CHƯƠNG II

SỐ THỰC

BÀI 5. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

VD 1.1.

$\frac{-1}{40}$ là số thập phân hữu hạn.

$0,2222...$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$-0,3(2)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$\frac{7}{80}$ là số thập phân hữu hạn.

$0,(142857)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

VD 1.2.

a) $\frac{245}{1120}=\frac{7}{32}=\frac{7}{2^5}$

Mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

b) $\frac{125}{300}=\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2.3}$

Mẫu có ước nguyên tố là 3, khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

c) $\frac{17}{26}=\frac{17}{2.13}$

Mẫu có ước nguyên tố là 13, khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

VD 2.1.

$\frac{-9}{40}=0,225$ vì mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5 nên phân số $\frac{-9}{40}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

$\frac{5}{11}=0,(45)$ vì mẫu có ước nguyên tố là 11 khác 2 và 5 nên phân số $\frac{5}{11}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Tương tự: $\frac{28}{175}=0,16$ $\frac{11}{24}=0,458(3)$ $\frac{-13}{45}=0,2(8)$

$\frac{9}{80}=0,1125$ $\frac{44}{121}=0,(36)$ $\frac{55}{75}=0,7(3)$ $2\frac{24}{33}=2,(72)$

VD 3.1.

$0,\left(32\right)=\frac{32}{99}$

$0,3\left(23\right)=\frac{3}{10}+\frac{23}{990}=\frac{32}{99}$

$0,\left(3232\right)=\frac{3232}{9999}=\frac{32}{99}$

$\Rightarrow 0,\left(32\right)=0,3\left(23\right)=0,\left(3232\right)$

VD 3.2.

a) $x = 3,21\left(132\right);\ y = 3,21\left(123\right)\Rightarrow x > y$

b) $x = 0,212112\ldots;\ y = 0,2121112\ldots\Rightarrow x > y$

c) $x = -2,257917;\ y = -2,257913\ldots\Rightarrow x < y$

VD 3.3.

a) $0,\left(26\right)=0,2626\ldots > 0,261$

b) $\overline{0,\left(a_1a_2\right)}=\frac{\overline{a_1a_2}}{99};\ \overline{0,a_1\left(a_2a_1\right)}=\frac{\overline{a_1a_2a_1}-a_1}{990}=\frac{\overline{a_1a_20}}{990}=\frac{\overline{a_1a_2}}{99};$

$\overline{0,\left(a_1a_2a_1a_2\right)}=\frac{\overline{a_1a_2a_1a_2}}{9999}=\frac{\overline{a_1a_2}.101}{99.101}=\frac{\overline{a_1a_2}}{99}\Rightarrow\overline{0,\left(a_1a_2\right)}=\overline{0,a_1\left(a_2a_1\right)}=\overline{0,\left(a_1a_2a_1a_2\right)}$

c) $0,15=\frac{15}{100}=\frac{3}{20};0,14\left(9\right)=\frac{149-14}{900}=\frac{135}{900}=\frac{3}{20}\Rightarrow 0,15=0,14(9)$ và $0,14\left(9\right)$

VD 3.4.

a) $x=0,389642...;\ y=0,389643...$ Chọn $a=0,389643$ được x < a < y.

b) $x=-0,876544\ldots;\ y=-0,876543\ldots$ Chọn $a=-0,876544$ được x < a < y.

VD 4.1. $936728\approx 936730$; $198576\approx 198580$; $2398761\approx 2398760$; $8495\approx 8500$

VD 4.2. $76318\approx 76300$; $34256\approx 34200$; $346749\approx 346700$; $1895678\approx 1895700$

VD 4.3.

a) $4,36894\approx 4,4$; $4,36894\approx 4,369$

b) $-3,245801\approx -3,2$; $-3,245801\approx -3,246$

c) $-39,2198\approx -39,2$; $-39,2198\approx -39,220$

d) $639571,43459\approx 639571,4$; $639571,43459\approx 639571,435$

VD 4.4.

a) $2549\approx 2500$.

$3454093\approx 3454100$.

$2344598 \approx 2344600$.

$349231382 \approx 349231400$.

b) $345,52329 \approx 345,52$.

$9835,99547 \approx 9836,00$.

$7,967307 \approx 7,97$.

$45256,359284 \approx 45256,36$.

VD 4.5.

a) Số nhỏ nhất là 11500 và số lớn nhất là 12499

b) Số nhỏ nhất là 319500 và số lớn nhất là 320499

c) Số nhỏ nhất là 15650 và số lớn nhất là 15749.

d) Số nhỏ nhất là -156749 và số lớn nhất là -156650.

VD 4.6.

a) $A = \dfrac{(11,81+8,19).2,25}{6,75} = \dfrac{20.2,25}{2,25.3} = \dfrac{20}{3} \approx 7$.

b) $B = \dfrac{(4,6+5:6,25).4}{4.0,125+2,31} = \dfrac{4,6.4+\dfrac{5}{6,25}.4}{0,5+2,31} = \dfrac{18,4+0,8.4}{2,81} = \dfrac{18,4+3,2}{2,81} = \dfrac{21,6}{2,81} = \dfrac{2160}{281} \approx 8$.

VD 5.1.

a) $0,15 = \dfrac{3}{20}$ b) $-3,24 = \dfrac{-81}{25}$ c) $0,128 = \dfrac{16}{125}$ d) $-4,25 = \dfrac{-17}{4}$

VD 5.2.

a) $0,(6) = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$ b) $0,(31) = \dfrac{31}{99}$ c) $0,0(13) = \dfrac{1}{10}.\dfrac{13}{99} = \dfrac{13}{990}$

d) $1,11(23) = \dfrac{111}{100} + \dfrac{23}{9900} = \dfrac{2753}{2475}$ e) $-0,(123) = \dfrac{-123}{999} = \dfrac{-41}{333}$

VD 5.3.

Viết số thập phân ra phân số	Diện tích hình chữ nhật
$0,26 = \dfrac{13}{50}$	$S = 13.50 = 650(cm^2)$
$0,454545... = 0,(45) = \dfrac{45}{99} = \dfrac{5}{11}$	$S = 5.11 = 55(cm^2)$
$0,13777... = 0,13(7) = \dfrac{13}{100} + \dfrac{7}{900} = \dfrac{31}{225}$	$S = 31.225 = 6975(cm^2)$

VD 5.4.

a) $0,(3)+0,(67)$

b) $0,(15).11=\frac{5}{33}.11=\frac{5}{3}$

c) $\frac{4}{9}+1,2(31)-0,(13)=\frac{4}{9}+\frac{1219}{990}-\frac{13}{99}=\frac{139}{90}=\frac{1}{3}+\frac{67}{99}=\frac{100}{99}$

d) $2\frac{1}{2}-3,4(12)-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+0,5-3\frac{1}{2}\right)2\frac{1}{2}-3,4(12)-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+0,5-3\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{5}{2}-\frac{563}{165}-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}-\frac{563}{165}-\frac{4}{3}-\frac{5}{6}=-3\frac{13}{165}$.

VD 5.5.

a) $0,(37).x=1$

$\frac{37}{99}.x=1$

$x=\frac{99}{37}$

b) $0,(26).x=1,2(31)$

$\frac{26}{99}.x=\frac{1219}{990}$

$x=\frac{1219}{260}$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Ta có: $\frac{-49}{140}=\frac{-7}{20}=\frac{-7}{2^2.5}$; $\frac{100}{275}=\frac{4}{11}$; $\frac{11}{6}=\frac{11}{2.3}$; $\frac{65}{30}=\frac{13}{6}=\frac{13}{2.3}$; $\frac{33}{150}=\frac{11}{50}=\frac{11}{2.5^2}$;

$\frac{45}{36}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}$; $\frac{12}{27}=\frac{4}{9}=\frac{4}{3^2}$; $\frac{26}{39}=\frac{2}{3}$

Phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn là: $\frac{-49}{140};\frac{33}{150};\frac{45}{36}$

Phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là: $\frac{100}{275}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{65}{30};\frac{12}{27}$; $\frac{26}{39}$

Bài 2. Ta có: $\frac{-5}{64}=\frac{-5}{2^6}$; $\frac{7}{625}=\frac{7}{5^4}$; $\frac{-13}{4000}=\frac{-13}{2^5.5^3}$; $\frac{9}{1024}=\frac{9}{2^{10}}$.

Các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì mẫu không chứa các thừa số nguyên tố khác 2 và 5.

$\frac{-5}{64}=-0,078125$; $\frac{7}{625}=0,0112$; $\frac{-13}{4000}=-0,00325$; $\frac{9}{1024}=0,0087890625$.

Bài 3. Ta có: $\frac{-8}{30}=\frac{-4}{3.5}$; $\frac{2}{15}=\frac{2}{3.5}$; $\frac{11}{37}$; $\frac{-4}{55}=\frac{-4}{5.11}$.

Các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì mẫu có chứa một trong các thừa số nguyên tố $3,11,37$ khác 2 và 5.

$\frac{-8}{30}=-0,2(6)$; $\frac{2}{15}=0,1(3)$; $\frac{11}{37}=0,(297)$; $\frac{-4}{55}=-0,0(72)$.

Bài 4. $0,475=\frac{19}{40};\ -2,84=\frac{-71}{25};\ 7,375=\frac{59}{8}$

Bài 5.

a) $0,(8)=\frac{8}{9};\ -17,(23)=-17-0,(21)=-17-\frac{21}{99}=-17-\frac{7}{33}=\frac{-568}{33};$

b) $0,2333\ldots.=0,2(3)=\frac{23-2}{90}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30};\ 0,15(432)=\frac{15432-15}{99900}=\frac{15417}{99900}=\frac{571}{3700};$

$-1,4(51)=-1\frac{451-4}{990}=-1\frac{447}{990}=-1\frac{149}{330}=-\frac{479}{330}.$

Bài 6.

a) $10,(3)+0,(4)-8,(6)=10\frac{3}{9}+\frac{4}{9}-8\frac{6}{9}=2\frac{1}{9}=2,(1).$

b) $3\frac{1}{2}.\frac{4}{49}-\left[2,(4).2\frac{5}{11}\right]:\left(-\frac{42}{53}\right)=\frac{7}{2}.\frac{4}{49}-\left[2\frac{4}{9}.2\frac{5}{11}\right]:\left(-\frac{42}{53}\right)=\frac{2}{7}-\left[\frac{22}{9}.\frac{27}{11}\right].\left(\frac{-53}{42}\right)$

$=\frac{2}{7}-6.\left(\frac{-53}{42}\right)=\frac{2}{7}+\frac{53}{7}=\frac{55}{7}=7\frac{6}{7}$

Bài 7. Thực hiện các phép tính:

a) $0,2777\ldots.+0,3555\ldots.=0,2(7)+0,3(5)=\frac{27-2}{90}+\frac{35-3}{90}=\frac{5}{18}+\frac{16}{45}=\frac{19}{30}$

b) $1,5454\ldots.-0,8181\ldots-0,75=1,(54)-0,(81)-0,75=1\frac{54}{99}-\frac{81}{99}-\frac{3}{4}$

$=1\frac{6}{11}-\frac{9}{11}-\frac{3}{4}=\frac{17}{11}-\frac{9}{11}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{44}.$

c) $1:10,2(6):0,41(6)\ .\ 0,42(7)=1:10\frac{26-2}{90}:\frac{416-41}{900}.\frac{427-42}{900}$

$=1:10\frac{4}{15}:\frac{5}{12}.\frac{77}{180}=1:\frac{154}{15}:\frac{5}{12}.\frac{77}{180}=1.\frac{15}{154}.\frac{12}{5}.\frac{77}{180}=\frac{1}{10}.$

Bài 8. Ta có: $\frac{x+4}{30}=\frac{x+4}{2.3.5}$ có mẫu chứa thừa số nguyên tố khác 2 và 5 nên để phân số $\frac{x+4}{2.3.5}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn thì $(x+4)\vdots 3$

Suy ra:

$x+4=6\Rightarrow x=2\ (TM);$

$x+4=9\Rightarrow x=5\ (TM);$

$x+4=12\Rightarrow x=8\ (TM);$

$x+4=15\Rightarrow x=11\ (L).$

Vậy $x\in\{2;\ 5;\ 8\}.$

Bài 9.

a) $\left[0,\left(37\right)+0,\left(62\right)\right].x=10$

$x=10:\left[0,\left(37\right)+0,\left(62\right)\right]$

$x=10:\left[\frac{37}{99}+\frac{62}{99}\right]$

$x=10:1$

$x=10$

b) $0,\left(12\right):1,\left(6\right)=x:0,\left(4\right)$

$x=0,\left(12\right).0,\left(4\right):1,\left(6\right)$

$x=\frac{12}{99}.\frac{4}{9}:1\frac{6}{9}$

$x=\frac{12}{99}.\frac{4}{9}:\frac{5}{3}$

$x=\frac{16}{495}$

$x=0,0(32)$

c) $\frac{0,(3)+0,(384615)+\frac{3}{13}x}{0,0(3)+13}=\frac{50}{85}$

$\frac{\frac{3}{9}+\frac{384615}{999999}+\frac{3}{13}x}{\frac{3}{90}+13}=\frac{10}{17}$

$\frac{\frac{1}{3}+\frac{5}{13}+\frac{3}{13}x}{\frac{1}{30}+13}=\frac{10}{17}$

$\frac{\frac{28}{39}+\frac{3}{13}x}{\frac{391}{30}}=\frac{10}{17}$

$\frac{28}{39}+\frac{3}{13}x=\frac{10}{17}.\frac{391}{30}=\frac{23}{3}$

$\frac{3}{13}x=\frac{23}{3}-\frac{28}{39}=\frac{271}{39}$

$x=\frac{271}{39}:\frac{3}{13}$

$x=\frac{271}{9}$

Bài 10.

a) $\frac{5}{7} = 0,(714285) = 0,714285\ 714285\ 714285...$

Số thập phân $0,(714285)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kỳ gồm 6 chữ số.

Lại có 2018 chia 6 chia 6 dư 2 nên chữ số thập phân thứ 2018 sau dấu phẩy của số $0,(714285)$ là chữ số 1.

b) $\frac{17}{900} = 0,01(8) = 0,018888888....$

Số thập phân $0,01(8)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp mà phần bất thường có hai chữ số và chu kỳ có 1 chữ số.

Ta lại có $2019 > 2$ nên chữ số thập phân thứ 2019 đứng sau dấu phẩy của số $0,01(8)$ là chữ số 8.

c) $\frac{24}{17} = 1,(4117647058823529)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn mà chu kỳ gồm 16 chữ số. Ta lại có $2^{10} = 1024$ và 1024 chia hết cho 16 nên chữ số thập phân thứ 2^{10} sau dấu phẩy là chữ số 9.

Bài 11. Thay chữ cái bằng số thích hợp:

a) $1 : \overline{0,abc} =$ a + b + c $\Rightarrow 1 : \frac{\overline{abc}}{1000} = a+b+c \Rightarrow \frac{1000}{\overline{abc}} = a+b+c$

$\Rightarrow\ a+b+c$ là ước của 1000 và không quá 27.

$\Rightarrow 1 : 0,125 = 1+2+5$

b) $1 : \overline{0,0abc} = a+b+c+d \Rightarrow 1 : \frac{\overline{abc}}{10000} = a+b+c+d \Rightarrow \frac{10000}{\overline{abc}} = a+b+c+d$

$a+b+c+d$ là ước của 10000 và $10 < a+b+c+d \le 36$

$\Rightarrow 1 : 0,0625 = 6+2+5+3$

c) $\overline{0,x(y)} - \overline{0,y(x)} = 8.0,0(1),\ x+y=9$

Ta có: $\frac{\overline{xy}-x}{90} - \frac{\overline{yx}-y}{90} = \frac{8}{90} \Rightarrow \overline{xy} - x - \overline{yx} + y = 8$

$\Rightarrow 8(x-y) = 8 \Rightarrow x-y = 1$

Mà $x+y=9$. Do đó: $x=5, y=4$.

Bài 12. Gọi phân số tối giản phải tìm là $\frac{a}{b}$ với $a,b \in Z^+, (a,b)=1$

Ta có: $ab = 550 = 2.5^2.11$

Vì b không chứa thừa số 11 và $b \ne 1$ nên $b \in \{2;\ 25;\ 50\}$

Ta tìm được các phân số thỏa mãn: $\frac{275}{2} = 137,5;\ \frac{22}{25} = 0,88;\ \frac{11}{50} = 0,22.$

Bài 13.

a) $\frac{35n+3}{70}=\frac{35n+3}{2.5.7}\ \left(n\in\mathbb{N}\right)$ vì mẫu chứa thừa số nguyên tố 7, 2 và 5 mà tử không chia hết cho 7 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

b) $\frac{10987654321}{(n+1)(n+2)(n+3)}\ \left(n\in\mathbb{N}\right)$ có mẫu là ba số tự nhiên liên tiếp nên mẫu chứa các thừa số nguyên tố 2 và 3. Mà tử không chia hết cho $3,2$ nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

c) $\frac{7n^2+21n}{56n}=\frac{7n(n+3)}{7n.8}=\frac{n+3}{2^3}\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

d) $\frac{83!\ +\ 1}{1328n}\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

Vì tử số là $83!\ +\ 1$ không chia hết cho 83, mẫu $1328n=83.16n\vdots 83\left(n\in N^*\right)$ nên khi phân số là phân số tối giản thì mẫu vẫn chứa ước nguyên tố là 83. Lại có tử không chia hết cho 2, mẫu chia hết cho 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần tạp.

e) $\frac{3n^2+21n}{45n}=\frac{3n(n+7)}{3n.15}=\frac{n+7}{3.5}\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

+) Nếu n chia cho 3 dư 2 thì $(n+7)\vdots 3$, ta có mẫu của phân số $\frac{n+7}{3.5}$ chỉ chứa thừa số nguyên tố 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

+) Nếu n chia cho 3 có dư khác 2 thì $(n+7)$ không chia hết cho 3, mẫu lại chứa thừa số nguyên tố 3 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- Nếu lại có n chia 5 dư 3 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.
- Nếu n chia 5 có số dư khác 3 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

Bài 14. Ta có: $A=\frac{1}{1,\underbrace{00..01}_{99}}=\frac{1\overbrace{0...0}^{99}}{1\underbrace{0...01}_{99}}$.

Nhân cả tử và mẫu với $\underbrace{99...9}_{100}$, ta được $\frac{\overbrace{9...9}^{100}\overbrace{0...0}^{100}}{\underbrace{9...9}_{100}\underbrace{9...9}_{100}}$.

Theo quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn thành phân số thì số $0,(\underbrace{9...9}_{100}\underbrace{0...0}_{100})$ viết thành phân số trên.

Vậy $A=0,(\underbrace{9...9}_{100}\underbrace{0...0}_{100})$.

Bài 15. Xét $\frac{1}{A}$, mẫu A không chứa thừa số nguyên tố 2 và 5 nên $\frac{1}{A}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.

$$\frac{1}{A}=\frac{\overline{a_1a_2...a_n}}{\underbrace{99...9}_{n}}\Rightarrow \underbrace{99...9}_{n}=A.\overline{a_1a_2...a_n}\Rightarrow \underbrace{99...9}_{n}\vdots A.$$

Bài 16.

a) $\frac{3n^2+3n}{12n}=\frac{n+1}{4}\ \left(n\in\mathbb{N}\right)$

Mẫu có ước nguyên tố là 2 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

b) $\frac{6n+1}{12n}\left(n\in\mathbb{N}\right)$

Mẫu có ước nguyên tố là 3 khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

c) $\frac{121n+11n^2}{55n}\ \left(n\in\mathbb{N}\right)$

$=\frac{11+n}{5}$

Mẫu có ước nguyên tố là 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

d) $\frac{35n+3}{70}\left(n\in\mathbb{N}\right)$

Mẫu có ước nguyên tố là 7 khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Bài 17.

a) $\frac{1}{7}=0,\left(142857\right);\frac{2}{7}=0,\left(285714\right)$

$\frac{3}{7}=0,\left(428571\right);\frac{4}{7}=0,\left(571428\right)$

$\frac{5}{7}=0,\left(714285\right);\frac{6}{7}=0,\left(857142\right)$

b) Ta có $\frac{5}{7}=0,714285714285714285....$

Chu kì tuần hoàn là 6 mà $100:6$ được 16 dư 4, suy ra chữ số thứ 100 sau dấu phẩy của số thập phân vô hạn tuần hoàn trên là chữ số 2.

c) Ta có $\frac{3}{7}=0,428571428571428571....$

Số chữ số 5 đầu tiên trong cách viết số thập phân vô hạn tuần hoàn trên là $2015:5=403$

Chu kì là 6, nên từ chữ số 5 thứ nhất đến chữ số thứ 403 có $6.\left(403-1\right):1+1=2413$ (chữ số). Trong chu kì đầu tiên có 5 chữ số đứng trước chữ số 5 nên có tất cả $2413+5=2418$ (chữ số)

Vậy chữ số 5 cuối cùng trong cách viết trên là chữ số thứ 2418.

Bài 18. Mật độ dân số khu vực Đông Nam Á gấp mật đọ dân số thế giới một số lần là

$124:48=2,58(3)\approx 2,6$ (lần)

Bài 19. Trung bình mỗi giờ xe lửa đi được số km là: $1726:33\approx 52,3$ (km)

Bài 20. Đường thủy từ thành phố Hồ Chí Minh đến từ Trường là: $360.1,852\approx 666.72$ (km)

Bài 21. Đổi 1 kg $=1000$ g; 1kg ≈ 35.27 ao xơ $\approx 35.27:16\approx 2.2$ pao

BÀI 6. SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

VD 1.1.

a) Vì $3^2 = 9$ và $3 > 0$ nên $\sqrt{9} = 3$.

b) Vì $4^2 = 16$ và $4 > 0$ nên $\sqrt{16} = 4$.

c) Vì $5^2 = 25$ và $5 > 0$ nên $\sqrt{25} = 5$.

d) Vì $11^2 = 121$ và $11 > 0$ nên $\sqrt{121} = 11$.

VD 1.2.

a) Vì $3600 = 2^4.3^2.5^2 = \left(2^2.3.5\right)^2 = \left(60\right)^2$ nên $\sqrt{3600} = 60$.

b) Vì $129600 = 2^6.3^4.5^2 = \left(2^3.3^2.5\right)^2 = \left(360\right)^2$ nên $\sqrt{129600} = 360$.

c) Vì $291600 = 2^4.3^6.5^2 = \left(2^2.3^3.5\right)^2 = \left(540\right)^2$ nên $\sqrt{291600} = 540$.

d) Vì $705600 = 2^6.3^2.7^2.5^2 = \left(2^3.3.7.5\right)^2 = \left(840\right)^2$ nên $\sqrt{705600} = 840$.

VD 1.3. Hình vuông có cạnh là a thì diện tích là a^2. Vậy đồ dài cạnh hình vuông là căn bậc hai số học của diện tích.

a) Diện tích là $81m^2$ thì cạnh là $\sqrt{81} = 9m$.

b) Diện tích là $3600cm^2$ thì cạnh là $\sqrt{3600} = 60cm$.

c) Diện tích là $\frac{81}{4}m^2$ thì cạnh là $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}m$.

d) Diện tích là $0,0225dm^2$ thì cạnh là $\sqrt{0,0225} = 0,15dm$.

VD 1.4. Đổi $225\ m^2 = 2250000cm^2$

Diện tích một viên gạch là $30^2 = 900cm^2$.

Số viên gạch cần dùng là $2250000 : 900 = 2500$.

VD 2.1. Sử dụng máy tính cầm tay tính căn bậc hai số học của các số sau và làm tròn đến hàng phần nghìn.

a) 3 b) 15 c) $\frac{113}{7}$ d) 7,123

VD 2.2. Sử dụng máy tính cầm tay tính căn bậc hai số học của các số sau rồi làm tròn các kết quả với độ chính xác 0,005

a) 7 b) 91 c) $\frac{53}{5}$ d) 0,371.

VD 3.1.

a) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x}+1 \geq 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 1 khi $x = 0$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq 1$

Có $\sqrt{x-1} \geq 0$ thì $7\sqrt{x-1} \geq 0$ hay $7\sqrt{x-1}+14 \geq 14$.

Vậy giá trí nhỏ nhất của biểu thức là 14 khi $x-1=0$ hay $x=1$.

c) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x}+3 \geq 3$

$$\frac{12}{\sqrt{x}+3} \leq 4$$

$$3-\frac{12}{\sqrt{x}+3} \geq -1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là -1 khi $x = 0$.

VD 3.2.

a) Điều kiện xác định: $x \leq 4$

Có $\sqrt{4-x} \geq 0$thì $7-\sqrt{4-x} \leq 7$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là 7 khi $4-x=0$ hay $x=4$.

b) Điều kiện xác định: $x \leq 5$

Có $\sqrt{5-x} \geq 0$ thì $3+\sqrt{5-x} \geq 3$

$$\frac{4}{3+\sqrt{5-x}} \leq \frac{4}{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $\frac{4}{3}$ khi $5-x=0$ hay $x=5$.

c) Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Có $\frac{3\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} = \frac{3\left(\sqrt{x}+1\right)+1}{\sqrt{x}+1} = 3+\frac{1}{\sqrt{x}+1}$

Có $\sqrt{x} \geq 0$ thì $\sqrt{x}+1 \geq 1$

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1} \leq 1$$

$$3+\frac{1}{\sqrt{x}+1} \leq 4$$

Vậy: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 4 khi $x = 0$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) 0 b) 1 c)Không tồn tại d) $\frac{11}{2}$

Bài 2.

a) 54 b) 66 c) 180 d) 560

Bài 3.

a) Ta có $\sqrt{121}=11$ Vì $11>0$ và $11^2=121$

$\sqrt{(-8)^2}=\sqrt{64}=8$ Vì $8>0$ và $8^2=64$

$-\sqrt{\frac{16}{81}}=-\frac{4}{9}$ Vì $\frac{4}{9}>0$ và $\left(\frac{4}{9}\right)^2=\frac{16}{81}$

b) $\sqrt{\frac{25}{16}-1}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$

c) $\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

d) $\sqrt{36}+\sqrt{225}=6+15=21$

Bài 4. Gọi cạnh hình vuông là x .

Ta có $x^2=1296\ (x>0)$

Suy ra: $x=\sqrt{1296}=36$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là $36cm$.

Bài 5.

$$\begin{aligned}A&=8(\sqrt{3}-1)-4(\sqrt{5}-2)\\&=8.\sqrt{3}-8-4.\sqrt{5}+8\\&=13,856...-8,944...\\&=4,912...\approx 4,91\end{aligned}$$

Bài 6.

a) $A=(4\sqrt{3})^2-(3\sqrt{5})^2+(\sqrt{7})^4$

$=48 - 45 + 49$

$= 52$

b) $B=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2+(4\sqrt{0,5})^2-(\frac{1}{5}\sqrt{125})^2$

$=12-18+8-5$

$=-3$

c) $C = \left[\sqrt{225}+1-(2\sqrt{2})^2\right] : \left[4,5-\sqrt{1,96}+0,9\right]$

$= \left[15 + 1 - 8\right] : \left[4,5 - 1,4 + 0,9\right]$

$= 8 : 4$

$= 2$

d) $D = \left\{\left[\left(2\sqrt{2}\right)^2 : 2,4\right].\left[5,25 : \left(\sqrt{7}\right)^2\right]\right\} : \left\{\left[2\frac{1}{7} : \frac{\left(\sqrt{5}\right)^2}{7}\right] : \left[2^2 : \frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{81}}\right]\right\}$

$= \left\{\left[8 : 2,4\right].\left[5,25 : 7\right]\right\} : \left\{\left[\frac{15}{7}.\frac{7}{5}\right] : \left[4.\frac{9}{8}\right]\right\}$

$= \left\{\frac{10}{3}.\frac{3}{4}\right\} : \left\{3 : \frac{9}{2}\right\}$

$= \frac{5}{2} : \frac{2}{3}$

$= \frac{15}{4}$

Bài 7.

a) $x^2 = 400$ thì $x = \pm 20$. Vậy $x = \pm 20$

b) $x^2 - 64 = 0$

$x^2 = 64$

$x = \pm 8$. Vậy $x = \pm 8$

c) $x - 2\sqrt{x} = 0$

$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0$

TH1. $\sqrt{x} = 0$ suy ra $x = 0$

TH2. $\sqrt{x} - 2 = 0$

$\sqrt{x} = 2$

$x = 4$

Vậy $x = 0$ hoặc x = 4

d) $\frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{4}\right) = \sqrt{2}$

$x - \frac{1}{4} = 3\sqrt{2}$

$x = 3\sqrt{2} + \frac{1}{4}$

$x = 3.1,414... + 0,25$

$x = 4,492...$

$x \approx 4,5$

Vậy : $x \approx 4,5$

e) $5\sqrt{x}-17=108$

$5\sqrt{x}=125$

$\sqrt{x}=25$

$x=25^2=625$

Vậy: $x=625$

f) $(x^2-4)(x^2-3)=0$

Suy ra: $x^2-4=0$ hoặc $x^2-3=0$

Do đó: $x^2=4$ hoặc $x^2=3$

Vậy $x=\pm 2$ hoặc $x=\pm\sqrt{3}$

Bài 8. Có $N=\dfrac{9}{\sqrt{x}-5}$ có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-5\in$ ¦ (9) $\Leftrightarrow \sqrt{x}-5\in\{\pm 1;\pm 3;\pm 9\}$

$\sqrt{x}-5$	-1	1	-3	3	-9	9
$\sqrt{x}$	4	6	2	8	-4	14
x	16	36	4	64		196

Bài 9:

a) Điều kiện : $x\geq 0; x\neq 25$

$N=\dfrac{9}{\sqrt{x}-5}$ nguyên

$\sqrt{x}-5\in$ Ư(9)

$\sqrt{x}-5\in\{\pm 1;\pm 3;\pm 9\}$

$\sqrt{x}\in\{4;6;2;8;-4;14\}$

$x\in\{16;36;4;64;196\}$

Kết hợp điều kiện ta được : $x\in\{16;36;4;64;196\}$

b) Điều kiện : $x\geq 0$

$M=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}.$

Ta có : $1\in Z$.

Để $M\in Z$ thì $\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}\in Z$

$\sqrt{x}+1\in$ Ư(4)

$\sqrt{x}+1\in\{\pm 1;\pm 2;\pm 4\}.$

Do : $\sqrt{x}+1>0$ Ư(9)

$\sqrt{x}+1\in\{1;2;4\}$

$\sqrt{x}\in\{0;1;2\}$

$x\in\{0;1;4\}$

Kết hợp điều kiện ta được : $x\in\{0;1;4\}$

Bài 10:

a) Điều kiện : $x\geq 0$

Ta có : $x\geq 0\Rightarrow\sqrt{x}\geq 0\Rightarrow P\geq\frac{1}{2}$

Vậy GTNN của P là $\frac{1}{2}$ khi $x=0$

b) Điều kiện : $x\geq 1$

Ta có :

$x\geq 1\Rightarrow\sqrt{x-1}\geq 0$

$\Rightarrow 2\sqrt{x-1}\geq 0\Rightarrow Q\leq 8$

Vậy GTLN của P là 8 khi $x=1$

Bài 11.

a) Điều kiện xác định: $x\geq 0$.

Ta có $\sqrt{x}\geq 0$

$\sqrt{x}+2\geq 2$.

Vậy $MinA=2$ khi $x=0$.

b) Điều kiện xác định $x\geq -5$.

Ta có $\sqrt{x+5}\geq 0$

$\sqrt{x+5}-3\geq -3$

Vậy: $MinB=-3$ khi $x=-5$

c) Điều kiện xác định : $x^2-9\geq 0$.

Ta có $\sqrt{x^2-9}\geq 0$

$\sqrt{x^2-9}+5\geq 5$

Vậy: $MinC=5$ khi $x^2=9$ hay $x=\pm 3$.

Bài 12.

a) Điều kiện xác định: $x\geq 0$.

Ta có $\sqrt{x} \geq 0$

$-\sqrt{x} \leq 0$

$4-\sqrt{x} \leq 4$

Vậy: $MaxA = 4$ khi $x = 0$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq -3$

Ta có $\sqrt{x+3} \geq 0$

$-\sqrt{x+3} \leq 0$

$-5-\sqrt{x+3} \leq -5$

Vậy: $MaxB = -5$ khi $x = -3$.

c) Điều kiện xác định: $x^2 \geq 4$

Ta có $\sqrt{x^2-4} \geq 0$

$-\sqrt{x^2-4} \leq 0$

$1-\sqrt{x^2-4} \leq 1$

Vậy: $MaxC = 1$ khi $x = \pm 2$.

Bài 13.

Ta có: $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \\ .... \\ \\ \frac{1}{\sqrt{99}} > \frac{1}{\sqrt{100}} \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}} > \frac{100}{\sqrt{100}} = 10$

Vậy $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10.$

BÀI 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

VD 1.1. Tập $B=\left\{7,1;-3,(3);0,5;\frac{4}{7};\sqrt{81}\right\}$. Tập $C=\left\{\sqrt{2};\sqrt{17}\right\}$.

VD 1.2. Số đối là: $-3;\frac{-4}{5};1,(3);0;-\sqrt{2}$

VD 2.1.

Xét số -2

$-2\notin\mathbb{N};-2\in\mathbb{Z};-2\in\mathbb{Q};-2\in\mathbb{R}.$

Xét số 2

$2\in\mathbb{N};-2\in\mathbb{Z};-2\in\mathbb{Q};-2\in\mathbb{R}.$

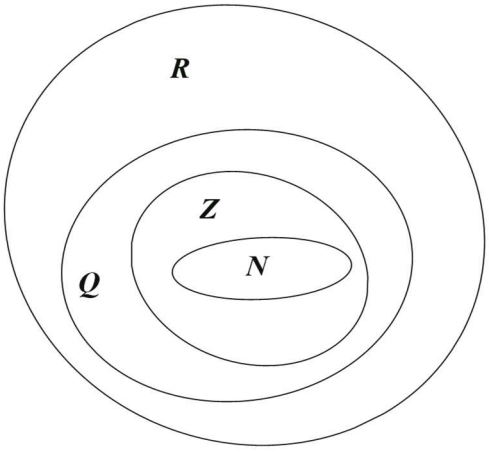
Xét số $\frac{-1}{2}$

$\frac{-1}{2}\notin\mathbb{N};\frac{-1}{2}\notin\mathbb{Z};\frac{-1}{2}\in\mathbb{Q};\frac{-1}{2}\in\mathbb{R}.$

Xét số $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\notin\mathbb{N};\sqrt{2}\notin\mathbb{Z};\sqrt{2}\notin\mathbb{Q};\sqrt{2}\in\mathbb{R}.$

VD 2.2.



VD 2.3.

a) $-0,(33)\ \boxed{\in}\ Q$ b) $0,52(41)\ \boxed{\notin}\ I$ c) $1,4142135...\ \boxed{\in}\ R$

d) $Q\ \boxed{\subset}\ R$ e) $3\ \boxed{\notin}\ I$ f) $I\ \boxed{\subset}\ R$

VD 3.1.

a) So sánh $\sqrt{16}$ với 4. Ta có $4^2 = 16$. Suy ra: $4 = \sqrt{16}$

b) So sánh $\sqrt{11.3}$ và $\sqrt{44}$. Ta có $\sqrt{11.3} = \sqrt{33}$. Mà $33 < 44$ .Suy ra: $\sqrt{33} < \sqrt{44}$ hay $\sqrt{3.11} < \sqrt{44}$

Vậy: $\sqrt{3.11} < \sqrt{44}$

VD 3.2.

a) So sánh $\sqrt{9.16}$ và $\sqrt{9}.\sqrt{16}$.

Ta có $\sqrt{9.16} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

Ta có $\sqrt{9}.\sqrt{16} = \sqrt{3^2}.\sqrt{4^2} = 3.4 = 12$

Vậy: $\sqrt{9.16} = \sqrt{9}.\sqrt{16}$.

b) So sánh $3\sqrt{7}$ và 8.

Ta có $3\sqrt{7} = \sqrt{9}.\sqrt{7} = \sqrt{63}$

Ta có $8 = \sqrt{64}$

Mà $64 > 63$ Suy ra: $\sqrt{64} > \sqrt{63}$

Vậy $3\sqrt{7} < 8$.

c) So sánh $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$.

Ta có $2\sqrt{3} = \sqrt{4}.\sqrt{3} = \sqrt{12}$

Ta có $3\sqrt{2} = \sqrt{9}.\sqrt{2} = \sqrt{18}$

Mà $18 > 12$ Suy ra $\sqrt{18} > \sqrt{12}$

Vậy: $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$.

VD 4.1.

a) $\left|-4,8\right| = 4,8$. b) $\left|0,5\right| = 0,5$. c) $-\left|-3,4\right| = -3,4$.

d) $\left|-10\right| = 10$. e) $-\left|-1,6\right| = -1,6$.

VD 4.2.

a) $\left|-3,2\right| = 3,2$. b) $\left|1,7\right| = 1,7$. c) $-\left|-4,5\right| = -4,5$.

d) $\left|-21\right| = 21$. e) $-\left|-3,5\right| = -3,5$.

VD 4.3.

a) Thay $x=\frac{-1}{3}$ vào biểu thức A, ta có :

$$A=3x^3-6x^2+2|x|+7=3.\left(\frac{-1}{3}\right)^3-6.\left(\frac{-1}{3}\right)^2+2.\left|\frac{-1}{3}\right|+7=3.\frac{-1}{27}-6.\frac{1}{9}+2.\frac{1}{3}+7=\frac{62}{9}.$$

b) Thay $x=\frac{1}{4}$ và $y=-2$ vào biểu thức B, ta có :

$$B=4|x|-2|y|=4.\left|\frac{1}{4}\right|-2.|-2|=4.\frac{1}{4}-2.2=1-4=-3.$$

c) $C=6x^3-3x^2+2|x|+4=6.\left(\frac{-2}{3}\right)^3-3.\left(\frac{-2}{3}\right)^2+2.\left|\frac{-2}{3}\right|+4=6.\frac{-8}{27}-3.\frac{4}{9}+2.\frac{2}{3}+4=\frac{20}{9}.$

d) $D=2|x|-3|y|=2.\left|\frac{1}{2}\right|-3.|-3|=2.\frac{1}{2}-3.3=-8.$

VD 4.4.

a) Khi $x\geq\frac{2}{3}$ thì $3x-2\geq 0\Rightarrow|3x-2|=3x-2$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.\left(6x-\frac{1}{4}\right)-2(3x-2)=\frac{1}{2}-3x+\frac{1}{8}-6x+4=-9x+\frac{37}{8}.$$

b) Khi $x<\frac{2}{3}$ thì $3x-2<0\Rightarrow|3x-2|=2-3x$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left(6x-\frac{1}{4}\right)-2(2-3x)=\frac{1}{2}-3x+\frac{1}{8}-4+6x=3x-\frac{27}{8}.$$

VD 4.5.

a) Khi $x\geq\frac{4}{3}$ thì $3x-4\geq 0\Rightarrow|3x-4|=3x-4$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P=1-\frac{1}{4}\left(10x-\frac{15}{4}\right)-2(3x-4)=1-\frac{5}{2}x+\frac{15}{16}-6x+8=\frac{-17}{2}x+\frac{159}{16}.$$

b) Khi $x<\frac{4}{3}$ thì $3x-4<0\Rightarrow|3x-4|=4-3x$ thay vào biểu thức, ta có :

$$P=1-\frac{1}{4}\left(10x-\frac{15}{4}\right)-2(4-3x)=1-\frac{5}{2}x+\frac{15}{16}-8+6x=\frac{7}{2}x-\frac{97}{16}.$$

VD 5.1.

a) $|x-2,5|-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow \left|x-\frac{5}{2}\right|=\frac{3}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{5}{2}=\frac{3}{4} \\ x-\frac{5}{2}=-\frac{3}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3}{4}+\frac{5}{2} \\ x=-\frac{3}{4}+\frac{5}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{13}{4} \\ x=\frac{7}{4} \end{array}\right.$.

b) $\frac{1}{2}-\left|\frac{5}{4}-2x\right|=\frac{1}{3} \Rightarrow \left|\frac{5}{4}-2x\right|=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{5}{4}-2x=\frac{1}{6} \\ \frac{5}{4}-2x=\frac{-1}{6} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{5}{4}-\frac{1}{6} \\ 2x=\frac{5}{4}-\left(-\frac{1}{6}\right) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{13}{24} \\ x=\frac{17}{24} \end{array}\right.$.

c) $|0,5x-2|-\left|x+\frac{2}{3}\right|=0 \Rightarrow |0,5x-2|=\left|x+\frac{2}{3}\right| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0,5x-2=x+\frac{2}{3} \\ 0,5x-2=-x-\frac{2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -0,5x=\frac{8}{3} \\ 1,5x=\frac{4}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{16}{3} \\ x=\frac{8}{9} \end{array}\right.$.

d) $2x-|x+1|=-\frac{1}{2} \Rightarrow |x+1|=2x+\frac{1}{2}$ (điều kiện $2x+\frac{1}{2} \geq 0$) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=2x+\frac{1}{2} \\ x+1=-2x-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Thay $x=-\frac{1}{2}$ vào điều kiện $2x+\frac{1}{2} \geq 0$ không thỏa mãn.

VD 5. 2.

a) $|2x-3|-\frac{1}{3}=0 \Rightarrow |2x-3|=\frac{1}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-3=\frac{1}{3} \\ 2x-3=-\frac{1}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5}{3} \\ x=\frac{4}{3} \end{array}\right.$.

b) $\frac{5}{6}-\left|x+\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4} \Rightarrow \left|x+\frac{1}{4}\right|=\frac{5}{6}-\frac{1}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{1}{4}=\frac{7}{12} \\ x+\frac{1}{4}=-\frac{7}{12} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=-\frac{5}{6} \end{array}\right.$.

c) $|2x-1|-\left|x+\frac{1}{3}\right|=0 \Rightarrow |2x-1|=\left|x+\frac{1}{3}\right| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=x+\frac{1}{3} \\ 2x-1=-x-\frac{1}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3} \\ 3x=\frac{2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3} \\ x=\frac{2}{9} \end{array}\right.$.

d) $3x-|x+15|=\frac{5}{4} \Rightarrow |x+15|=3x-\frac{5}{4}$ (điều kiện $3x-\frac{5}{4} \geq 0$)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+15=3x-\frac{5}{4} \\ x+15=-3x+\frac{5}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2x=-\frac{65}{4} \\ 4x=-\frac{55}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{65}{8} \\ x=-\frac{55}{16} \end{array}\right.$.

Thay $x=-\frac{55}{16}$ vào điều kiện thấy không thỏa mãn.

VD 6.1.

a) $|x-0,6|<\frac{1}{3}\Rightarrow -\frac{1}{3}<x-0,6<\frac{1}{3}\Rightarrow -\frac{1}{3}+0,6<x<\frac{1}{3}+0,6\Rightarrow -\frac{1}{3}+\frac{3}{5}<x<\frac{1}{3}+\frac{3}{5}$

$\Rightarrow \frac{4}{15}<x<\frac{14}{15}$.

Chú ý : Ta phải đổi tất cả số thập phân về dạng phân số hữu tỉ để tiện tính toán và quy đồng.

Ở đây ta đổi : $0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

b) $\left|x+\frac{7}{2}\right|\geq|-3,5|\Rightarrow\left|x+\frac{7}{2}\right|\geq 3,5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{7}{2}\geq\frac{7}{2}\\x+\frac{7}{2}\leq-\frac{7}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq 0\\x\leq -7\end{array}\right.$.

VD 6.2.

a) $|x-1|\leq 3\frac{1}{4}\Rightarrow -\frac{13}{4}\leq x-1\leq\frac{13}{4}\Rightarrow -\frac{13}{4}+1\leq x\leq\frac{13}{4}+1\Rightarrow -\frac{9}{4}\leq x\leq\frac{17}{4}$.

b) $|2x-1|>\left|-\frac{3}{4}\right|\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1>\frac{3}{4}\\2x-1<-\frac{3}{4}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x>\frac{7}{4}\\2x<\frac{1}{4}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x>\frac{7}{8}\\x<\frac{1}{8}\end{array}\right.$.

VD 7.1.

a) Ta có : $|x+3|\geq 0\ \ \forall x$, dấu $"="$ xảy ra khi $x+3=0\Leftrightarrow x=-3$.

$\Rightarrow |x+3|+4\geq 4$.

Vậy $\min A=4$ khi $x=3$.

b) Ta có : $|1-2x|\geq 0\ \ \forall x$, dấu $"="$ xảy ra khi $1-2x=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow |1-2x|-3\geq -3$.

Vậy $\min A=-3$ khi $x=\frac{1}{2}$.

VD 7.2.

a) Ta có: $-|2x-3|\leq 0\ \ \forall x$, dấu $"="$ xảy ra khi $2x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.

$\Rightarrow -\left|2x-3\right|+3\le 3$

Vậy $\max C=3$ khi $x=\dfrac{3}{2}$.

b) Ta có: $-\left|2-3x\right|\le 0\ \ \forall x$, dấu " = " xảy ra khi $2-3x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow -\left|2-3x\right|-5\le -5$.

Vậy $\max A=-5$ khi $x=\dfrac{2}{3}$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) $-0,(2)\ \boxed{\in}\ Q$ b) $0,2(41)\ \boxed{\notin}\ I$ c) $1,7329508.....\ \boxed{\in}\ \mathbb{R}$

d) $I\ \boxed{\subset}\ \mathbb{R}$ e) $\mathbb{Q}\ \boxed{\subset}\ \mathbb{R}$ f) $I\ \boxed{\subset}\ \mathbb{R}$

Bài 2.

a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là **số thực.**

b) Nếu a là số hữu tỉ thì a viết được dưới dạng số thập phân **hữu hạn** hoặc **số thập phân vô hạn tuần hoàn.**

Bài 3.

a) Nhận thấy $-1,(3)<0$; $1\dfrac{1}{2}=1,5$; $\pi=3,1416...$; $1,(3)=1,33...$

Do đó sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau: $-1,(3)$; $1,3$; $1,(3)$; $1\dfrac{1}{2}$; π

b) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau: $-\sqrt{2}$; $-1,(25)$; $\dfrac{1}{5}$; $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{5^2}$

Bài 4.

a) Ta có $34,9<36$ suy ra $\sqrt{34,9}<\sqrt{36}$ tức là $\sqrt{34,9}<6$

b) Ta có $103,5>100$ suy ra $\sqrt{103,5}>\sqrt{100}$ tức là $\sqrt{103,5}>10$

c) $a=-0,15$; $b=-0,(15)$; $c=-0,151617...$ Ta có $c<b<a$

d) Xét $a^2=(3\sqrt{2})^2=3^2(\sqrt{2})^2=9.2=18$

$b^2=(2\sqrt{3})^2=2^2(\sqrt{3})^2=4.3=12$

Vì $a^2>b^2(do\ 18>12)$ nên $a>b$, tức là $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$

e) Ta có: $\sqrt{26}+\sqrt{17}>\sqrt{25}+\sqrt{16}=5+4=9$

f)* Xét

$x^2 = (\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 = 3+6+2\sqrt{18} = 9+2\sqrt{18}$

$y^2 = (\sqrt{2}+\sqrt{7})^2 = 2+7+2\sqrt{14} = 9+2\sqrt{14}$

Vì $x^2 > y^2$ (do $2\sqrt{18} > 2\sqrt{14}$) nên $x > y$, tức là $\sqrt{3}+\sqrt{6} > \sqrt{2}+\sqrt{7}$

Bài 5.

a) $P = x^2 - \left|x-\frac{1}{4}\right| + 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right| + 2 = 2$

b) Ta có : $|x-1| = 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=4 \\ x-1=-4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Với $x = 5 \Rightarrow Q = 2|5-2| - 3|1-5| = 6-12 = -6$.

Với $x = -3 \Rightarrow Q = 2.|-3-2| - 3|1+3| = -2$.

Bài 6.

a) $x \geq 1\frac{1}{5} \Rightarrow M = x - 1\frac{1}{5} + x - \frac{1}{5} - 3\frac{1}{5} = 2x - \frac{23}{5}$.

b) $x \leq \frac{1}{5} \Rightarrow M = 1\frac{1}{5} - x + \frac{1}{5} - x - 3\frac{1}{5} = -\frac{9}{5} - 2x$.

Bài 7.

a) $\left|-2x+1,5\right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2x+\frac{3}{2} = \frac{1}{4} \\ -2x+\frac{3}{2} = -\frac{1}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2x = -\frac{5}{4} \\ -2x = -\frac{7}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{8} \\ x = \frac{7}{8} \end{array}\right.$.

b) $\frac{3}{2} - \left|1\frac{1}{4}+3x\right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left|\frac{5}{4}+3x\right| = \frac{5}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{5}{4}+3x = \frac{5}{4} \\ \frac{5}{4}+3x = -\frac{5}{4} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = 0 \\ 3x = -\frac{5}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{5}{6} \end{array}\right.$.

c) $\left|4x-1\right| - \left|3x-\frac{1}{2}\right| = 0 \Rightarrow \left|4x-1\right| = \left|3x-\frac{1}{2}\right| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-1 = 3x-\frac{1}{2} \\ 4x-1 = -3x+\frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ 7x = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{14} \end{array}\right.$.

d) $\left|x-1\right| - 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left|x-1\right| = 2x+\frac{1}{2}$ (điều kiện $2x+\frac{1}{2} \geq 0$)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-1 = 2x+\frac{1}{2} \\ x-1 = -2x-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -x = \frac{3}{2} \\ 3x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{3}{2}(L) \\ x = \frac{1}{6} \end{array}\right.$.

Thay $x = -\frac{3}{2}$ vào điều kiện thấy không thỏa mãn.

Bài 8.

a) $\left|x-\frac{1}{2}\right| \le \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \le x-\frac{1}{2} \le \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} \le x \le \frac{5}{6}$.

b) $\left|2x-\frac{1}{2}\right| > \left|-1,5\right| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\frac{1}{2} > 1,5 \\ 2x-\frac{1}{2} < -1,5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x > 2 \\ 2x < -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bài 9.

a) $|x-1| = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-1 = 2 \\ x-1 = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Vậy $x = 3$ hoặc $x = -1$.

b) $|x-2| = |-4| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2 = 4 \\ x-2 = -4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Vậy $x = 6$ hoặc $x = -2$.

c) $|2x+1| = |x-2| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1 = x-2 \\ 2x-1 = -x+2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy $x = -3$ hoặc $x = 1$.

d) $|x-5| - |3x+1| = 0 \Rightarrow |x-5| = |3x+1| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-5 = 3x+1 \\ x-5 = -3x-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy $x = -3$ hoặc $x = 1$.

e) $|x-1| < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3$.

f) $|x+3| > 5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+3 > 5 \\ x+3 < -5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < -8 \end{array}\right.$.

Vậy $x > 2$ hoặc $x < -8$.

Bài 10.

a) Khi $x > 1$ thì $A = 2(2x-1) + x - 1 = 5x - 3$.

b) Khi $x < \frac{5}{4}$ thì $B = 5 - 4x + 3 = -4x + 8$.

Bài 11.

a) $A = |x-1| + 3$.

Ta có: $|x-1| \ge 0 \Rightarrow |x-1| + 3 \ge 3$, dấu " = " xảy ra khi $x - 1 = 0$ hay $x = 1$

Vậy $\min A = 3$ khi $x = 1$.

b) $B = |2x-1| - 4$.

$|2x-1| \geq 0 \Rightarrow |2x-1|-4 \geq -4$, dấu " = " xảy ra khi $2x-1=0$ hay $x=\frac{1}{2}$.

Vậy $\min B=-4$ khi $x=\frac{1}{2}$.

c) $C=\left|2x-\frac{1}{3}\right|-1\frac{3}{4}$. Do $\left|2x-\frac{1}{3}\right| \geq 0 \ \ \forall x$, dấu " = " xảy ra khi $2x-\frac{1}{3}=0$ hay $x=\frac{1}{6}$.

$\Rightarrow C=\left|2x-\frac{1}{3}\right|-1\frac{3}{4} \geq -1\frac{3}{4}$. Vậy $\min C=-1\frac{3}{4}$ khi $x=\frac{1}{6}$

d) $D=\frac{1}{3}|x-2|+2\left|3-\frac{1}{2}y\right|+4.$

Do $\frac{1}{3}|x-2| \geq 0; 2\left|3-\frac{1}{2}y\right| \geq 0 \ \forall x,y$, dấu " = " xảy ra khi $\begin{cases} x-2=0 \\ 3-\frac{1}{2}y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$

Do đó : $D=\frac{1}{3}|x-2|+2\left|3-\frac{1}{2}y\right|+4 \geq 4$. Vậy $\min D=4$ khi $\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$.

Bài 12.

a) $A=2,25-\frac{1}{4}|1+2x|$. Do $-\frac{1}{4}|1+2x| \leq 0 \Rightarrow A=2,25-\frac{1}{4}|1+2x| \leq 2,25$.

Vậy $\max A=2,25$ khi $x=-\frac{1}{2}$.

b) $B=\frac{1}{3+\frac{1}{2}|2x-3|}$. Do $3+\frac{1}{2}|2x-3| \geq 3 \Rightarrow B=\frac{1}{3+\frac{1}{2}|2x-3|} \leq \frac{1}{3}$.

Vậy $\max B=\frac{1}{3}$ khi $x=\frac{3}{2}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

a) $\frac{1}{3} = 0,(3)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn

b) $\frac{-5}{7} = -0,(714285)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn

c) $\frac{3}{4} = 0,75$: Số thập phân hữu hạn

d) $\frac{12}{13} = 0,(923076)$: Số thập phân vô hạn tuần hoàn

e) $\frac{5}{11} = 0,(45)$:Số thập phân vô hạn tuần hoàn

f) $\frac{-1}{10} = -0,1$: Số thập phân hữu hạn

Bài 2.

a) $3,(3) = \frac{10}{3}$ b) $-4,(15) = -\frac{411}{99}$ c) $0,(2) = \frac{2}{9}$

d) $1,1(2) = \frac{101}{90}$ e) $-2,32(3) = -\frac{2091}{900}$ f) $0,(05) = \frac{5}{99}$

Bài 3. Làm tròn

a) Số 1,(3) đến hàng phần chục: 1,3

b) Số 0,(63) đến hàng phần trăm: 0,64

c) Số 132,(132) đến hàng trăm: 100

d) Số 46,(3) đến hàng đơn vị: 46

Bài 4. Làm tròn số 14 372, 2313131… với độ chính xác:

a) 500: 1400 b) 50: 14400 c) 5: 14370

d) 0,5: 14372 e) 0,05: 14372,2 f) 0,005: 14372,23

Bài 5. Tìm độ chính xác của các số dưới đây khi được làm tròn.

a) $540,435 \approx 540$: Độ chính xác 0,5

b) $1,3111\ldots \approx 1,31$: Độ chính xác 0,005

c) $0,666\ldots \approx 0,667$: Độ chính xác 0,0005

d) $472,275 \approx 500$: Độ chính xác 50

Bài 6. Độ chính xác của kết quả sau là 0,05.

$2,16838383\ldots \approx 2,2$

27,98 đô la nghĩa là bạn ấy cần 28 đô la.

Bài 7. 218 925 đồng

Bài 8. 352,6 km.

Bài 9. Tính:

a) $5^2 = 25$ b) $(0,2)^2 = 0,04$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ d) $(-0,1)^2 = 0,01$

Bài 10. Tính căn bậc hai số học của các số sau:

a) $\sqrt{25} = 5$ b) $\sqrt{100} = 10$ c) $\sqrt{0,25} = 0,5$

d) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ e) $\sqrt{0} = 0$ f) $\sqrt{-1}$ không tồn tại

Bài 11. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4} = 2$ b) $\sqrt{25} + \sqrt{9} = 8$ c) $1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{2}.\sqrt{\frac{4}{9}} = 1$ e) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{36}{25}} = 0$ f) $\left(10 - 2.\sqrt{16}\right)^2 = 4$

Bài 12. 1; 4; 9.

Bài 13. Số đối của các số sau.

a) -2 b) 5 c) -0,5 d) $-\frac{3}{4}$ e) $-\sqrt{7}$ f) 0

Bài 14. Các cặp số đối nhau là:

3 và -3 -0,(3) và $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ và -0,75 $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2}$

Bài 15. $-3; -0,8; \frac{-1}{3}; 0; 1; 5; 7$

Bài 16. Tìm x, biết:

a) $x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{2}$ b) $x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = 1$

c) $x = 4$ hoặc $x = 1,4$ d) Không có x thỏa mãn

Bài 17. Tìm x, biết:

a) $x = \frac{4}{3}$ b) $x = -8$ c) $x = -\frac{11}{8}$ d) $x = 0$

Bài 18. 100 điểm

Bài 19. -8,1°C