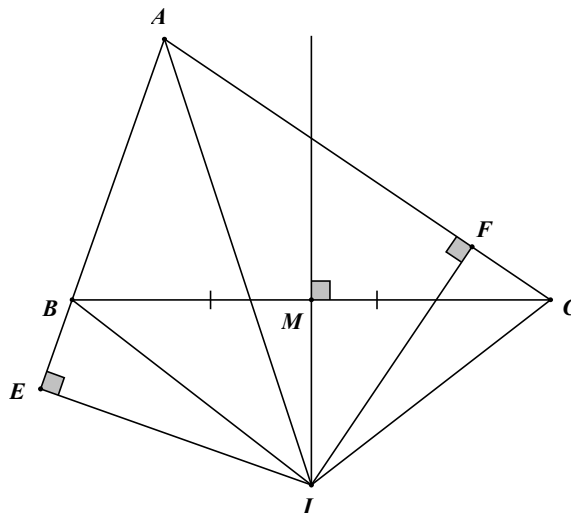
c) Có $\triangle BOK = \triangle COH$ (cmt) $\Rightarrow KO = HO$ (hai cạnh tương ứng)

Xét $\triangle AKO$ vuông tại K và $\triangle AHO$ vuông tại H có OA chung và $KO = HO$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle AKO = \triangle AHO$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{OAK} = \widehat{OAH}$ (hai cạnh tương ứng)

Suy ra AO là tia phân giác của \widehat{BAC}

Bài 4.



a) Xét $\triangle AIE$ vuông tại E và $\triangle AIF$ vuông tại F có AI chung; $\widehat{EAI} = \widehat{FAI}$ (gt)

$\Rightarrow \triangle AIE = \triangle AIF$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow IE = IF$ (hai cạnh tương ứng)

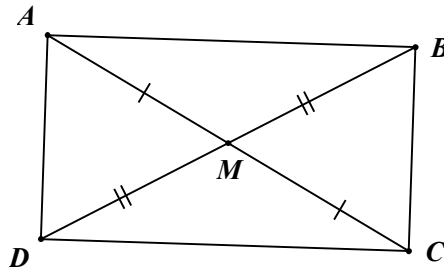
b) Xét $\triangle IMB$ và $\triangle IMC$ có MI chung; $\widehat{IMB} = \widehat{IMC} = 90^\circ$ (vì $MI \perp BC$); $MB = MC$ (gt)

$\Rightarrow \triangle IMB = \triangle IMC$ (c.g.c) $\Rightarrow BI = CI$ (hai cạnh tương ứng).

Xét $\triangle BEI$ vuông tại E và $\triangle CFI$ vuông tại F có $IE = IF$ (cmt) và $BI = CI$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle BEI = \triangle CFI$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow BE = CF$ (hai cạnh tương ứng).

Bài 5.



a) Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MDC$ có: $MB = MC$ (vì M là trung điểm của BC);

$\widehat{BMA} = \widehat{CMD}$ (đđ); $MA = MD$ (gt)

Nên $\triangle MAB = \triangle MDC$ (c.g.c)

b) Có $\triangle MAB = \triangle MDC$ (câu a) nên $\widehat{ABC} = \widehat{DCB}$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $AB \parallel CD$

Mặt khác $AB \perp AC$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A) nên $CD \perp AC$

$\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có: $AB = CD$ (do $\triangle MAB = \triangle MDC$);

$\widehat{BAC} = \widehat{DCA}$ ($= 1v$); cạnh AC chung nên $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c.g.c).

c) Xét $\triangle BDC$ và $\triangle CAB$ có: $AB = CD$; $\widehat{ABC} = \widehat{DCB}$ (câu b); BC là cạnh chung nên

$\triangle BDC = \triangle CAB$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{BDC} = \widehat{CAB} = 90^\circ$. Vậy $\triangle BDC$ là tam giác vuông.

Bài 6.

a) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle ACH$ có:

$AB = AC$ (gt)

AH cạnh chung

$HB = HC$ (H là trung điểm BC)

Suy ra: $\triangle ABH = \triangle ACH$ (c-c-c)

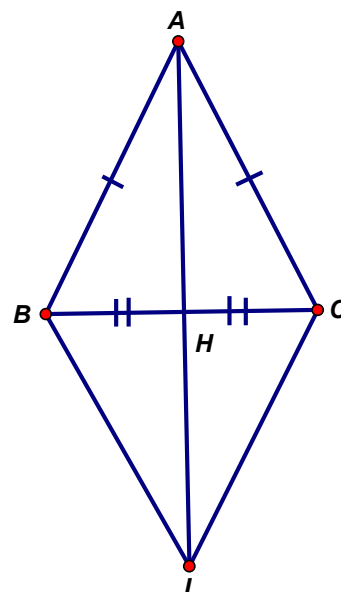
b) Ta có: $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

Mà $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ (do $\triangle ABH = \triangle ACH$)

Nên: $\Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ \Rightarrow AH \perp BC$

Mà H là trung điểm của BC (gt)

Nên AH là đường trung trực của BC



c) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle ICH$ có:

$$HA = HI \text{ (gt)}$$

$$\widehat{AHB} = \widehat{IHC} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$HB = HC \text{ (H là trung điểm BC)}$$

Suy ra: $\triangle ABH = \triangle ICH$ (c-g-c)

$$\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{CIH}$$

Mà \widehat{BAH} và \widehat{CIH} ở vị trí so le trong

Nên $IC \parallel AB$

d) Ta có: $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ (do $\triangle ABH = \triangle ACH$)

Mà $\widehat{BAH} = \widehat{CIH}$ (cm trên)

Nên $\widehat{CAH} = \widehat{CIH}$

Bài 7.

a) Ta có $\triangle BMA = \triangle BMD$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $BA = BD$.

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được $\triangle ABC = \triangle DBE$ (g-c-g).

c) Chú ý $MA = MD$, từ đó $\triangle MAK = \triangle MDH$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$$\Rightarrow MK = MH.$$

Do đó $\triangle MKN = \triangle MHN$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \widehat{KMN} = \widehat{HMN} \Rightarrow DPCM.$$

d) Chứng minh được $\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AMD}}{2} = \frac{\widehat{KMH}}{2} = \widehat{HMN}$.

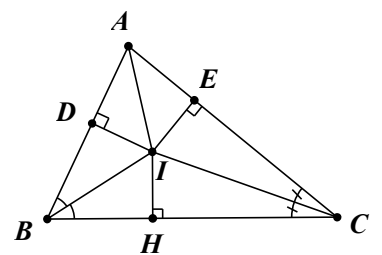
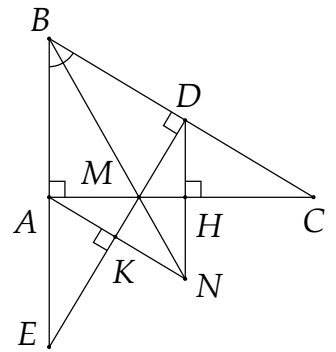
Do đó $\widehat{AMB} + \widehat{AMN} = \widehat{HMN} + \widehat{AMN} = 180^\circ \Rightarrow B, M, N$ thẳng hàng.

Bài 8. Kẻ $HI \perp BC$

$$\triangle BID = \triangle BIH \text{ (cạnh huyền - góc nhọn) suy ra } ID = IH \text{ (1)}$$

$$\triangle CIE = \triangle CIH \text{ (cạnh huyền - góc nhọn) suy ra } IE = IH \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $ID = IE$. $\triangle IAD = \triangle IAE$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông) suy ra $AD = AE$



Bài 9.

a) $\triangle AIH = \triangle AKI$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra

$$AH = AK \quad (1)$$

b) Gọi M là trung điểm của BC .

$$\triangle BMI = \triangle CMI \text{ (c.g.c)} \Rightarrow IB = IC \quad \triangle CAD$$

$$\triangle AHI = \triangle AKI \text{ (câu a)} \Rightarrow IH = IK$$

$$\triangle IHB = \triangle IKC \text{ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)} \text{ suy ra}$$
$$BH = CK$$

$$c) AC = AK + KC \quad (1)$$

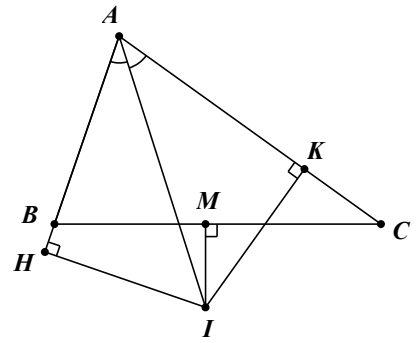
$$AB = AH - BH \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } AC + AB = (AK + AH) + (KC - BH).$$

$$\text{Do } AH = AK, BH = CK \text{ nên } AC + AB = 2AK, \text{ suy ra } AK = \frac{AC + AB}{2}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } AC - AB = (AK - AH) + (KC + BH).$$

$$\text{Do } AH = AK, BH = CK \text{ nên } AC - AB = 2CK, \text{ suy ra } CK = \frac{AC - AB}{2}$$



BÀI 16. TAM GIÁC CÂN. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

VD 1.1.

Ta có: $\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = \frac{1}{2}\widehat{ABC}$ (do BD là phân giác của \widehat{ABC}).

$$\widehat{ACE} = \widehat{ECB} = \frac{1}{2}\widehat{ACB} \text{ (do } CE \text{ là phân giác của } \widehat{ACB}\text{)}.$$

Mà $\triangle ABC$ cân đỉnh A nên $AB = AC$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}.$$

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle AEC$ có:

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAE} \text{ (góc chung)}.$$

$$AB = AC \text{ (giả thiết)}.$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ACE} \text{ (chứng minh trên)}.$$

$$\Rightarrow \triangle ADB = \triangle AEC \text{ (g-c-g)}.$$

$$\Rightarrow AD = AE \text{ (cặp cạnh tương ứng)}.$$

Do đó, $\triangle ADE$ cân đỉnh A (điều phải chứng minh).

VD 1.2.

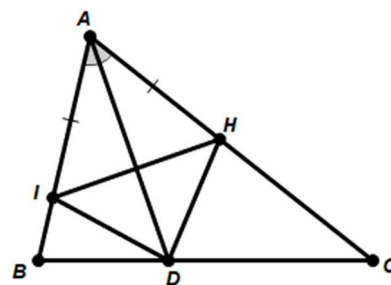
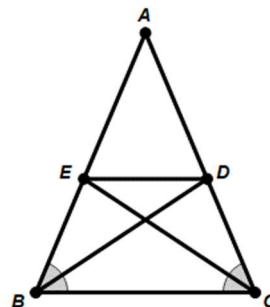
Do AD là phân giác trong góc A nên $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$.

Xét $\triangle ADI$ và $\triangle ADH$ có: $AI = AH$ (giả thiết), $\widehat{IAD} = \widehat{HAD}$ (AD là đường phân giác trong góc A), AD chung,

$$\Rightarrow \triangle ADI = \triangle ADH \text{ (c-g-c)}.$$

$$\Rightarrow DI = DH \text{ (cặp cạnh tương ứng)}.$$

Vậy, tam giác DHI là tam giác cân đỉnh D .



VD 1.3.

Do AD là phân giác trong góc A nên

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} = 60^\circ.$$

Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AD$.

Do $AD = AB + AC$ (giả thiết) nên ta có

$$AE = AB + AC \Rightarrow AE > AC \text{ hay } C \text{ nằm giữa } A \text{ và } E.$$

Khi đó, ta có $AC + EC = AB + AC \Rightarrow EC = AB$.

Xét $\triangle ADE$ có: $AD = AE$, $\widehat{DAE} = \widehat{DAC} = 60^\circ$

Suy ra $\triangle DAE$ đều nên ta có được $DA = DE = AE$,

$$\widehat{DAE} = \widehat{DEA} = \widehat{ADE} = 60^\circ.$$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ECD$ có: $AB = EC$ (chứng minh trên), $DA = DE$ (chứng minh trên),

$$\widehat{BAD} = \widehat{CED} = 60^\circ,$$

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ECD \text{ (c-g-c)}.$$

Nên ta có $DB = DC$ (2 cạnh tương ứng), $\widehat{ADB} = \widehat{CDE}$ (2 góc tương ứng) (1)

Theo chứng minh trên, ta có $\widehat{ADE} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{CDE} = 60^\circ$.

Nên từ (1), ta có $\widehat{ADC} + \widehat{ADB} = 60^\circ \Leftrightarrow \widehat{BDC} = 60^\circ$.

Vậy, tam giác BCD có $DB = DC$ và $\widehat{BDC} = 60^\circ$ nên BCD là tam giác đều.

VD 2. 1. Do tam giác ABC cân đỉnh A nên ta có $\widehat{B} = \widehat{C}$.

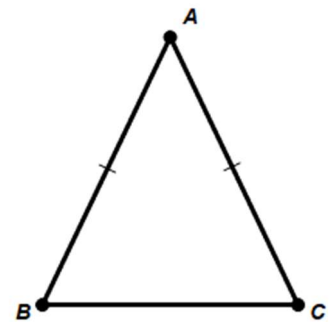
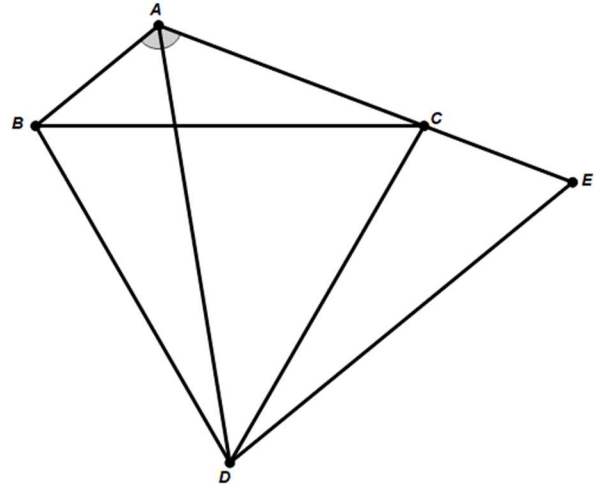
Mà ta luôn có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

a) Với $\widehat{A} = 80^\circ$, ta có $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ.$$

b) Do $\widehat{B} = 75^\circ$ nên $\widehat{C} = 75^\circ$.

$$\text{Suy ra } \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ.$$



VD 2.2. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $DA = BA$. Suy ra $BD = DA + AB = BC$ (1).

$$\text{Xét } \triangle CAB \text{ và có } \begin{cases} AB = AD \\ CA(\text{chung}) \\ \widehat{CAB} = \widehat{CAD} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle CAB = \triangle CAD \text{ (c-g-c).}$$

$$\Rightarrow CD = CB \text{ (2 cạnh tương ứng)} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta được $BC = CD = DB$ nên tam giác BCD là tam giác đều.

Khi đó, ta có được $\widehat{CBD} = 60^\circ$ hay $\widehat{CBA} = 60^\circ$.

Mà tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

VD 3.1. Do CM và BN là hai đoạn thẳng không có đầu mút chung nên ta sẽ chứng minh $CM = BN$ thông qua hai tam giác bằng nhau.

Ta có $\triangle ABC$ cân đỉnh A nên $AB = AC$ và $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Hay $AM + MB = AN + NC$.

Mà $AM = AN$ (giả thiết), suy ra $BM = CN$.

$$\text{Xét } \triangle BCM \text{ và } \triangle CBN \text{ có } \begin{cases} BC(\text{chung}) \\ \widehat{CBM} = \widehat{BCN}(\text{cmt}). \\ BM = CN(\text{cmt}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle BCM = \triangle CBN \text{ (c-g-c).}$$

$$\Rightarrow CM = BN \text{ (hai cạnh tương ứng).}$$

VD 3. 2. Gọi M' là điểm nằm trên cạnh BC thỏa mãn $M'B = M'A$. Khi đó, tam giác $M'AB$ cân đỉnh M' .

$$\Rightarrow \widehat{M'BA} = \widehat{M'AB} \text{ hay } \widehat{M'AB} = \widehat{B} \quad (1).$$

Do tam giác ABC vuông tại A nên ta có $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ = \widehat{A}$.

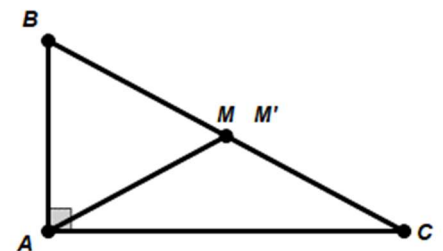
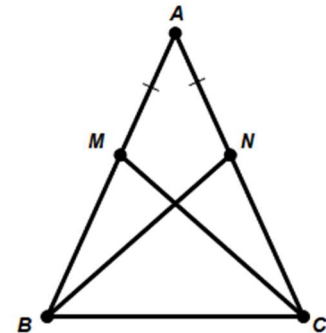
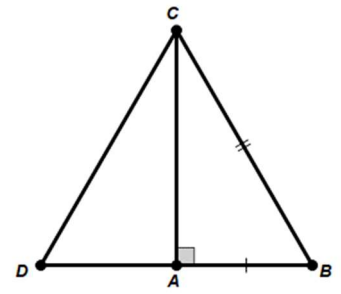
$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{M'AB} + \widehat{M'AC} \quad (2).$$

Từ (1) và (2), ta được $\widehat{C} = \widehat{M'AC}$ hay $\widehat{M'CA} = \widehat{M'AC}$.

Do đó, tam giác $M'AC$ cân đỉnh M' , suy ra $M'A = M'C$.

Kết hợp với $M'B = M'A$ (cách dựng), ta có $M'B = M'C = M'A$ nên M' là trung điểm của đoạn BC .

Vậy, $M' \equiv M$ nên ta chứng minh được $MB = MC = MA$.



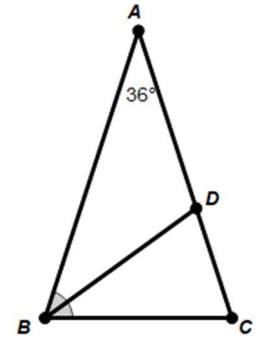
VD 3.3. Ta có $AB = AC$, $\hat{B} = \hat{C}$ (do $\triangle ABC$ cân đỉnh A).

Mà ta luôn có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

Với $\hat{A} = 36^\circ \Rightarrow 36^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 144^\circ$.

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ.$$

Do BD là tia phân giác góc B nên $\widehat{DBC} = \widehat{DBA} = \frac{1}{2}\hat{B} = 36^\circ$.



Xét $\triangle ABD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{DBA} = 36^\circ$ nên $\triangle DAB$ cân đỉnh $D \Rightarrow DB = DA$ (1).

Có \widehat{BDC} là góc ngoài đỉnh D của $\triangle ABD$ nên $\widehat{BDC} = \widehat{DAB} + \widehat{DBA} = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$.

Xét $\triangle BCD$ có $\widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 72^\circ$ nên $\triangle BCD$ cân đỉnh $B \Rightarrow BD = BC$ (2).

Từ (1) và (2), ta được $DA = DB = BC$.

VD 4.1.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ có

AD chung

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAD} \text{ (gt)}$$

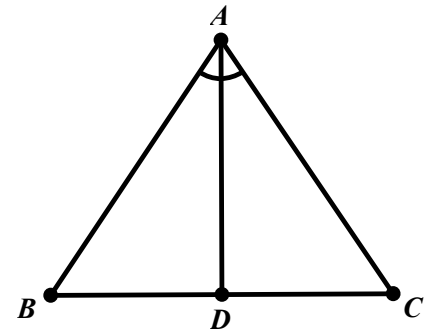
$AB = AC$ (vì $\triangle ABC$ cân)

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow BD = CD \text{ (hai góc tương ứng)} \text{ và } \widehat{ADB} = \widehat{ADC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Lại có } \widehat{ADB} + \widehat{ADC} = 180^\circ \text{ (kề bù)} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp BC.$$

Ta có AD vuông góc với BC tại trung điểm D của BC . Vậy AD là trung trực của BC .



VD 4.2. Gọi I là giao điểm của MN và AB

Xét $\triangle AMN$ và $\triangle BMN$ có

MN chung

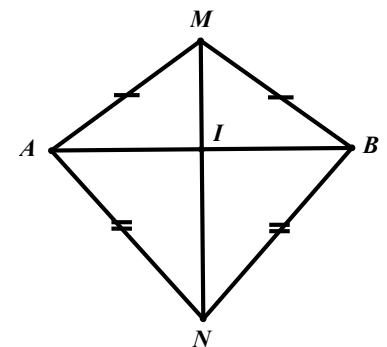
$$MA = MB \text{ (gt)}$$

$$NA = NB \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMN = \triangle BMN \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{BMN} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$\Rightarrow MI$ là phân giác \widehat{AMB} . Lại có $MA = MB \Rightarrow \triangle AMB$ cân có MI là phân giác

Tương tự VD 4.1 ta suy ra : MN là trung trực của AB .



IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

Xét $\triangle ABC$ có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

a) Với $\hat{A} = 80^\circ$, ta có $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 100^\circ$

Từ giả thiết, ta có $\frac{\hat{B}}{1} = \frac{\hat{C}}{4}$.

Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau, ta có $\frac{\hat{B}}{1} = \frac{\hat{C}}{4} = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{1 + 4} = \frac{100^\circ}{5} = 20^\circ$.

$\Rightarrow \hat{B} = 20^\circ, \hat{C} = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ$.

Do đó, ta có $\hat{A} = \hat{C} = 80^\circ$ nên $\triangle ABC$ cân đỉnh B .

b) Ta có $\hat{A} + \frac{3}{2}\hat{B} = 150^\circ \Rightarrow \hat{A} = 150^\circ - \frac{3}{2}\hat{B}$.

Mà $2\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 150^\circ \Rightarrow 2\left(150^\circ - \frac{3}{2}\hat{B}\right) + \frac{1}{2}\hat{B} = 150^\circ$.

$\Leftrightarrow 300^\circ - 3\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{B} = 150^\circ$.

$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\hat{B} = 150^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 60^\circ$.

Khi đó, ta có $\hat{A} = 150^\circ - \frac{3}{2} \cdot 60^\circ = 60^\circ$.

Vậy $\triangle ABC$ có $\hat{A} = \hat{B} = 60^\circ$, suy ra $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Bài 2.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Ta chứng minh $AB = \frac{1}{2}BC$.

Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

$\Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 60^\circ$.

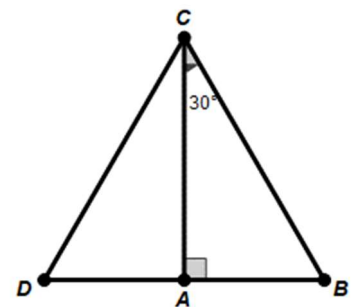
Trên tia đối của tia AB , lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADC$ có:

AC chung, $\widehat{CAB} = \widehat{CAD} = 90^\circ$, $AB = AD$ (cách dựng),

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC$ (c-g-c).

$\Rightarrow CD = CB$ (cặp cạnh tương ứng).



Xét $\triangle BCD$ có $CB = CD$, $\widehat{CBD} = \widehat{CBA} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \triangle BCD$ là tam giác đều $\Rightarrow BC = CD = DB$.

Mà ta có $AB = AD = \frac{BD}{2}$.

Do đó, $AB = \frac{BC}{2}$ (điều phải chứng minh).

Bài 3. Ta có $\widehat{DAC} + \widehat{DCA} = 90^\circ$ (do $\triangle ADC$ vuông tại D).

Ta có $\widehat{EBC} + \widehat{ECB} = 90^\circ$ (do $\triangle BCE$ vuông tại E).

$\Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{DCA} = \widehat{ECB} + \widehat{EBC} = 90^\circ$ hay $\widehat{DAC} = \widehat{CBE}$

Xét $\triangle AHE$ và $\triangle BCE$ có:

$AH = BC$ (giả thiết), $\widehat{AEH} = \widehat{BEC} = 90^\circ$, $\widehat{HAE} = \widehat{CBE}$ (chứng minh trên).

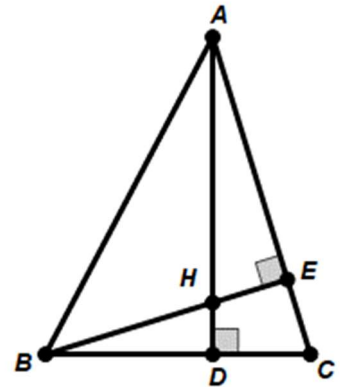
$\Rightarrow \triangle AHE = \triangle BCE$ (cạnh huyền – góc nhọn).

$\Rightarrow AE = BE$ (2 cạnh tương ứng).

Xét $\triangle ABE$ có $AE = BE$, $\widehat{AEB} = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle AEB$ là tam giác vuông cân đỉnh E .

Do đó, ta có $\widehat{BAC} = \widehat{BAE} = 45^\circ$.



Bài 4. Do $\triangle ABC$ cân đỉnh A nên $AB = AC$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Ta có $AM = BM = \frac{1}{2}AB$, $AN = CN = \frac{1}{2}AC$ (tính chất trung điểm).

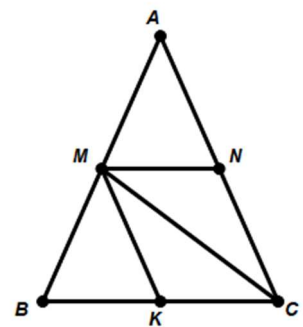
$\Rightarrow AM = AN$.

Nên $\triangle AMN$ cân đỉnh $A \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM}$.

Mà $\triangle AMN$ có $\widehat{AMN} + \widehat{ANM} + \widehat{MAN} = 180^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = \frac{180^\circ - \widehat{MAN}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}$.

Mặt khác, ta có được $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$.



$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \widehat{AMN} = \widehat{ABC} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}.$$

Mà hai góc ở vị trí sole trong nên $MN \parallel BC$.

Qua M , dựng đường thẳng song song với AC , cắt cạnh BC tại điểm K .

$$\Rightarrow \widehat{MKB} = \widehat{ACB} \text{ (đồng vị)}.$$

$$\text{Mà } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \text{ (giả thiết)} \Rightarrow \widehat{MKB} = \widehat{ABC} = \widehat{MBK}.$$

Xét $\triangle MBK$ có $\widehat{MKB} = \widehat{MBK}$ nên $\triangle MBK$ cân đỉnh M .

$$\Rightarrow MK = MB.$$

Do đó, ta có $MK = MB = MA = AN = CN$.

Xét $\triangle AMN$ và $\triangle MBK$ có:

$$\widehat{AMN} = \widehat{MBK}, \widehat{ANM} = \widehat{MKB}, AM = MB.$$

$$\Rightarrow \triangle AMN = \triangle MBK \text{ (g-c-g)}.$$

$$\Rightarrow MN = BK \text{ (2 cạnh tương ứng) (1)}.$$

Xét $\triangle MNC$ và $\triangle CKM$ có:

Cạnh CM chung,

$$\widehat{NMC} = \widehat{KCM} \text{ (sole trong do } MN \parallel BC),$$

$$\widehat{NCM} = \widehat{KMC} \text{ (sole trong do } MK \parallel AC).$$

$$\Rightarrow \triangle MNC = \triangle CKM \text{ (g-c-g)}.$$

$$\Rightarrow MN = CK \text{ (2 cạnh tương ứng) (2)}.$$

Từ (1) và (2), ta có $MN = BK = CK$.

Mà $BK + CK = BC$, suy ra K là trung điểm của BC .

Do đó, ta có $MN = BK = CK = \frac{BC}{2}$ (điều phải chứng minh).

Nhận xét: Đây là bài toán điển hình trong việc sử dụng các mối quan hệ từ tam giác cân cho đến các đường thẳng song song. Có thể mở rộng kết quả của bài toán này cho tam giác ABC bất kỳ. Khi đó, lưu ý việc chứng minh song song ($MN \parallel BC$) có thể thực hiện thông qua việc dựng đường thẳng $MN' \parallel BC$ với $N' \in BC$. Sau đó, ta tìm cách chỉ ra $N' \equiv N$.

Kết luận: Cho tam giác ABC bất kỳ. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó, ta luôn có $MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC$.

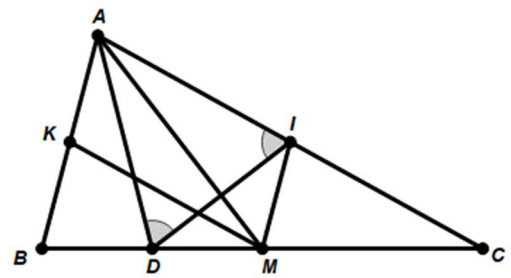
Bài 5.

Do M là trung điểm của BC nên

$$BM = CM = \frac{BC}{2} = AB.$$

Gọi K là trung điểm của $AB \Rightarrow AK = BK = \frac{AB}{2}$.

Ta có D là trung điểm của BM nên $BD = MD = \frac{BM}{2}$.



$$\Rightarrow AK = BK = BD = MD.$$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle MBK$ có:

$AB = MB, BD = BK, \widehat{ABM}$ chung,

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle MBK$ (c-g-c).

$\Rightarrow AD = MK$ (hai cạnh tương ứng)

(1).

Gọi I là trung điểm của AC .

Áp dụng kết quả chứng minh trong ví dụ 1, ta có được $MK = AI = IC = \frac{AC}{2}$

(2).

Từ (1) và (2), ta có $AD = \frac{AC}{2}$ hay $AC = 2AD$.

Bài 6.

c) Do $\triangle ABD, \triangle ACE$ là các tam giác đều nên ta có:

$AB = BD = DA, AC = CE = EA$ và $\widehat{BAD} = \widehat{EAC} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{BAC} = \widehat{CAE} + \widehat{BAC}$.

$\Leftrightarrow \widehat{DAC} = \widehat{BAE}$.

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADC$ có:

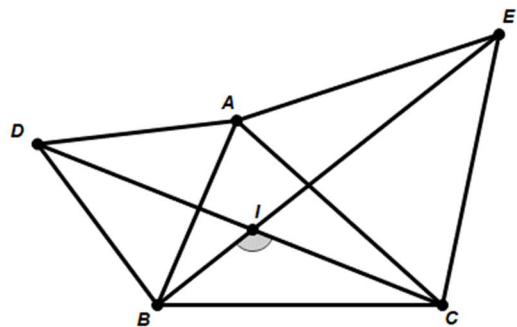
$AB = AD, AE = AC$ (giả thiết),

$\widehat{BAE} = \widehat{DAC}$ (chứng minh trên).

$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADC$ (c-g-c).

d) Ta có $\widehat{AEB} = \widehat{ACD}$ (do $\triangle ABE = \triangle ADC$).

$\Rightarrow \widehat{AEB} + \widehat{BEC} + \widehat{ECA} = \widehat{ACD} + \widehat{BEC} + \widehat{ECA}$.



$$\Leftrightarrow \widehat{AEC} + \widehat{ECA} = \widehat{IEC} + \widehat{ECI}.$$

$$\Leftrightarrow \widehat{IEC} + \widehat{ECI} = \widehat{AEC} + \widehat{ECA} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ.$$

Xét $\triangle EIC$ có \widehat{BIC} là góc ngoài đỉnh I

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = \widehat{IEC} + \widehat{ECI} = 120^\circ \text{ (điều phải chứng minh).}$$

Bài 7.

d) Ta có $\triangle ABC$ cân đỉnh A nên $AB = AC$, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$ có:

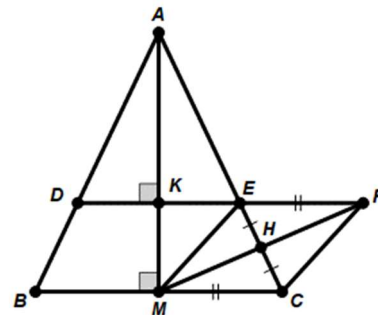
$AB = AC$, $BM = CM$ (giả thiết), AM chung,

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACM \text{ (c-c-c).}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}.$$

Mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = \widehat{BMC} = 180^\circ$ nên ta có $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow AM \perp BC.$$



Ta có $DE \perp AM$ (giả thiết) $\Rightarrow DE \parallel BC$ (cùng vuông góc với AM).

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ABC}, \widehat{AED} = \widehat{ACB} \text{ (các góc sole trong).}$$

Mà theo trên, ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{AED}$.

Vậy, $\triangle ADE$ cân đỉnh $A \Rightarrow AD = AE$ (điều phải chứng minh).

e) Gọi $MF \cap AC = \{I\}$.

Xét $\triangle FEI$ và $\triangle MCI$ có:

$FE = MC$ (giả thiết), $\widehat{FEI} = \widehat{MCI}$ (sole trong), $\widehat{EFI} = \widehat{CMI}$ (sole trong),

$$\Rightarrow \triangle FEI = \triangle MCI \text{ (g-c-g).}$$

$$\Rightarrow EI = CI \text{ (2 cạnh tương ứng).}$$

Vậy I là trung điểm của CE .

Mà theo giả thiết, H là trung điểm của $CE \Rightarrow I \equiv H$.

Do đó, ta có M, H, F thẳng hàng (điều phải chứng minh).

ÔN TẬP CHƯƠNG IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU

Bài 1.

a) Ta có $\widehat{MAH} = 45^\circ$ (AH là tia phân giác) và $\widehat{NBH} = 45^\circ$ ($\triangle ABC$ vuông cân) nên $\widehat{NBH} = \widehat{MAH}$.

$\triangle ABC$ cân tại A , AH là phân giác nên cũng là đường cao, do đó $AH \perp BC$.

$\triangle ABH$ vuông tại H có $\widehat{ABH} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân, do đó $AH = BH$. Xét $\triangle AHM$ và $\triangle BHN$, ta có:

$$\begin{cases} AH = HB \text{ (cmt)} \\ \widehat{NBH} = \widehat{MAH} \text{ (cmt)} \\ AM = BN \text{ (gt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle AHM = \triangle BHN$ (c.g.c)

b) $BN = AM, AB = AC \Rightarrow AN = MC$.

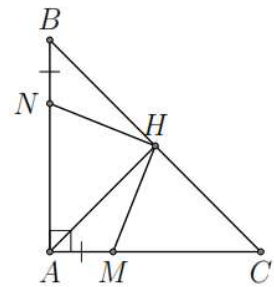
Chứng minh tương tự câu a) ta được $\triangle AHN = \triangle CHM$ (c.g.c).

c) $\triangle AHM = \triangle BHN \Rightarrow HM = HN$ (cạnh tương ứng) và $\widehat{MHA} = \widehat{NHB}$ (góc tương ứng).

Lại có $\widehat{NHB} + \widehat{NHA} = 90^\circ$ nên

$$\widehat{MHA} + \widehat{NHA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MHN} = 90^\circ.$$

Từ $HM = HN$ và $\widehat{MHN} = 90^\circ$ suy ra tam giác MHN vuông cân.



Bài 2.

a) Xét $\triangle ABD$ vuông tại B và $\triangle ACD$ vuông tại C , ta có:

AD : cạnh chung;

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAD} \text{ (AD là phân giác)}$$

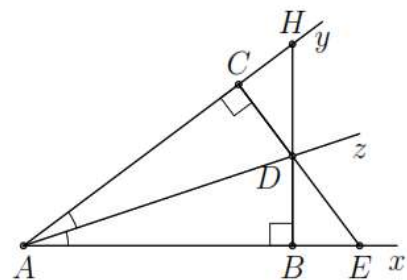
Suy ra $\triangle ABD = \triangle ACD$ (ch.gn).

b) Xét $\triangle DBE$ và $\triangle DCH$, ta có:

$$\begin{cases} \widehat{DBE} = \widehat{DCH} (= 90^\circ) \\ DC = DB (\triangle ABD = \triangle ACD) \\ \widehat{BDE} = \widehat{CDH} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DBE = \triangle DCH$ (g.c.g).

c) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle ACE$, ta có:



$$\begin{cases} \hat{A} \text{ chung} \\ AB = AC (\Delta ABD = \Delta ACD) \\ \widehat{ABH} = \widehat{ACE} (= 90^\circ) \end{cases}$$

Suy ra $\Delta ABH = \Delta ACE$ (g.c.g).

Bài 3.

a) Xét ΔABD và ΔHBD có:

$$\widehat{BAD} = \widehat{BHD} = 90^\circ$$

BD chung

$$\widehat{ABD} = \widehat{HBD} \text{ (} BD \text{ là phân giác của } \hat{B} \text{)}$$

Do đó: $\Delta ABD = \Delta HBD$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow AB = BH \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

b) Xét ΔHCD vuông tại D . Có DC là cạnh huyền nên:

$$DC > DH$$

$$\text{Mà } DA = DH \text{ (do } \Delta ABD = \Delta HBD) \Rightarrow DC > DA$$

c) Xét ΔAID và ΔHCD có:

$$\widehat{IAD} = \widehat{CHD} = 90^\circ$$

$$DA = DH$$

$$\widehat{ADI} = \widehat{HDC} \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó: $\Delta AID = \Delta HCD$ (góc nhọn – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow AI = CH \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\text{Ta có: } BI = BA + AI; BC = BH + HC$$

$$\text{Mà } AB = BH, AI = CH \text{ (cmt)}$$

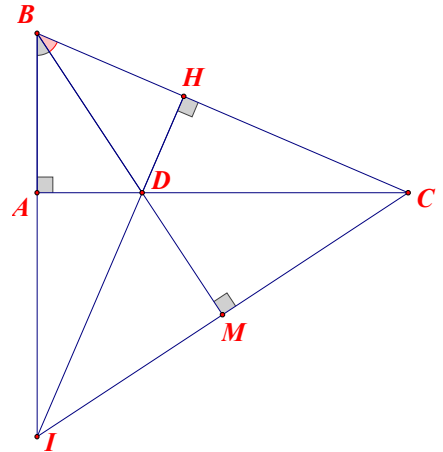
$$\Rightarrow BI = BC \Rightarrow \Delta BIC \text{ cân tại } B$$

d) Ta có: ΔBIC cân tại B , vì M Trung điểm của tia IC nên BM vừa là trung tuyến vừa là đường cao hay $BM \perp IC$

$$\text{Mặt khác: } CA \perp BI \text{ (gt), } DH \perp BC \text{ (gt)} \Rightarrow IH \perp BC$$

Do đó: BM, CA, IH là ba đường cao trong ΔBIC

Mà: $D = CA \cap IH \Rightarrow D$ là trực tâm ΔBIC , hay Ba điểm B, D, M thẳng hàng



Bài 4.

a) M là trung điểm BC nên $BM = MC$

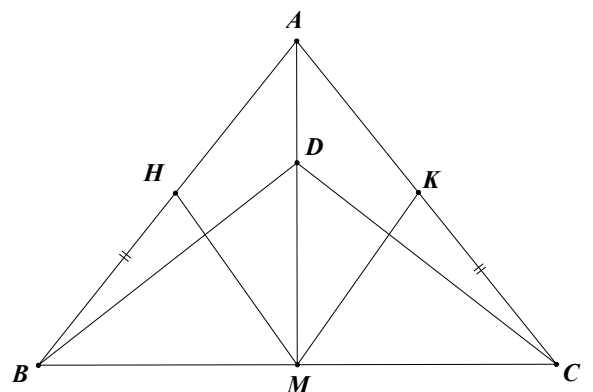
Xét tam giác ABM và tam giác ACM có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$BM = CM \text{ (cmt)}$$

AM cạnh chung

Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.c.c)



b) $\triangle ABM = \triangle ACM$ nên $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (2 góc tương ứng)

Suy ra AM là tia phân giác góc BAC

$\triangle ABM = \triangle ACM$ nên $\widehat{AMB} = \widehat{AMC}$ (2 góc tương ứng)

Lại có: $\widehat{AMC} + \widehat{AMB} = 180^\circ$ (kề bù)

$$2.\widehat{AMC} = 180^\circ$$

$$\widehat{AMC} = 90^\circ \text{ hay } AM \perp BC$$

c) Xét $\triangle BDM$ và $\triangle CDM$ có:

$$MB = MC \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{AMC} = \widehat{AMB} = 90^\circ$$

MD cạnh chung

Suy ra $\triangle BDM = \triangle CDM$ (c.g.c)

Suy ra $BD = DC$ (2 cạnh tương ứng)

d) $\triangle ABC$ có $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \text{ (tính chất tam giác cân)}$$

Xét $\triangle BHM$ và $\triangle CKM$ có:

$$BH = CK \text{ (gt)}$$

$$\widehat{HBM} = \widehat{KCM} \text{ (cmt)}$$

$$BM = CM \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\triangle BHM = \triangle CKM$ (c.g.c)

Suy ra $MH = MK$ (2 cạnh tương ứng)

Bài 5.

a) Xét $\triangle BAD$ và $\triangle EAD$, ta có:

AD là cạnh chung;

$$\widehat{BAD} = \widehat{EAD} \text{ (AD là phân giác);}$$

$$AB = AE \text{ (E là trung điểm AB).}$$

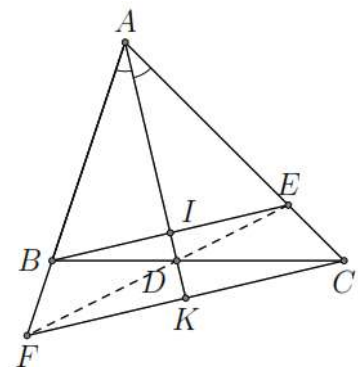
Suy ra $\triangle BAD = \triangle EAD$ (c.g.c) $\Rightarrow DB = DE$.

Lại có $AB = AE, AF = AC$ nên $AF - AB = AC - AE \Rightarrow BF = CE$.

b) Chứng minh tương tự câu a) ta được $\triangle FAD = \triangle CAD$

$$\Rightarrow FD = CD \text{ và } \widehat{BFD} = \widehat{ECD}.$$

Xét $\triangle FDB$ và $\triangle CDE$, ta có:



$$\begin{cases} BF = CE \text{ (cmt)} \\ \widehat{BFD} = \widehat{ECD} \text{ (cmt)} \\ FD = CD \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle FDB = \triangle CDE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{CDE}$.

Mà $\widehat{BDE} + \widehat{CDE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{FDB} + \widehat{BDE} = 180^\circ$.

Vậy F, D, E thẳng hàng.

c) AD cắt BE tại I và CF tại K .

Xét $\triangle FAK$ và $\triangle CAK$, ta có:

AK là cạnh chung;

$\widehat{FAK} = \widehat{CAK}$ (AK là phân giác);

$AF = AC$ (giả thiết).

Suy ra $\triangle FAK = \triangle CAK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AKF} = \widehat{AKC}$.

Mà $\widehat{AKF} + \widehat{AKC} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{AKF} = \widehat{AKC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp CF$.

Chứng minh tương tự ta được $AD \perp BE$.

Từ $AD \perp BE$ và $AD \perp CF$ suy ra $BE \parallel FC$.

Bài 6.

a) Ta có $\widehat{EBM} = \widehat{ACB}$ ($\triangle ABC$ cân) và $\widehat{FCN} = \widehat{ACB}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{EBM} = \widehat{FCN}$.

Xét $\triangle BEM$ và $\triangle CFN$, ta có:

$$\begin{cases} \widehat{EBM} = \widehat{FCN} \text{ (cmt)} \\ BM = CN \text{ (gt)} \\ \widehat{EMB} = \widehat{FNC} (= 90^\circ) \end{cases}$$

$\triangle BEM = \triangle CFN$ (g.c.g) $\Rightarrow EM = FN$.

b) Ta có $ED \parallel AC \Rightarrow \widehat{EDM} = \widehat{ACB}$ (đồng vị) mà $\widehat{EBM} = \widehat{ACB}$ nên $\widehat{EDM} = \widehat{EBM}$, suy ra $\triangle EBD$ cân tại E , do đó $EB = ED$.

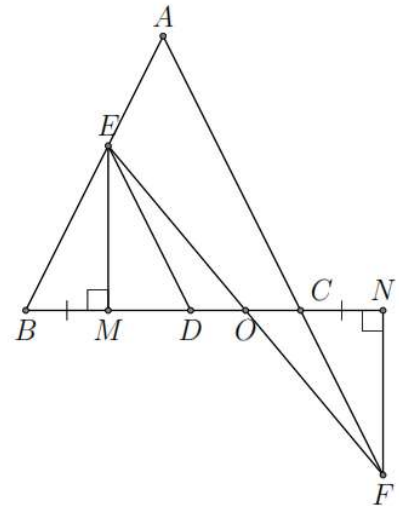
Xét $\triangle BME$ vuông tại M và $\triangle DME$ vuông tại M , ta có:

$$\begin{cases} EB = ED \text{ (cmt)} \\ \widehat{EDM} = \widehat{EBM} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle BME = \triangle DME$ (ch.gn) $\Rightarrow BM = MD$.

c) Ta có $EM \parallel FN$ (cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow \widehat{MEO} = \widehat{NFO}$ (so le trong).

Xét $\triangle MEO$ và $\triangle NFO$, ta có:



$$\begin{cases} \widehat{MEO} = \widehat{NFO} \text{ (cmt)} \\ EM = FN \text{ (cmt)} \\ \widehat{EMO} = \widehat{FNO} (= 90^\circ) \end{cases}$$

Suy ra $\triangle MEO = \triangle NFO$ (g.c.g) $\Rightarrow OE = OF$.

Bài 7.

a) Xét $\triangle OAH$ và $\triangle OBH$, ta có:

$OA = OB$ (giả thiết);

$\widehat{AOH} = \widehat{BOH}$ (Ot là phân giác);

OH là cạnh chung.

Suy ra $\triangle OAH = \triangle OBH$ (c.g.c).

b) Xét $\triangle OAM$ và $\triangle OBN$, ta có:

$$\begin{cases} OA = OB \text{ (gt)} \\ \widehat{OAM} = \widehat{OBN} \text{ (}\triangle OAH = \triangle OBH\text{)} \\ \hat{O} \text{ chung} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle OAM = \triangle OBN$ (g.c.g).

c) AB cắt OH tại I .

Xét $\triangle OAI$ và $\triangle OBI$, ta có:

OI là cạnh chung;

$\widehat{AOI} = \widehat{BOI}$ (Ot là tia phân giác);

$OA = OB$ (giả thiết).

Suy ra $\triangle OAI = \triangle OBI$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIO} = \widehat{BIO}$.

Mà $\widehat{AIO} + \widehat{BIO} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{AIO} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Vậy $AB \perp OH$.

Bài 8.

a) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle DMC$, ta có:

$AM = MD$ (giả thiết);

$\widehat{AMB} = \widehat{CMD}$ (đối đỉnh);

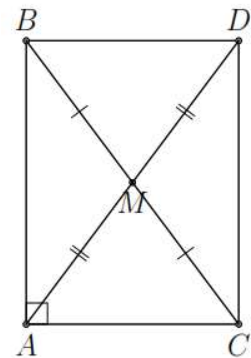
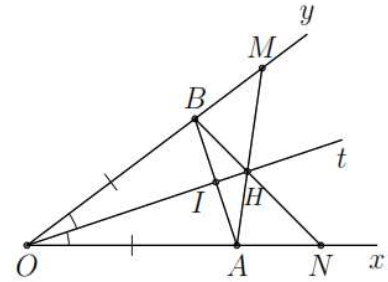
$BM = MC$ (M là trung điểm của BC).

Suy ra $\triangle AMB = \triangle DMC$ (c.g.c).

b) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMB$, ta có:

$AM = MD$ (giả thiết);

$\widehat{AMC} = \widehat{BMD}$ (đối đỉnh);



$BM = MC$ (M là trung điểm của BC).

Suy ra $\triangle AMC = \triangle DMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AC = BD$ và $\widehat{MAC} = \widehat{MDB}$.

Mà hai góc trên ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BD$.

c) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DCB$, ta có:

$$\begin{cases} BC \text{ chung} \\ \widehat{ACB} = \widehat{DBC} (AC \parallel BD) \\ AC = BD \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle ABC = \triangle DCB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{BDC} = 90^\circ$.

Bài 9.

a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 30^\circ.$$

b) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ABC$, ta có:

$$\begin{cases} AB \text{ chung} \\ \widehat{BAD} = \widehat{ACB} (= 90^\circ) \\ AD = AC \text{ (gt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle ABD = \triangle ABC$ (c.g.c).

c) Ta có $EC \parallel AB$ (cùng vuông góc với AC)

$$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{CEM} \text{ (so le trong)}.$$

Mà $\widehat{ABM} = \widehat{CEM}$ (BM là phân giác) nên $\widehat{CEM} = \widehat{CEB}$

Do đó $\triangle ECB$ cân tại C $\Rightarrow EC = CB$

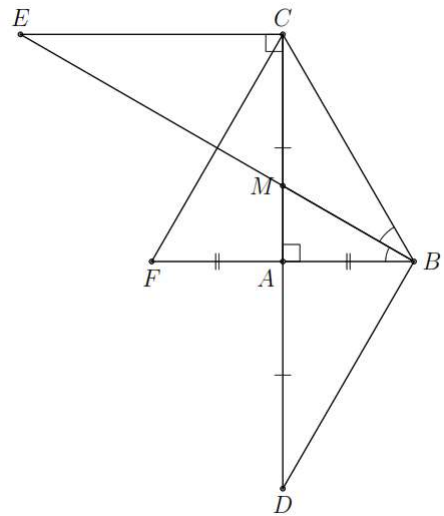
(1)

Trên tia đối tia AB lấy điểm F sao cho $AB = AF$.

Ta chứng minh được $\triangle AFC = \triangle ABC$ (c.g.c) $\Rightarrow FC = FB \Rightarrow \triangle CFB$ cân tại C, mà $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên

$\triangle CFB$ đều. Do đó $FB = BC$, mà $AB = \frac{1}{2}BF$ ($AB = AF$) nên $AB = \frac{1}{2}BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AB = \frac{1}{2}EC$.



Bài 10.

a) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$, ta có:

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A);

AM: cạnh chung;

$BM = MC$ (M là trung điểm của BC).

Suy ra $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c).

b) $\triangle ABM = \triangle ACM \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}$.

Mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Vậy $AM \perp BC$

c) Xét $\triangle EBC$ và $\triangle FCB$, ta có:

BC là cạnh chung;

$\widehat{EBC} = \widehat{FCB}$ ($\triangle ABC$ cân tại A);

$EB = FC$ (giả thiết).

Suy ra $\triangle EBC = \triangle FCB$ (c.g.c).

d) $AB = AC, EB = FC$ nên $AB - BE = AC - CF \Rightarrow AE = AF$.

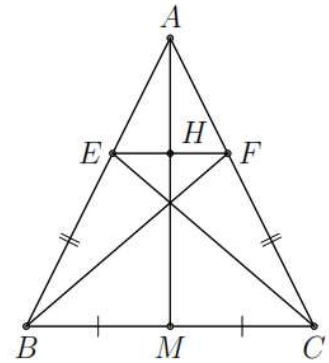
Gọi H là giao điểm của AM và EF.

Xét $\triangle AEH$ và $\triangle AFH$, ta có:

$$\begin{cases} AE = AF \text{ (cmt)} \\ \widehat{EAH} = \widehat{FAH} (\triangle ABM = \triangle ACM) \\ AH \text{ chung} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle AEH = \triangle AFH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{EHA} = \widehat{FHA}$ mà $\widehat{EHA} + \widehat{FHA} = 180^\circ$ (kề bù) nên $\widehat{EHA} = \widehat{FHA} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Do đó $AM \perp EF$, mà $AM \perp BC$ nên $EF \parallel BC$.



Bài 11.

a) Xét $\triangle DBC$ và $\triangle DAM$, ta có:

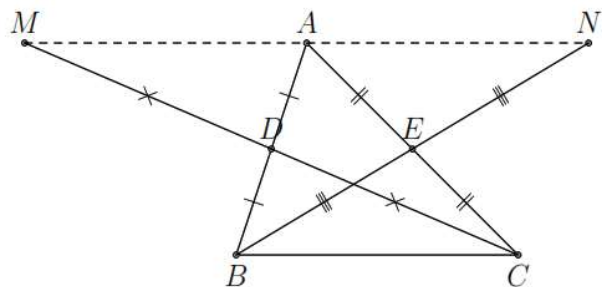
$DB = DA$ (D là trung điểm AB);

$\widehat{BDC} = \widehat{MDA}$ (đối đỉnh);

$DC = DM$ (giả thiết).

Suy ra $\triangle DBC = \triangle DAM$ (c.g.c)

b) $\triangle DBC = \triangle DAM \Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{MAD}$, mà hai góc này so le trong nên $AM \parallel BC$.



c) Chứng minh tương tự câu a) và câu b) ta được $AN \parallel BC$

Lại có $AM \parallel BC$, theo tiên đềƠ-clit, AM và AN phải trùng nhau, do đó M, A, N thẳng hàng.

Bài 12.

a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADE$, ta có:

$AB = AD$ (giả thiết);

$\widehat{BAE} = \widehat{DAE}$ (AE là phân giác);

AE là cạnh chung.

Suy ra $\triangle ABE = \triangle ADE$ (c.g.c)

b) Xét $\triangle ABI$ và $\triangle ADI$, ta có:

$AB = AD$ (giả thiết);

$\widehat{BAI} = \widehat{DAI}$ (AI là phân giác);

AI là cạnh chung.

Suy ra $\triangle ABI = \triangle ADI$ (c.g.c) $\Rightarrow BI = DI \Rightarrow I$ là trung điểm BD .

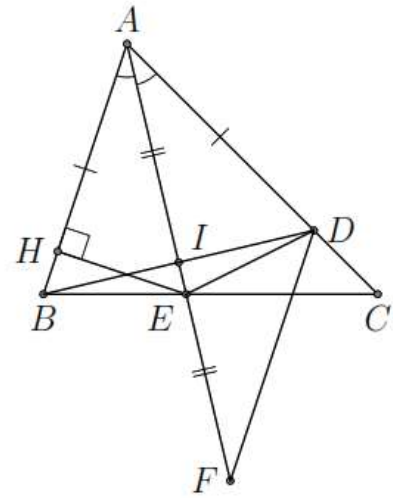
c) Xét $\triangle AIB$ và $\triangle FID$, ta có:

$$\begin{cases} AI = IF \text{ (gt)} \\ \widehat{AIB} = \widehat{FID} \text{ (cmt)} \\ BI = ID \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle AIB = \triangle FID$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{DFI}$.

Hai góc này so le trong nên $AB \parallel DF$

Mà $EH \perp AB$ nên $EH \perp DF$.



Bài 13.

a) Chứng minh $AD = DE$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AED$ có:

$BA = BE$ (gt)

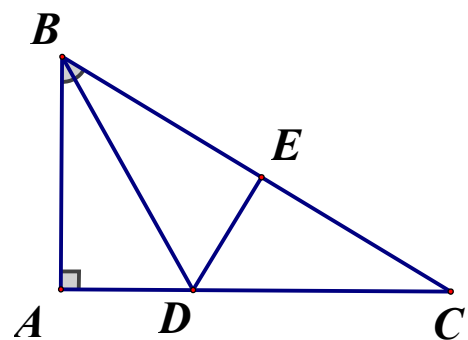
$\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$ (BD là phân giác \widehat{ABC})

BD chung

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD$ (c-g-c)

$\Rightarrow AD = DE$ (hai cạnh tương ứng)

b) Chứng minh $BD \perp FC$.



Gọi $BD \cap FC = \{I\}$

$$\left. \begin{array}{l} BA = BE \text{ (cmt)} \\ AF = EC \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow BA + AF = BE + EC$$

$$\Rightarrow BF = BC$$

Xét $\triangle BFI$ và $\triangle BCI$ có:

$$BF = BC \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{FBI} = \widehat{CBI} \text{ (BD là phân giác } \widehat{ABC} \text{)}$$

BI chung

$$\Rightarrow \triangle BFI = \triangle BCI \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BIF} = \widehat{BIC} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

Mà $\widehat{BIF} + \widehat{BIC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{BIF} = \widehat{BIC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BI \perp FC \text{ hay } BD \perp FC \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh $AE \parallel FC$

Gọi $BD \cap AE = \{K\}$

Xét $\triangle BAK$ và $\triangle BEK$ có:

$$BA = BE \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{ABK} = \widehat{EBK} \text{ (BD là phân giác } \widehat{ABC} \text{)}$$

BK chung

$$\Rightarrow \triangle BAK = \triangle BEK \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BKA} = \widehat{BKE} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

Mà $\widehat{BKA} + \widehat{BKE} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

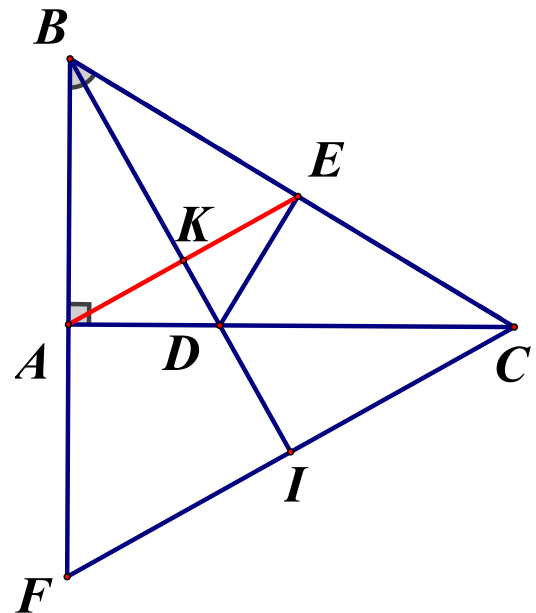
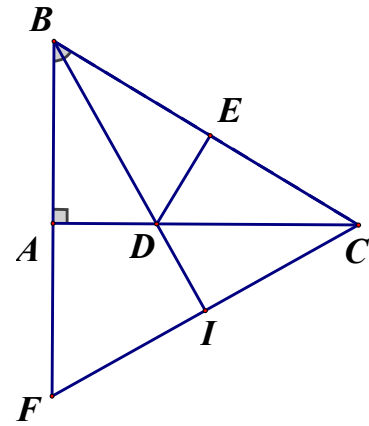
$$\Rightarrow \widehat{BKA} = \widehat{BKE} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BK \perp AE \text{ hay } BD \perp AE$$

Mà $BD \perp FC$ (cmt)

$$\Rightarrow AE \parallel FC \text{ (từ vuông góc đến song song)}$$

d) Chứng minh 3 điểm D, E, F thẳng hàng.



$$\triangle ABD = \triangle EBD \text{ (cmt)}$$

$\widehat{BED} = \widehat{BAD}$ (hai góc tương ứng) mà

$$\widehat{BAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BED} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DEC} = 90^\circ$$

Xét $\triangle DAF$ và $\triangle DEC$ có:

$$DA = DE \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{DAF} = \widehat{DEC} = 90^\circ$$

$$AF = EC \text{ (gt)}$$

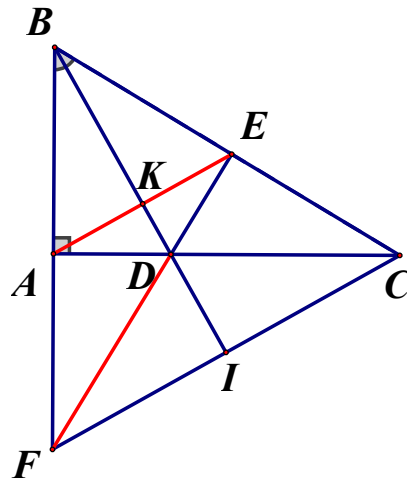
$$\Rightarrow \triangle DAF = \triangle DEC \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{EDC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Mà $\widehat{ADE} + \widehat{EDC} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{ADE} + \widehat{ADF} = 180^\circ \text{ hay } \widehat{EDF} = 180^\circ$$

$\Rightarrow D, E, F$ thẳng hàng.



Bài 14.

a) Xét $\triangle OAD$ và $\triangle OBC$ có:

$$OA = OB \text{ (gt)}$$

\widehat{O} là góc chung

$$OD = OC \text{ (do } OA = OB \text{ và } AC = BD)$$

Do đó $\triangle OAD = \triangle OBC$ (c.g.c)

Suy ra $AD = BC$ (2 cạnh tương ứng)

b) Vì $\triangle OAD = \triangle OBC$ (cmt) nên $\widehat{OAD} = \widehat{OBC}$ (2 góc tương ứng)

Suy ra $\widehat{CAD} = \widehat{DBC}$ (do tính chất hai góc kề bù)

Xét $\triangle EAC$ và $\triangle EBD$ có:

$$\widehat{CAD} = \widehat{DBC} \text{ (cmt)}$$

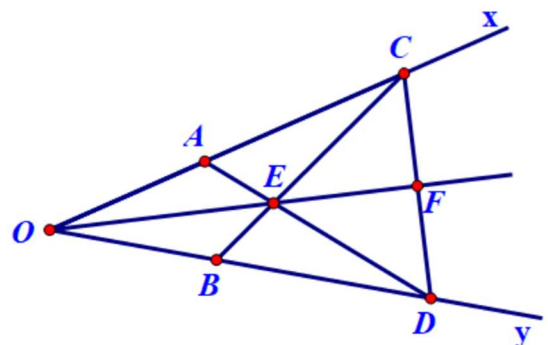
$$AC = BD \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ACE} = \widehat{DBE} \text{ (do } \triangle OAD = \triangle OBC)$$

Do đó $\triangle EAC = \triangle EBD$ (g.c.g)

c) Xét $\triangle OAE$ và $\triangle OBE$ có:

$$OA = OB \text{ (gt)}$$



OE là cạnh chung (do $\triangle EAC = \triangle EBD$)

Do đó $\triangle OAE = \triangle OBE$ (c.c.c)

Suy ra $\widehat{AOE} = \widehat{BOE}$ (2 góc tương ứng)

Nên OE là tia phân giác của góc xOy .

Gọi F là giao điểm của OE và CD .

Xét $\triangle OCF$ và $\triangle ODF$ có:

$OD = OC$ (do $OA = OB$ và $AC = BD$)

$\widehat{COF} = \widehat{DOF}$ (do OE là tia phân giác của góc xOy)

OF là cạnh chung

Do đó $\triangle OCF = \triangle ODF$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{OFC} = \widehat{OFD}$ (2 góc tương ứng)

Mà ra $\widehat{OFC} + \widehat{OFD} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

Nên $\widehat{OFC} = \widehat{OFD} = 90^\circ$

Vậy $OE \perp CD$.

Bài 15.

a) Chứng minh $AB \parallel CD$ và $AB = CD$.

* Vì $AD \parallel BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{CBD}$ (so le trong)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle CDB$, ta có:

BD là cạnh chung

$\widehat{ADB} = \widehat{CBD}$ (cmt)

$AD = BC$ (gt)

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CDB$ (c.g.c) $\Rightarrow AB = CD$ (2 cạnh tương ứng)

và $\widehat{ABD} = \widehat{CDB}$ (2 góc tương ứng). Mà chúng ở vị trí so le trong

$\Rightarrow AB \parallel CD$ (dhn)

b) Chứng minh O là trung điểm AC và BD .

* Vì $AD \parallel BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DAO} = \widehat{BCO}$ (so le trong)

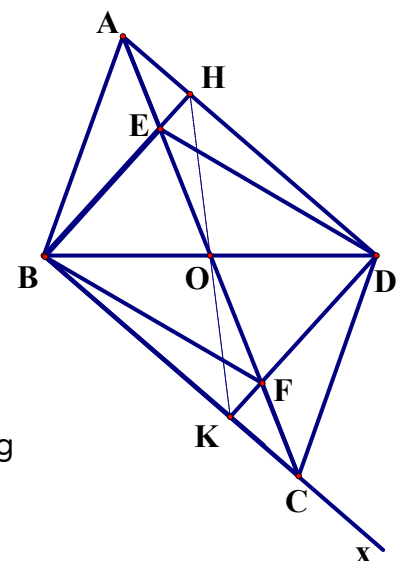
* Xét $\triangle AOD$ và $\triangle COB$, có:

$\widehat{DAO} = \widehat{BCO}$ (cmt)

$AD = BC$ (gt)

$\widehat{ADB} = \widehat{CBD}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB$ (g.c.g)



$\Rightarrow AO = OC ; BO = OD$ (cặp cạnh tương ứng)

$\Rightarrow O$ là trung điểm của AC, BD

c) Chứng minh $ED \parallel BF$ và $ED = BF$.

* Ta có: $AE + EO = AO$

$$CF + FO = OC$$

Mà $AE = CF$

Nên $EO = FO$

* Xét $\triangle EOD$ và $\triangle FOB$, ta có:

$$EO = FO$$

$$\widehat{EOD} = \widehat{BOF} \text{ (đối đỉnh)}$$

$OB = OD$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle EOD = \triangle FOB$ (c.g.c) $\Rightarrow ED = BF$ (2 cạnh tương ứng)

$\widehat{OED} = \widehat{BFO}$ (2 góc tương ứng) $\Rightarrow ED \parallel BF$ (dnhb)

d) Chứng minh K, O, H thẳng hàng

* Xét $\triangle EOB$ và $\triangle FOD$, ta có:

$EO = OF$ (cmt)

$$\widehat{EOB} = \widehat{DOF} \text{ (đối đỉnh)}$$

$BO = OD$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle EOB = \triangle FOD$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{EBO} = \widehat{ODF}$ (2 góc tương ứng)

* Xét $\triangle BHD$ và $\triangle BKD$, có:

$$\widehat{EBO} = \widehat{ODF}$$

BD chung

$$\widehat{ADB} = \widehat{CBD} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle BHD = \triangle BKD$ (c.g.c) $\Rightarrow HD = BK$ (2 cạnh tương ứng)

* Xét $\triangle HOD$ và $\triangle KOB$, có

$HD = BK$ (cmt)

$$\widehat{ADB} = \widehat{CBD} \text{ (cmt)}$$

$OD = OB$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle HOD = \triangle KOB$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{HOD} = \widehat{BOK}$$

$$* \widehat{HOD} + \widehat{HOB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BOK} + \widehat{HOB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{HOK} = 180^\circ.$$

Vậy O, H, K thẳng hàng.

Bài 16.

a) Do DM là đường trung trực của BC và $M \in BC$ nên M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow MB = MC$$

Xét $\triangle DBM$ và $\triangle DCM$ có:

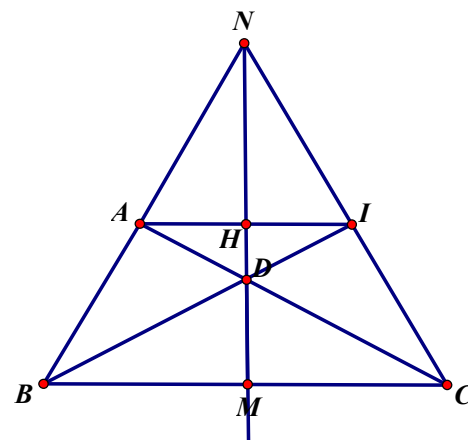
DM là cạnh chung

$$\widehat{DMB} = \widehat{DMC} = 90^\circ$$

$$MB = MC \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle DMB = \triangle DMC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow BD = DC \text{ (hai cạnh tương ứng)} \quad AE = BE$$



b) Do $AH \perp DM$; $BC \perp DM \Rightarrow AH \parallel BC \Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{ACB}$ (hai góc so le trong)

Mà $\triangle DMB = \triangle DMC$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DCB}$ (hai góc tương ứng)

$$\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{DBC}$$

c) Chứng minh tương tự câu a) ta cũng có: $AD = DI$

$$\text{Mà } AC = AD + DC; \quad BI = BD + DI; \quad DB = DC$$

$$\Rightarrow AC = BI$$

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ICB$ có:

BC là cạnh chung

$$\widehat{ACB} = \widehat{IBC} \text{ (câu b)}$$

$$AC = IB \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ICB \text{ (c.g.c)}$$

d) Do $\triangle ABC = \triangle ICB$ (câu b) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ICB}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{DBC} = \widehat{DCB}$ (câu b)

$$\Rightarrow \widehat{DBA} = \widehat{DCI}$$

Xét $\triangle NBI$ và $\triangle NCA$ có:

$$\widehat{BNC} \text{ góc chung; } \widehat{DBA} = \widehat{DCI} \Rightarrow \widehat{NIB} = \widehat{NAC}$$

$$AC = IB \text{ (câu c)}$$

$$\Rightarrow \triangle NBI = \triangle NCA \text{ (g.c.g)}$$

$$\Rightarrow NI = NA \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Mà $AB = CI$ (do $\triangle ABC = \triangle ICB$)

$\Rightarrow NB = NC$

Do đó: $\triangle BMN = \triangle CMN$ (c. c. c)

$\Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{CMN}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{BMN} + \widehat{CMN} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{CMN} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$

$\Rightarrow NM \perp BC$

Lại có: M là trung điểm của BC

$\Rightarrow NM$ là đường trung trực của BC

Mà H thuộc đường trung trực của BC

\Rightarrow Ba điểm N, H, M thẳng hàng.

Bài 17.

a) Do $BH \perp AM$; $CK \perp AM \Rightarrow BH \parallel CK$

Xét $\triangle BHM$ và $\triangle CKM$ có:

$MB = MC$ (gt)

$\widehat{HMB} = \widehat{KMC}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{BHM} = \widehat{CKM} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle BHM = \triangle CKM$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow BH = CK$ (hai cạnh tương ứng)

b) Do $\triangle BHM = \triangle CKM$ (câu a)

$\Rightarrow MH = MK$ (hai cạnh tương ứng)

$\widehat{KMB} = \widehat{HMC}$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle BMK = \triangle CMH$ (c.g.c)

$\Rightarrow BK = CH$; $\widehat{KBM} = \widehat{HCM}$

Mà \widehat{KBM} và \widehat{HCM} ở vị trí so le trong. Vậy $BK \parallel CH$

c) Xét $\triangle BEM$ và $\triangle CFM$ có:

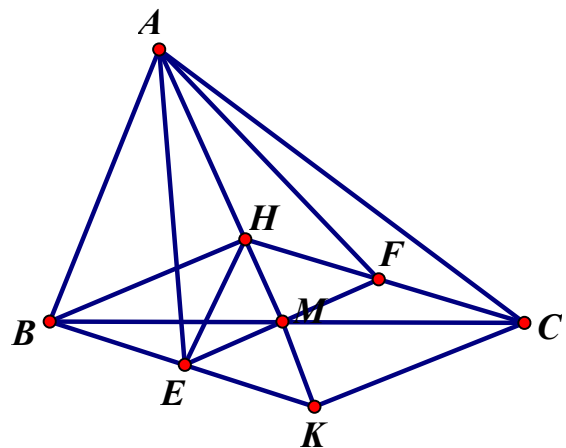
$\widehat{EBM} = \widehat{FCB}$ (câu b)

$BM = MC$ (gt)

$\widehat{BME} = \widehat{CMF}$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle BEM = \triangle CFM$ (g.c.g)

$\Rightarrow BE = CF$ (hai cạnh tương ứng)



d) Do $BK = CH$ (câu b)

$$\text{Mà } BE = \frac{1}{2}BK; \quad BE = CF$$

$$\Rightarrow CF = \frac{1}{2}CH \Rightarrow F \text{ là trung điểm của } HC$$

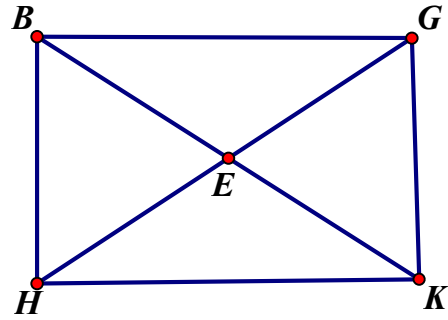
e) Trước hết chứng minh $BE = HE$

+ Trên tia đối của tia EH lấy G sao cho $EG = EH$

$$\Rightarrow \triangle BEH = \triangle KEG \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BH = KG \\ \widehat{HBK} = \widehat{GKB} \end{cases}$$

Mà \widehat{HBK} và \widehat{GKB} ở vị trí so le trong



$$\Rightarrow BH \parallel GK$$

Lại có $BH \perp HK$ ($BH \perp AM$)

$$\Rightarrow KG \perp HK$$

Do đó: $\triangle BHK = \triangle GKH$ (c.g.c)

$$\Rightarrow BK = HG \Rightarrow \frac{1}{2}BK = \frac{1}{2}HG \Rightarrow BE = HE$$

Mặt khác $BE = HF$

$$\text{Vậy } HE = HF$$

+ Xét $\triangle HEM$ và $\triangle HFM$ có:

$$HE = HF$$

MH là cạnh chung

$$EM = MF \text{ (do } \triangle BEM = \triangle CFM)$$

$$\Rightarrow \triangle HEM = \triangle HFM \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{HME} = \widehat{HMF} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Mà } \widehat{HME} + \widehat{HMF} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{HME} = \widehat{HMF} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AME = \triangle AMF \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow AE = AF \text{ (hai cạnh tương ứng).}$$

Bài 18.

a) Có $\widehat{DAI} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ với \widehat{BAH})

Xét $\triangle DAI$ và $\triangle ABH$ có

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{DAI} = \widehat{ABH} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle DAI = \triangle BAH \text{ (ch - gn)}$$

$$\Rightarrow DI = AH$$

b) Có

$$\left. \begin{array}{l} DI \perp AH \\ EK \parallel DI \end{array} \right\} \Rightarrow EK \perp AH$$

Chứng minh tương tự câu a) ta có

$$\triangle KAE = \triangle HCA \text{ (ch - gn)}$$

$$\Rightarrow KE = AH$$

$$\Rightarrow DI = EK$$

c) Gọi O là giao điểm của IK và ED

Có $\triangle OEK = \triangle ODI$ (g.c.g)

$$\Rightarrow OI = OK, OD = OE$$

Suy ra DE và IK cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

d) Có $\widehat{DAC} = \widehat{EAB} = 90^\circ + \widehat{BAC}$

Xét $\triangle DAC$ và $\triangle BAE$ có

$$\Rightarrow CD = BE, \widehat{ADC} = \widehat{ABE}$$

Gọi T là giao điểm của BE, CD ; CD cắt AB tại P

$$\widehat{TPB} + \widehat{TBP} = \widehat{ADP} + \widehat{APD} = 90^\circ$$

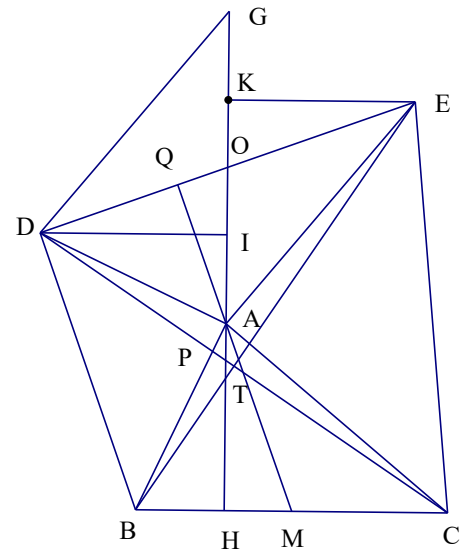
$$\Rightarrow \widehat{BTP} = 90^\circ \Rightarrow CD \perp BE$$

e) Qua D kẻ đường thẳng song song với AE cắt HA tại G

$$\Rightarrow \widehat{DGA} = \widehat{EAG} = \widehat{ACB} \text{ và } \triangle ODG = \triangle OEA \text{ (g.c.g)} \Rightarrow DG = AE = AC, OG = OA = \frac{AG}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{GDA} = \widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{DAE}$$

$$\Rightarrow \triangle DAG = \triangle ABC \text{ (c.g.c)}$$



$$\Rightarrow AG = BC \Rightarrow AO = \frac{BC}{2}$$

f) Xét $\triangle AOE$ và $\triangle CMA$ có

$$AO = CM (= \frac{BC}{2})$$

$$\widehat{OAE} = \widehat{MCA} (= \widehat{DGA})$$

$$AE = CA (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \triangle AOE = \triangle CMA (\text{cgc})$$

$$\Rightarrow OE = AM, \widehat{OEA} = \widehat{MAC}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{DE}{2}$$

Gọi Q là giao điểm của MA và DE

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB (\text{gt}) \\ \widehat{QEA} + \widehat{QAE} = \widehat{QAE} + \widehat{MAC} = 90^\circ \quad \widehat{DAC} = \widehat{EAB} (\text{cmt}) \\ AC = AE \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DAC = \triangle EAB (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow \widehat{AQE} = 90^\circ \Rightarrow MA \perp DE.$$

Bài 19.

a) Xét hai tam giác vuông $\triangle AEM$ và $\triangle AFM$ có

AM chung

$$\widehat{AEM} = \widehat{FAM} (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \triangle AEM = \triangle AFM (\text{ch-gn}) \Rightarrow AE = AF$$

b) Xét $\triangle BEN$ và $\triangle BEM$ có

BE chung

$$\widehat{BEN} = \widehat{BEM} (= 90^\circ)$$

$$EN = EM (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \triangle BEN = \triangle BEM (\text{c.g.c}) \Rightarrow BN = BM$$

Chứng minh tương tự $CI = CM$ Có $BC = BM + MC = BN + CI$

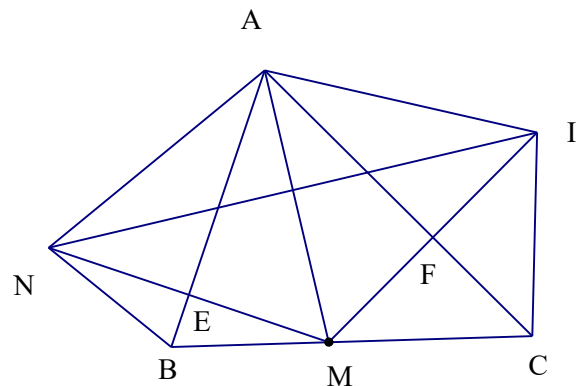
c) Có $\triangle AEN = \triangle AEM (\text{c.g.c}) \Rightarrow \widehat{EAN} = \widehat{EAM}$

Chứng minh tương tự $\widehat{IAF} = \widehat{MAF}$

$$\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MAI} \text{ hay } AM \text{ là phân giác của } \widehat{NAI}$$

d) Có $AN = AM = AI$

$$\text{Để } NI = 2AM \Rightarrow NI = AM + AI$$



Mà $\widehat{NAI} = 2\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$

Vậy để $NI = 2AM$ thì $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

CHƯƠNG V

THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

BÀI 17. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

VD 1.1.

A. Số liệu B. Dữ liệu không là số C. Dữ liệu không là số D. Dữ liệu không là số

VD 1.2.

a) Một số câu hỏi phỏng vấn đề:

1. Tìm hiểu môn học yêu thích của các bạn trong lớp: Nêu ra các đáp án là các môn học để các bạn lựa chọn.

2. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn: Khoảng thời gian sử dụng, thời điểm sử dụng là khi nào

b) Ở ý 1, kết quả thu được là dữ liệu không là số. Ở ý 2, kết quả thu được là số liệu.

VD 2.1. 1. C 2. D

VD 2.2.

"Để đánh giá mức độ phù hợp của đề thi thử môn tiếng Anh, nhà trường đã cho các bạn trong câu lạc bộ Ngữ Văn làm bài và xem kết quả".

Kết luận: Cách khảo sát này là không phù hợp vì các bạn trong câu lạc bộ Ngữ Văn sẽ có khả năng học môn tiếng Anh khác các bạn thích học tiếng Anh, và cũng khác các bạn thích học Toán, ...

Thay đổi: Chọn một nhóm học sinh của mỗi câu lạc bộ và cùng làm một bài thi tiếng Anh.

VD 2.3. Kết luận về tác dụng của thuốc hoàn toàn không chính xác, vì giai đoạn tuổi này là giai đoạn phát triển nhanh về chiều cao một cách tự nhiên, không hoàn toàn là tác dụng của thuốc.

VD 2.4.

a) Có khoảng 10% số người trên thế giới thuận tay trái: Làm khảo sát về tay thuận của bản thân trong một nhóm nhiều người.

b) Trong ba môn Toán, Văn, Anh, môn toán là môn học ưa thích của nhiều học sinh nhất: Làm khảo sát về môn học ưa thích của từng học sinh trong lớp hoặc trong khối, thậm chí toàn trường.

c) Thời gian con người tập trung làm việc nhất là buổi đêm: Thực hiện khảo sát một nhóm người đang ở tuổi đi làm với nhiều đặc điểm nghề nghiệp khác nhau.

d) Chiều cao trung bình của học sinh trong lớp là 1m58: Thống kê số liệu chiều cao và tính toán.

VD 2.5. Học sinh tự thực hành.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

- a) Dữ liệu không phải số
- b) Số liệu
- c) Số liệu
- d) Dữ liệu không phải số

Bài 2. 1. C 2. D 3. C 4. D

Bài 3. Lập bộ câu hỏi và đi khảo sát.

Bài 4.

- a) Các bạn học sinh trong lớp thích học môn toán hơn môn văn: Làm khảo sát về môn học ưa thích trong lớp với tất cả các bạn.
- b) Tập hợp một nhóm người với lứa tuổi, thể trạng, nghề nghiệp khác nhau và sử dụng sản phẩm trong một thời gian, rồi tổng hợp kết quả.
- c) Lập câu hỏi khảo sát mọi người.
- d) Thống kê số liệu về cân nặng và tính toán.

Bài 5. Số lượng người được hỏi quá ít để kết luận.

Bài 6. Học sinh tự thực hiện.

BÀI 18. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

VD 1.1. a) Đuối nước b) Ngã và ngộ độc c) 11% d) 18%

VD 1.2.

a) Các thành phần trong không khí

b) Ta có bảng sau:

Các thành phần	Khí nitrogen	Khí oxygen	Hơi nước, khí carbonic và các khí khác
Tỉ lệ	78%	21%	1%

c) Gồm 3 hình quạt, thể hiện các tỉ lệ phần trăm khác nhau.

d) Khí nitrogen.

e) Trong 1m^3 không khí, $0,78\text{m}^3$ là khí nitrogen, $0,21\text{m}^3$ là khí oxygen và $0,01\text{m}^3$ là hơi nước, khí carbonic và các khí khác.

VD 1.3. a) 10 lần b) Trong 3 tạ đó có 1,5 tạ cam, 0,75 tạ xoài, 0,6 tạ bưởi và 0,15 tạ mít.

VD 1.4. 2,5 triệu đồng cho giáo dục.

VD 1.5. 18% học sinh đăng kí võ thuật.

VD 2.1. Tỉ lệ học sinh đăng kí các nhạc cụ khác nhau trong môn âm nhạc được thống kê như sau:

Nhạc cụ	Piano	Guitar	Violin	Kèn
Tỉ lệ	20%	30%	10%	40%

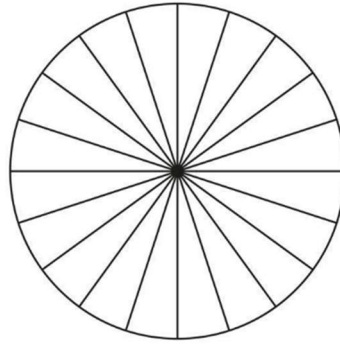
Với tỉ lệ là các số tròn chục, ta sẽ chia hình tròn thành 10 phần, mỗi phần ứng với 10%.

Góc của mỗi hình quạt tròn là 36° .

VD 2.2. Theo khảo sát món ăn ưa thích trên căng tin của học sinh trường, ta có tỉ lệ phần trăm mỗi món như sau:

Món ăn	Cơm rang	Bánh mì	Mỳ xào	Mỳ Ý
Tỉ lệ	35%	25%	20%	20%

Với tỉ lệ là các số chia hết cho 5, ta sẽ chia hình tròn thành 20 phần, mỗi phần ứng với 5%. Góc của mỗi hình quạt tròn là 18° .



VD 2.3. Một khảo sát về môn học ưa thích của học sinh khối 7 được đưa ra và có kết quả như sau:

Môn học	Toán	Văn	Anh	Vật lí	Hóa học	Sinh học	Địa lí	Lịch sử
Tỉ lệ	24%	20%	15%	6%	12%	18%	3%	2%

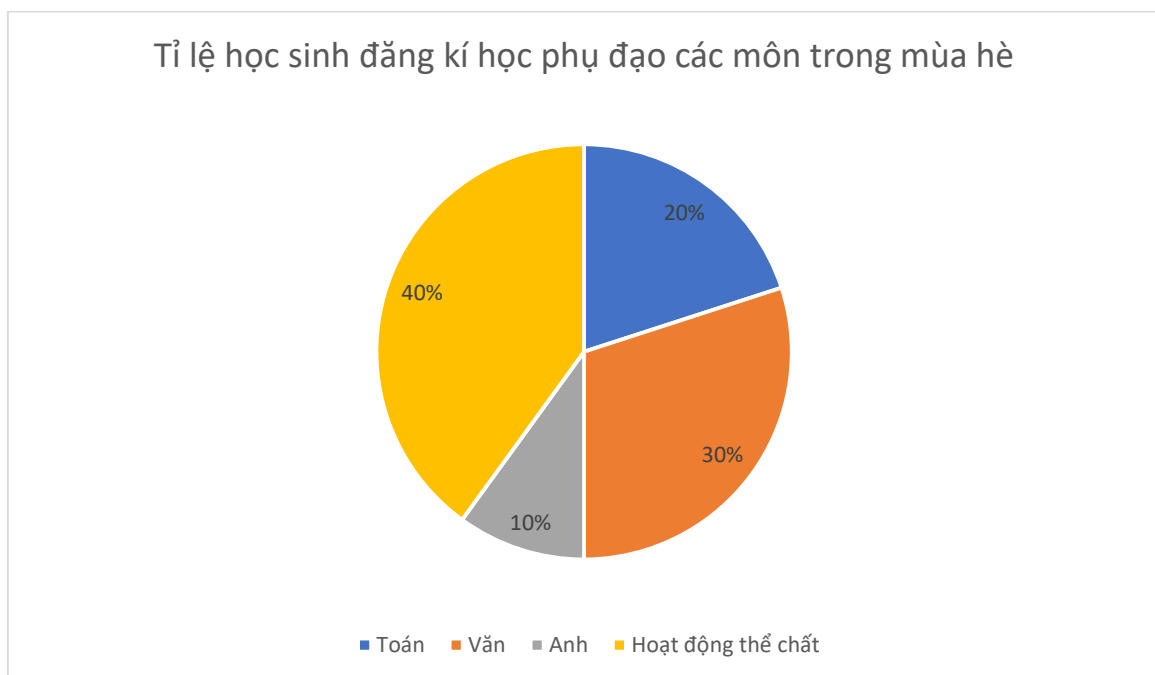
Với tỉ lệ nhiều loại, ta không chia hình thành số phần bằng nhau, mà dựa vào tỉ lệ phần trăm để tính ra góc cho mỗi mục.

Ta biết rằng 1% ứng với $3,6^\circ$, vậy với môn toán, độ lớn của góc của hình quạt tròn là $3,6^\circ \cdot 24 = 86,4^\circ$.

VD 3.1.

- a) Trong thư viện, sách giáo khoa chiếm tỉ lệ nhiều nhất.
- b) Sách giáo khoa hơn truyện thiếu nhi 12% và hơn các loại sách khác 26%.
- c) Giả sử trong thư viện có 500 quyển sách, truyện tất cả. vậy trong đó có 230 quyển sách giáo khoa, 170 cuốn truyện thiếu nhi và 100 quyển sách các loại khác.

VD 3.2. Ta có biểu đồ sau.



VD 3.3. Tương tự VD3.2.

VD 3.4. Tương tự VD3.2.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Quan sát biểu đồ hình quạt tròn dưới đây và trả lời câu hỏi.

a) 3 thành phần lần lượt là tiêu đề, hình tròn biểu diễn dữ liệu, chú giải.

b) Tai nạn đuối nước là phổ biến nhất.

c) 93%

d) Giả sử số trường hợp gặp tai nạn trong năm đó là 2000 ca, số lượng các vụ tai nạn là:

Đuối nước: $2000 \cdot 46\% = 920$ vụ Tai nạn giao thông: $2000 \cdot 25\% = 500$ vụ

Ngã: $2000 \cdot 11\% = 220$ vụ Ngộ độc: $2000 \cdot 11\% = 220$ vụ

Thương tích khác: $2000 \cdot 7\% = 140$ vụ.

Bài 2.

a) Phim hài chiếm tỉ lệ nhiều nhất.

b) Phim hoạt hình chiếm tỉ lệ thấp nhất.

c) 15%

d) Phim phiêu lưu, mạo hiểm và phim hình sự có số lượng người chọn tương đồng nhau.

e) Ta có bảng sau:

Thể loại phim	Phim hài	Phim phiêu lưu, mạo hiểm	Phim hình sự	Phim hoạt hình
Tỉ lệ	30%	27%	28%	15%

f) Phim hài: 30 học sinh

Phim phiêu lưu, mạo hiểm: 27 học sinh

Phim hình sự: 28 học sinh

Phim hoạt hình: 15 học sinh

Bài 3.

a) 37,5%

b) Tổng số học sinh là $130 : 32,5\% = 400$ học sinh.

Số học sinh đăng kí môn toán: 150 học sinh

Số học sinh đăng kí môn văn: 120 học sinh

Bài 4. Học sinh thao tác vẽ theo phần ví dụ.

Bài 5. Học sinh thao tác vẽ theo phần ví dụ.

Bài 6. Học sinh thao tác vẽ theo phần ví dụ.

Bài 7. 12% mỗi loại.

BÀI 19. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

VD 1.1.

- a) Tên biểu đồ là "chiều cao của bé Lan". Quãng thời gian là 8 năm.
- b) Lan cao 80cm khi em ấy 4 tuổi.
- c) Đến thời điểm 6 tuổi, Lan đã cao thêm 10cm.
- d) Lan cao 110cm năm 8 tuổi.
- e) Ở thời điểm 5 tuổi, Lan cao khoảng 85cm.
- f) Em hãy dự đoán chiều cao của Lan khi em ấy 10 tuổi: Học sinh nêu dự đoán.

VD 1.2.

- a) 20 xe được bán trong tháng 5.
- b) Tổng số xe bán được trong 3 tháng đầu tiên của năm là 59 xe.
- c) Số xe được bán trong tháng 7 nhiều hơn trong tháng 5 là 6 xe.
- d) Tháng 7 bán được 26 xe.
- e) Điền kết quả Đúng/Sai vào bảng sau:

a)	Tháng 1 và tháng 12 có số xe bán được ít nhất.	Đúng
b)	Số lượng xe bán được tăng đột biến từ tháng 3 tới tháng 8.	Sai
c)	Tháng 8 có số xe bán được gấp đôi tháng 12.	Đúng
d)	Cửa hàng bán được nhiều xe nhất vào tháng 8 và tháng 9.	Đúng
e)	Số ô tô bán được giảm từ tháng 8 tới tháng 12.	Đúng

- f) Em hãy điền số liệu vào bảng thống kê dưới đây:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số xe	15	20	24	22	20	23	26	32	28	21	18	16

VD 1.3.

- a) Năm 2005 đội cứu hộ nuôi nhiều chim cánh cụt nhất.
- b) Số lượng chim cánh cụt được nuôi trong năm 2007 là 51 con.
- c) Hai năm liên tiếp 2009, 2010 có số lượng chim cánh cụt không đổi.
- d) Số lượng chim cánh cụt giảm rõ rệt giữa hai năm 2008 và 2009.
- e) Năm 2014 số lượng chim cánh cụt là 35 con.

f) Sự chênh lệch giữa số lượng chim cánh cụt giữa năm nhiều nhất và năm thấp nhất là 35 con.

VD 1.4.



a) Điểm số nhiều bạn đạt được nhất là điểm 7.

b) Có 6 bạn đạt được 5 điểm.

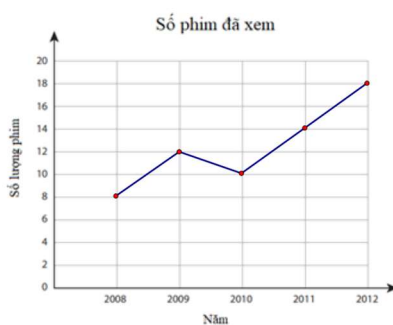
c) Có 22 bạn đạt được điểm từ 8 trở lên.

d) Có 7 bạn đạt điểm dưới 5.

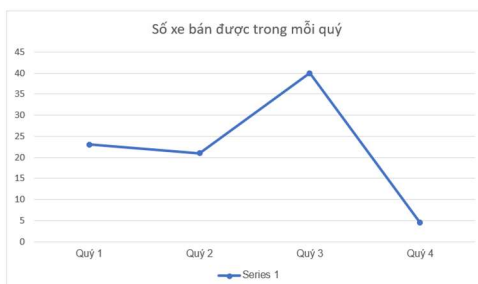
e) Ta có bảng sau:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	0	0	1	2	4	6	9	11	10	7	5

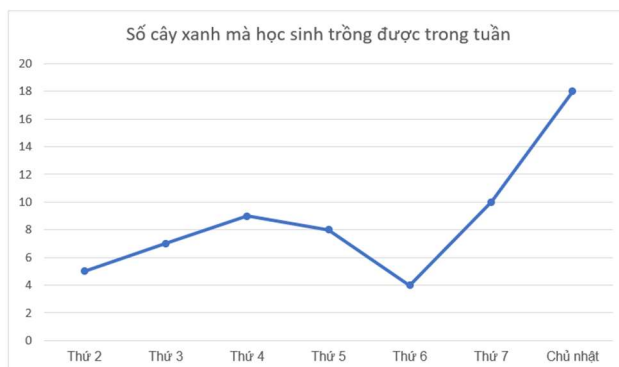
VD 2.1.



VD 2.2.



VD 2.3.



VD 2.4.



VD 2.5. Học sinh tự giải tương tự ví dụ

VD 3.1. Học sinh tự giải tương tự ví dụ

VD 3.2. Học sinh tự giải tương tự ví dụ

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Tên biểu đồ: Thứ hạng của bóng đá Việt Nam.

Trục ngang: Các năm, từ 2016 đến 2020.

Trục dọc: Thứ hạng.

Bài 2. Năm 2016 có số vụ tai nạn cao nhất và năm 2020 có số vụ tai nạn thấp nhất.

Bài 3. Quan sát biểu đồ sau và trả lời câu hỏi:

a) Năm 2010, số lượng hà mã ở đây là 34 con.

b) Số lượng hà mã năm 2007 là 26 con.

c) Số lượng hà mã lên tới 30 con vào năm 2008.

d) Năm 2010 ghi nhận số lượng hà mã lớn nhất.

e) Số lượng hà mã tăng dần từ năm 2005 tới năm 2010.

f) Dự đoán xu hướng về số lượng của hà mã ở khu bảo tồn trong thời gian sau năm 2010:

Tiếp tục tăng lên.

Bài 4.

Thời điểm (h)	9	11	13	15	17
Số lượt khách	40	50	20	35	45

Ta sẽ điền số lượt khách tương ứng vào các dấu hỏi chấm.

Bài 5.

- a) Tổng số xe bán được trong 5 ngày vừa qua là 27 xe.
- b) Ngày thứ 6 bán được nhiều xe nhất.
- c) Trong ngày thứ 4, số xe bán được là 6 xe.
- d) Ngày thứ 2 bán được ít xe nhất.
- e) Số xe bán trong ngày thứ 3 nhiều hơn ngày thứ 2 là 2 xe.

Bài 6.

- a) Tính tổng số khách tới quán vào buổi sáng: 39 khách
- b) Khách đến nhiều nhất vào lúc 11h sáng.
- c) Có 6 khách đến lúc 8h sáng.
- d) Đây là quãng thời gian đi làm trong công ty.

Bài 8. 1991 đến 2017.

Bài 9. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

Bài 10. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

Bài 11. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

Bài 12. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

Bài 13. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

Bài 14. Học sinh thao tác tương tự ví dụ.

ÔN TẬP CHƯƠNG 5

Bài 1. Cho biểu đồ biểu diễn cơ cấu tiêu dùng các dạng năng lượng của toàn cầu năm 2019. Biết rằng, năng lượng hoá thạch bao gồm: than, dầu và khí.

- Dạng năng lượng dầu chiếm tỉ lệ lớn nhất.
- Năng lượng hóa thạch chiếm 84,3%, năng lượng nhân tạo chiếm 15,7%. Vậy sự chênh lệch là 68,6%.
- 16,92 lần.

Bài 2.

- Biểu đồ cho biết kim ngạch xuất khẩu hàng hóa của Việt Nam trong các năm từ 2016 tới 2020.
- 50,2 tỉ đô la Mỹ.
- 7%
- Tăng trưởng đều.
- Tiếp tục tăng trưởng.

Bài 3.

a) Từ biểu đồ, em hãy hoàn thành bảng thống kê số lượng qua từng ngày.

Thứ	2	3	4	5	6
Số lượng (bánh)	5	4	7	5	10

b) Trả lời các câu hỏi sau:

- Ngày thứ 6 bán được nhiều bánh nhất;
- ngày thứ 3 bán được ít bánh nhất.
- Ngày thứ 2 và ngày thứ 5 có số bánh bán được bằng nhau.
- Tổng số lượng bánh bán được trong 5 ngày là 31 cái bánh.
- Số bánh chênh lệch giữa ngày bán được nhiều nhất và ngày bán được ít nhất là 6 cái bánh.

Bài 4.

- Biểu đồ này cho ta biết số lượng máy tính bán được.
- Trong tháng Sáu, cửa hàng bán được loại máy tính xách tay nhiều hơn.
- Hai loại máy tính có sự thay đổi rõ rệt về số lượng bán. Thời gian tới của hàng nên nhập loại máy tính xách tay.

Bài 5. Ta có biểu đồ:

