

Lê Hải Trung – Nguyễn Công Trần Mạnh Linh

TỰ HỌC NÂNG CAO KIẾN THỨC

TOÁN 7

– TẬP 1 –

PHẦN ĐÁP ÁN

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ	3
Bài 1. Tập hợp các số hữu tỉ	4
Bài 2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ	11
Bài 3. Lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ	30
Bài 4. Thứ tự thực hiện các phép tính, quy tắc chuyển vế	37
Ôn tập chương i	46
CHƯƠNG II. SỐ THỰC	59
Bài 5. Làm quen với số thập phân vô hạn tuần hoàn	60
Bài 6. Số vô tỉ. Căn bậc hai số học	70
Bài 7. Tập hợp các số thực	77
Ôn tập chương ii	86
CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	88
Bài 8. Góc ở vị trí đặc biệt. Tia phân giác của một góc	89
Bài 9. Hai đường thẳng song song và dấu hiệu nhận biết	95
Bài 10. Tiên đề euclid. Tính chất của hai đường thẳng song song	99
Bài 11. Định lí và chứng minh định lí	101
Ôn tập chương iii	104
CHƯƠNG IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU	106
Bài 12. Tổng các góc trong một tam giác	107
Bài 13. Hai tam giác bằng nhau, Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác	115
Bài 14. Trường hợp bằng nhau thứ hai và thứ ba của tam giác	120
Bài 15. Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông	134
Bài 16. Tam giác cân. Đường trung trực của đoạn thẳng	140
Ôn tập chương iv	149
CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU	166
Bài 17. Thu thập và phân loại dữ liệu	167
Bài 18. Biểu đồ hình quạt tròn	169
Bài 19. Biểu đồ đoạn thẳng	173
Ôn tập chương v	177

CHƯƠNG I.

SỐ HỮU TỈ

BÀI 1. TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

a) $-9 \notin \mathbb{N}$ $-9 \in \mathbb{Z}$ $-9 \in \mathbb{Q}$

b) $\frac{-8}{9} \notin \mathbb{N}$ $\frac{-8}{9} \notin \mathbb{Z}$ $\frac{-8}{9} \in \mathbb{Q}$ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

VD 1.2.

a) Có thể diễn $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$. b) $\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$ c) Có thể diễn \mathbb{Z}, \mathbb{Q} d) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$

VD 2.1.

a) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-5}{2}; \frac{2}{-3}; \frac{3}{4}$.

b) Cho các phân số sau: $\frac{-6}{15}; \frac{4}{-12}; \frac{4}{-10}; \frac{20}{-8}$. Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

VD 2.2.

a) Điền số $-\frac{1}{2}$ và $\frac{3}{2}$.

b) Ta có $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$.

Rút gọn các phân số đã cho ta được: $\frac{-8}{20} = \frac{-4}{5}; \frac{9}{-12} = \frac{-3}{4}; \frac{-10}{25} = \frac{-2}{5}; \frac{6}{-15} = \frac{-2}{5}; \frac{9}{-15} = \frac{-3}{5}$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$ là: $\frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}$.

c) Hs tự vẽ

Dạng 3. Tìm điều kiện để số hữu tỉ âm hoặc dương

Phương pháp giải:

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu;

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

VD 3.1. Số hữu tỉ $x = \frac{2a-1}{2}$. Có mẫu số là $2 > 0$

a) x là số dương thì $2a-1 > 0 \Rightarrow a > \frac{1}{2}$

b) x là số âm thì $2a-1 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$

c) x không là số dương cũng không là số âm thì $x = 0 \Rightarrow 2a-1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

VD 3.2. Số hữu tỉ $x = \frac{m-2023}{2022}$. Có mẫu số là $2022 > 0$

a) x là số dương thì $m-2023 > 0 \Rightarrow m > 2023$

b) x là số âm thì $m-2023 < 0 \Rightarrow m < 2023$

c) x không là số dương cũng không là số âm thì $m-2023 = 0 \Rightarrow m = 2023$

VD 3.3. Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2023}$. Có mẫu số là $-2023 < 0$

a) x là số dương thì $20m+11 < 0 \Rightarrow m < \frac{-11}{20}$

b) x là số âm thì $20m+11 > 0 \Rightarrow m > \frac{-11}{20}$

VD 4.1.

a) $x = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ và $y = \frac{3}{4}$. Ta có: $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$ nên $x < y$

b) $x = \frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} = \frac{-14}{35}$ và $y = \frac{-3}{7} = \frac{-15}{35}$. Ta có $-14 > -15$ và $35 > 0$ nên $\frac{-14}{35} > \frac{-15}{35}$ hay $x > y$

c) $x < 0$

d) $x = \frac{2017}{2018} < 1 < y = \frac{14}{13}$ nên $x < y$

e) $x = \frac{-45}{81} = \frac{-5}{9}$; $y = \frac{777}{-999} = \frac{-777:11}{999:11} = \frac{-7}{9}$ nên ta có $x > y$

f) $x = -2\frac{1}{5} = \frac{-11}{5} = \frac{-110}{50} = y$ nên $x = y$

g) $y = 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ nên $x > y$

VD 4.2.

a) $\frac{-2}{5} = \frac{-12}{30}$; $\frac{-1}{6} = \frac{-5}{30}$. Suy ra: $\frac{-12}{30} < x < \frac{-5}{30}$. Vậy: $x \in \left\{ \frac{-11}{30}; \frac{-10}{30}; \frac{-9}{30}; \frac{-8}{30}; \frac{-7}{30}; \frac{-6}{30} \right\}$

b) $\frac{-5}{6} = \frac{-15}{18}$; $\frac{-3}{4} = \frac{-15}{20}$. Suy ra: $\frac{-15}{18} < x < \frac{-15}{20}$. Vậy: $x = \frac{-15}{19}$.

VD 4.3.

Có $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$; $\frac{c}{d} = \frac{cb}{db}$

Có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{db}$ mà $b.d > 0$ suy ra $ad < bc$.

Ngược lại $ad < bc$ mà $b.d > 0$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{db}$ hay $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

VD 4.4. Ta có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ suy ra $ad < bc$ nên $ab + ad < ab + bc$

$$a(b+d) < b(a+c)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \quad (1)$$

Mặt khác: $ad + cd < bc + dc$ suy ra $d(a+c) < c(b+d)$

$$\frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (2)$$

Từ (1) và (2): $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

VD 4.5. Có $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$ suy ra: $ad < cb$ thì $\frac{d}{c} < \frac{b}{a}$.

VD 5.1.

a) Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x \Leftrightarrow x+7 \in U(101) \Leftrightarrow x+7 \in \{-1; 1; -101; 101\} \Leftrightarrow x \in \{-8; -6; -108; 94\}$.

b) $B = \frac{x-10}{x-5} = 1 - \frac{5}{x-5}$. Làm tương tự câu a ta được $x \in \{4; 6; 0; 10\}$.

c) $C = \frac{3x-20}{x-5} = 3 - \frac{5}{x-5}$. Đưa về bài toán như câu b.

d) Có $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D \in \mathbb{Z}$ và $2D = \frac{2x-6}{2x} = 1 - \frac{3}{x}$.

Để $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D$ là số chẵn. Vậy $\frac{3}{x}$ là số lẻ (1)

$x \in \mathbb{Z}$, để $2D \in \mathbb{Z}$ thì $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ (2)

Từ (1),(2) có $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ thỏa mãn điều kiện đề bài

VD 5.2. Gọi $d = \text{ƯCLN}(2m+9; 14m+62)$

Có $2m+9 : d$ thì $7(2m+9) : d$ hay $(14m+63) : d$

Mà $14m+62 : d$. Suy ra $[14m+63 - (14m+62)] : d$ hay $1 : d$ thì $d = 1$

Vậy : $P = \frac{2m+9}{14m+62}$ là phân số tối giản.

V. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Điền kí hiệu thích hợp (\in, \notin, \subset) vào ô trống :

$$-4 \boxed{\notin} \mathbb{N} \quad \frac{-5}{3} \boxed{\in} \mathbb{Q} \quad -8 \boxed{\in} \mathbb{Z} \quad \frac{-2}{9} \boxed{\notin} \mathbb{Z}$$

$$-\frac{1}{11} \boxed{\notin} \mathbb{Z} \quad -\frac{2}{7} \boxed{\in} \mathbb{Q} \quad -\frac{2}{19} \boxed{\notin} \mathbb{N} \quad \mathbb{N} \boxed{\subset} \mathbb{Q}$$

Bài 2. Điền các kí hiệu thích hợp $\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}$ vào ô trống (điền tất cả các khả năng có thể) :

$$-6 \in \boxed{\mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$22 \in \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$\frac{-2}{23} \in \boxed{\mathbb{Q}}$$

$$\mathbb{N} \subset \boxed{\mathbb{Z}; \mathbb{Q}}$$

$$\mathbb{Z} \subset \boxed{\mathbb{Q}}$$

$$\frac{-5}{7} \notin \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}}$$

$$-21 \notin \boxed{\mathbb{N}}$$

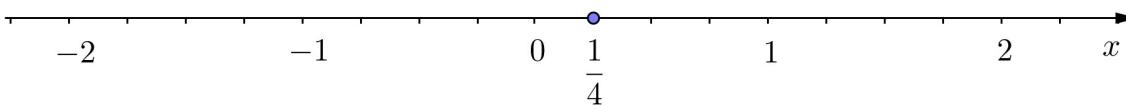
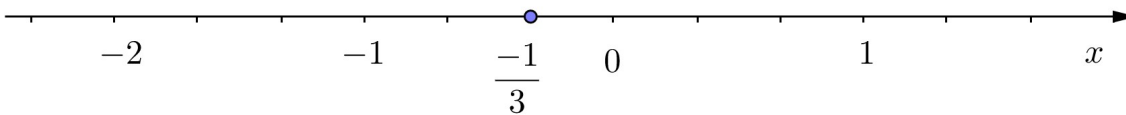
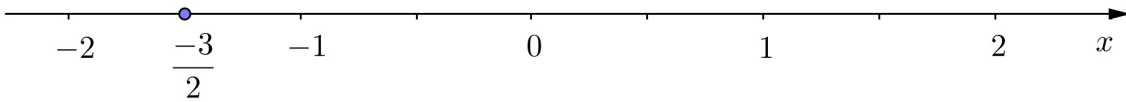
$$1\frac{3}{4} \notin \boxed{\mathbb{N}; \mathbb{Z}}$$

Bài 3. a) Ta có : $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được :

$$\frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}; \quad \frac{-14}{21} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{12}{-20} = \frac{-3}{5}.$$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-3}$ là : $\frac{-14}{21}$ và $\frac{4}{-6}$.

b) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-3}{2}; \frac{1}{-3}; \frac{1}{4}$.



Bài 4.

a) Ta có $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}; \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$. Vì $21 < 22$ nên $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$ hay $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

b) Ta có $\frac{-5}{8} + 1 = \frac{3}{8}; \frac{7}{-10} + 1 = \frac{3}{10}$. Vì $\frac{3}{8} > \frac{3}{10}$ nên $\frac{-5}{8} + 1 > \frac{7}{-10} + 1$ hay $\frac{-5}{8} > \frac{7}{-10}$.

c) Ta có $\frac{24}{35} = 1 - \frac{11}{35}; \frac{19}{30} = 1 - \frac{11}{30}$. Vì $\frac{11}{35} < \frac{11}{30}$ nên $1 - \frac{11}{35} > 1 - \frac{11}{30}$ hay $\frac{24}{35} > \frac{19}{30}$.

d) Ta có $\frac{-9}{21} = \frac{-3}{7}; \frac{27}{-63} = \frac{-27}{63} = \frac{-3}{7}$. Nên suy ra $\frac{-9}{21} = \frac{27}{63}$.

Bài 5. Ta có : $b > 0, d > 0$ nên $bd > 0$

$$\text{Nếu } ad < bc \Rightarrow \frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}. \quad (1)$$

$$\text{Ngược lại } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot bd < \frac{c}{d} \cdot bd \Rightarrow ad < bc. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có : } ad < bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$$

Bài 6.

a) Để x là số dương thì $\frac{3a+7}{-5} > 0$. Mà $-5 < 0$. Do đó $3a+7 < 0 \Rightarrow a < \frac{-7}{3}$.

b) Để x là số âm thì $\frac{3a+7}{-5} < 0$. Mà $-5 < 0$. Do đó $3a+7 > 0 \Rightarrow a > \frac{-7}{3}$.

c) Để x không là số dương cũng không là số âm thì $\frac{3a+7}{-5} = 0$.

Mà $-5 \neq 0$. Do đó $3a+7 = 0 \Rightarrow a = \frac{-7}{3}$.

Bài 7.

a) $x = \frac{5}{2a-1}$ là số nguyên.

Ta có : $a \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5:(2a-1)$ hay $(2a-1) \in U_{(5)} = \{-5; -1; 1; 5\}$. Ta có bảng sau :

$2a-1$	-5	-1	1	5
a	-2	0	1	3

Vậy để x là số nguyên thì $a \in \{-2; 0; 1; 3\}$.

b) $y = \frac{3}{7-3a}$ là số tự nhiên.

Ta có : $a \in \mathbb{Z}$ để $y \in \mathbb{N} \Leftrightarrow 3:(7-3a)$. Vì $y \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{3}{7-3a} > 0$ hay $7-3a > 0$ (vì $3 > 0$).

$\Rightarrow (7-3a) \in U_{(3)} = \{1; 3\}$. Ta có bảng sau :

$7-3a$	1	3
a	2	$\frac{4}{3}$ (loại)

Vậy để y là số tự nhiên thì $a = 2$.

Bài 8. Ta có : $x = \frac{2a-6}{a} = 2 - \frac{6}{a}$

Có $2 \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z}$ thì $6:a$ hay $a \in U_{(6)} = \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}$

Vậy $a = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$ thì x là số nguyên.

Bài 9. Điều kiện $a \neq 9$.

Nếu $a > 9$ thì $9-a < 0$ nên $x < 0$.

Nếu $a < 9$ thì $9-a > 0$ vì $9-a \in \mathbb{Z}$ nên $9-a \geq 1$.

Do đó $x \leq 2019$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x = 2019$ khi và chỉ khi $9 - a = 1 \Leftrightarrow a = 8$.

Bài 10.

a) Do $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a > 0$

Ta có $x < y$ nên $x.a < y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy < ya + xy \Rightarrow x(y+a) < y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} < \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

$$\text{b) Do } x; y; b; d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ b > 0 \\ d > 0 \end{cases}.$$

Ta có $x > y$ nên $x.a > y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy > ya + xy \Rightarrow x(y+a) > y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} > \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} > \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

c) Ta có $x = y$ nên $x.a = y.a$ (vì $a > 0$).

$$\Rightarrow xa + xy = ya + xy \Rightarrow x(y+a) = y(x+a).$$

$$\Rightarrow \frac{x(y+a)}{y(y+a)} = \frac{y(x+a)}{y(y+a)} \quad (\text{vì } y(y+a) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{x+a}{y+a} \quad (\text{đpcm}).$$

Bài 11.

Ta có : $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc \Rightarrow ady < bcy$ (vì $y > 0$).

$$\Rightarrow ady + abx < bcy + abx \Rightarrow a(xb + yd) < b(xa + yc).$$

$$\Rightarrow \frac{a(xb + yd)}{b(xb + yd)} < \frac{b(xa + yc)}{b(xb + yd)} \quad (\text{vì } b(xb + yd) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{xa + yc}{xb + yd} \quad (1).$$

Ta có : $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc \Rightarrow adx < bcx$ (vì $x > 0$).

$$\Rightarrow adx + cdy < bcx + cdy \Rightarrow d(xa + yc) < c(xb + yd).$$

$$\Rightarrow \frac{d(xa + yc)}{d(xb + yd)} < \frac{c(xb + yd)}{d(xb + yd)} \quad (\text{vì } d(xb + yd) > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{xa + yc}{xb + yd} < \frac{c}{d} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a}{b} < \frac{xa + yc}{xb + yd} < \frac{c}{d}$ (đpcm).

BÀI 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

$$\text{a) Ta có: } \frac{25}{12} + \frac{-4}{12} = \frac{25-4}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{-10}{8} + \frac{15}{4} = \frac{-5}{4} + \frac{15}{4} = \frac{-5+15}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\text{c) Ta có: } 1\frac{2}{5} + 3\frac{3}{5} = 1 + \frac{2}{5} + 3 + \frac{3}{5} = 1+3 + \frac{2+3}{5} = 4 + \frac{5}{5} = 4 + 1 = 5.$$

$$\text{d) Ta có: } \frac{-14}{20} + 0,6 = \frac{-14}{20} + \frac{6}{10} = \frac{-7}{10} + \frac{6}{10} = \frac{-7+6}{10} = \frac{-1}{10}.$$

$$\text{e) Ta có: } \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-2}{3} = \frac{14}{6} + \frac{-5}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{14-5-4}{6} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{f) Ta có: } \frac{5}{8} + \frac{-3}{4} + \frac{15}{6} = \frac{5}{8} + \frac{-3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{5}{8} + \frac{-6}{8} + \frac{20}{8} = \frac{5-6+20}{8} = \frac{19}{8}.$$

$$\text{g) Ta có: } \frac{7}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{28}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{36}{12} = 3.$$

VD 1.2.

$$\text{a) } \left[\frac{5}{8} + \left(\frac{-3}{4} \right) \right] + \frac{15}{6} = \frac{15}{24} + \frac{-18}{24} + \frac{60}{24} = \frac{15+(-18)+60}{24} = \frac{57}{24} = \frac{19}{8}$$

$$\text{b) } \frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3} \right) = \frac{17}{2} - \left(\frac{-9}{21} + \frac{35}{21} \right) = \frac{17}{2} - \frac{26}{21} = \frac{357}{42} - \frac{52}{42} = \frac{305}{42}$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6} \right) - \frac{7}{12} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{6-9+10-7}{12} = 0$$

$$\text{d) } -3 - \frac{2}{3} + \left(\frac{-10}{9} - \frac{25}{3} \right) - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{10}{9} - \frac{25}{3} - \frac{5}{6} = \frac{-54-12-20-150-15}{18} = \frac{-251}{18}$$

VD 1.3.

$$\text{a) } \left(\frac{5}{-7} - \frac{-5}{-7} \right) + \frac{4}{3} = \left(\frac{-5}{7} - \frac{5}{7} \right) + \frac{4}{3} = \frac{-10}{7} + \frac{4}{3} = \frac{-30+28}{21} = \frac{-2}{21}$$

$$\text{b) } \frac{7}{3} + \left[\left(\frac{-5}{6} \right) + \left(\frac{-2}{3} \right) \right] = \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-2}{3} = \frac{7}{3} + \frac{-2}{3} + \frac{-5}{6} = \frac{5}{3} + \frac{-5}{6} = \frac{10+(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } \frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{3} = \frac{24+33+4+33}{18} = \frac{91}{18}$$

$$d) \left(8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7}\right) - \left(-6 - \frac{3}{7} + \frac{5}{4}\right) - \left(3 + \frac{2}{4} - \frac{9}{7}\right) = 8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} + 6 + \frac{3}{7} - \frac{5}{4} - 3 - \frac{2}{4} + \frac{9}{7}$$

$$= 8 + 6 - 3 - \frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{2}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = 11 - 4 + 2 = 9$$

VD 2.1.

a) Tổng của hai số hữu tỉ âm: $-\frac{7}{10} = -\frac{1}{5} + \frac{-1}{2}$

b) Hiệu của hai số hữu tỉ dương: $\frac{-7}{10} = \frac{17}{10} - \frac{12}{5}$

VD 2.2.

Ta có: $\frac{4}{-17} = \frac{-4}{17}$.

$$\frac{-4}{17} = \frac{-1 + (-3)}{17} = \frac{-2 + (-2)}{17}$$

$$\frac{-4}{17} = \frac{-1}{17} + \frac{-3}{17} = \frac{-2}{17} + \frac{-2}{17}$$

Vậy $\frac{-4}{17} = \frac{-1}{17} + \frac{-3}{17}$ hoặc $\frac{-4}{17} = \frac{-2}{17} + \frac{-2}{17}$.

VD 3.1.

a) Có $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$; $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

b) Tính $A + B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

c) Có $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ với mọi số tự nhiên n

Suy ra $C = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

$$D = \frac{1}{99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \frac{1}{97 \cdot 96} - \dots - \frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{99} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{98} + \frac{1}{97} - \frac{1}{97} + \frac{1}{96} - \dots - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 1$$

VD 3.2.

a) $A = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$

$$= \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{29} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} - \frac{3}{4} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72}$$

$$= \frac{5}{15} + \frac{9}{15} + \frac{1}{15} - \frac{27}{36} - \frac{8}{36} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = 3 - 1 + \frac{1}{72} = 2 + \frac{1}{72} = 2\frac{1}{72}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= \frac{3}{99.96} - \frac{3}{96.93} - \frac{3}{93.90} - \dots - \frac{3}{7.4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{96.93} + \frac{3}{96.93} + \dots + \frac{3}{7.4} + \frac{3}{4.1} \right) \\
 &= \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{90.93} + \frac{3}{93.96} \right) = \frac{3}{99.96} - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{90} - \frac{1}{93} + \frac{1}{93} - \frac{1}{96} \right) \\
 &= \left(\frac{1}{96} - \frac{1}{99} \right) - \left(1 - \frac{1}{96} \right) = \frac{1}{96} - \frac{1}{99} - 1 + \frac{1}{96} = \frac{1}{48} - 1 - \frac{1}{99} = -\frac{47}{48} - \frac{1}{99} = \frac{-1567}{1584}
 \end{aligned}$$

VD 4.1.

$$\text{a) } x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7}$$

$$x = \frac{3}{7} - \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{15-7}{35}$$

$$x = \frac{8}{35}$$

$$\text{b) } x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3+2}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\text{c) } \frac{11}{12} - \left(\frac{2}{5} + x \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{-3}{20}$$

$$\text{d) } x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{6} \right)$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{6}$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{23}{30}$$

$$x = \frac{23}{30} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{23-20}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

VD 4.2.

$$a) \quad x - \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{-1}{3}$$

$$x - \left(\frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3} \right) = \frac{-1}{3}$$

$$x - \left(\frac{357}{42} + \frac{18}{42} - \frac{60}{42} \right) = \frac{-1}{3}$$

$$x - \frac{315}{42} = \frac{-1}{3}$$

$$x - \frac{15}{2} = \frac{-1}{3}$$

$$x = \frac{-1}{3} + \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{-2 + 45}{6}$$

$$x = \frac{43}{6}$$

$$b) \quad \frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) \right] = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{8 - 69}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-57}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-19}{4}$$

$$x = \frac{-19}{4} - \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{-26}{4}$$

$$x = \frac{-13}{2}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } 3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} + \frac{2}{9-6x} - \frac{3}{2} \\
3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} - \frac{2}{6x-9} - \frac{3}{2} \\
3 - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} + \frac{2}{3(2x-3)} - \frac{3}{2} \\
\frac{2}{3(2x-3)} - \frac{2}{2x-3} &= \frac{2}{5} - \frac{3}{2} - 3 \\
\frac{2-6}{3(2x-3)} &= \frac{4-15-30}{10} \\
\frac{-4}{3(2x-3)} &= \frac{-41}{10} \\
\frac{4}{3(2x-3)} &= \frac{41}{10}
\end{aligned}$$

$$4 \cdot 10 = 41 \cdot 3 \cdot (2x-3)$$

$$40 = 123 \cdot (2x-3)$$

$$2x-3 = \frac{40}{123}$$

$$2x = \frac{40}{123} + 3$$

$$2x = \frac{40+369}{123}$$

$$2x = \frac{409}{123}$$

$$x = \frac{409}{246}$$

$$\text{d) } \frac{x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x^2-2}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$12(x^2-2) = 2x$$

$$6(x^2-2) = x$$

$$6x^2 - x - 12 = 0$$

$$6x^2 + 8x - 9x - 12 = 0$$

$$2x(3x+4) - 3(3x+4) = 0$$

$$(3x+4)(2x-3) = 0$$

- TH1: $3x+4 = 0$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

- TH2: $2x - 3 = 0$
 $2x = 3$
 $x = \frac{3}{2}$

Vậy $x \in \left\{ \frac{-4}{3}; \frac{3}{2} \right\}$

VD 4.3.

a) $\left(x - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{7}\right) > 0$

Vì $x - \frac{2}{5} < x + \frac{2}{7}$ nên

- TH1: $x + \frac{2}{7} < 0$

$$x < -\frac{2}{7}$$

- TH2: $x - \frac{2}{5} > 0$

$$x > \frac{2}{5}$$

Vậy $x < -\frac{2}{7}$ hoặc $x > \frac{2}{5}$

b) $\left(2x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3x - \frac{1}{3}\right) < 0$

- TH1: $\begin{cases} 2x - \frac{1}{2} > 0 \\ 3x - \frac{1}{3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > \frac{1}{2} \\ 3x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x < \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow$ không tìm được x

- TH2: $\begin{cases} 2x - \frac{1}{2} < 0 \\ 3x - \frac{1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < \frac{1}{2} \\ 3x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{9} < x < \frac{1}{4}$

Vậy $\frac{1}{9} < x < \frac{1}{4}$

c) $\frac{x + \frac{3}{2}}{x - \frac{2}{3}} < 0$ ĐK: $x \neq \frac{2}{3}$

Ta có: $x - \frac{2}{3} < x + \frac{3}{2}$ nên

$$\begin{cases} x - \frac{2}{3} < 0 \\ x + \frac{3}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{2}{3}$$

Vậy $-\frac{3}{2} < x < \frac{2}{3}$.

PHẦN 2. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

VD 1.1.

$$a) \left(-\frac{28}{19}\right) \cdot \left(\frac{-38}{14}\right) = \frac{(-28) \cdot (-38)}{19 \cdot 14} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b) \left(-\frac{-21}{16}\right) \cdot \left(-\frac{24}{7}\right) = \frac{21 \cdot (-24)}{16 \cdot 7} = \frac{3 \cdot (-3)}{2} = \frac{-9}{2} = -4\frac{1}{2}$$

$$c) \frac{-12}{7} \cdot 1,25 = \frac{-12}{7} \cdot \frac{125}{100} = \frac{-12}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-12 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{-3 \cdot 5}{7} = \frac{-15}{7} = -2\frac{1}{7}$$

$$d) \frac{-4}{5} \cdot 3\frac{2}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{50}{16} = \frac{-4 \cdot 50}{5 \cdot 16} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

VD 1.2.

$$a) \frac{-4}{3} : \frac{13}{9} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{9}{13} = \frac{-4 \cdot 9}{3 \cdot 13} = \frac{-12}{13}$$

$$b) \left(-\frac{9}{25}\right) : 6 = \frac{-9}{25} \cdot \frac{1}{6} = \frac{(-9) \cdot 1}{25 \cdot 6} = \frac{-3}{50}$$

$$c) \frac{11}{12} : 2\frac{1}{16} = \frac{11}{12} : \frac{33}{16} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} = \frac{11 \cdot 16}{12 \cdot 33} = \frac{4}{9}$$

$$d) 3,5 : \frac{-3}{2} = \frac{35}{10} : \frac{-3}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7 \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = \frac{-7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

VD 1.3.

$$a) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} : \left(-\frac{25}{16}\right) = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{9}{5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{-144}{125}$$

$$b) \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} : \frac{-7}{6} = \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} \cdot \frac{-6}{7} = 10$$

$$c) 1,75 : (-12) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{7}{4} \cdot \frac{-1}{12} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7}{72}$$

$$d) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) : (-7) = -9 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-1}{7} = \frac{15}{14}$$

VD 2.1.

a) Số cần tìm là: $\frac{-25}{16} : \frac{-5}{12} = \frac{-25}{16} \cdot \frac{12}{-5} = \frac{15}{4}$.

b) Số cần tìm là: $\frac{-4}{5} : \frac{-25}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{16}{-25} = \frac{64}{75}$.

VD 2.2. Viết số hữu tỉ $\frac{-3}{35}$ dưới dạng sau:

a) Số cần tìm là $\frac{-3}{35} : \frac{-5}{7} = \frac{-3}{35} \cdot \frac{7}{-5} = \frac{3}{25}$.

b) Số cần tìm là $\frac{-2}{5} : \frac{-3}{35} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{35}{-3} = \frac{14}{3}$.

VD 3.1.

a) $(-0,25) \cdot \frac{4}{17} \cdot \left(-3\frac{5}{21}\right) \cdot \left(\frac{-7}{12}\right) = \frac{-1}{4} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{-68}{21} \cdot \frac{-7}{12} = \frac{-1}{9}$.

b) $\left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \frac{4}{15} + \left(\frac{-3}{10}\right) \cdot \frac{4}{15} = \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{-2}{5} + \frac{-3}{10}\right) = \frac{4}{15} \cdot \frac{-7}{10} = \frac{-14}{75}$.

c) $21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) = 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24} = 21 - \frac{15}{4} \cdot \frac{24}{5} = 21 - 18 = 3$.

d) $\left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7} = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7} = 0 : \frac{3}{7} = 0$.

VD 3.2.

a) $(-0,35) \cdot \frac{3}{14} \cdot \left(-3\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{-4}{21}\right) = \frac{-7}{20} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{-26}{7} \cdot \frac{-4}{21} = \frac{-13}{245}$.

b) $\left(\frac{-3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \left(\frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \frac{-11}{14} \cdot \frac{5}{11} = \frac{-5}{14}$.

c) $15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \frac{5}{18} = 15 - \frac{7}{3} \cdot \frac{18}{5} = 15 - \frac{42}{5} = \frac{33}{5}$.

d) $\left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{8} + \left(\frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{6}{5} + \frac{-36}{30}\right) : \frac{3}{8} = 0 : \frac{3}{8} = 0$.

VD 4.1.

a) $\frac{-4}{5} + \frac{5}{2}x = \frac{-3}{10}$.

$\frac{5}{2}x = \frac{-3}{10} - \frac{-4}{5}$.

$$\frac{5}{2}x = \frac{1}{2}.$$

$$x = \frac{1}{2} : \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{5}. \text{ Vậy } x = \frac{1}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{4}{3} + \frac{5}{8} : x = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{5}{8} : x = \frac{1}{12} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{8} : x = \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{5}{8} : \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{-1}{2}. \text{ Vậy } x = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{c) } \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right) = 0.$$

$$x - \frac{1}{3} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{2}{5} = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{4}x - \frac{9}{16}\right) \cdot \left(1,5 + \frac{-3}{5} : x\right) = 0.$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{9}{16} = 0 \text{ hoặc } 1,5 + \frac{-3}{5} : x = 0$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{9}{16} \text{ hoặc } \frac{-3}{5} : x = -1,5$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}.$$

VD 4.2.

$$\text{a) } \frac{-2}{5} + \frac{5}{6}x = \frac{-4}{15}.$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{-4}{15} - \frac{-2}{5}$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{2}{15}$$

$$x = \frac{2}{15} : \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{4}{25}$$

Vậy $x = \frac{4}{25}$.

b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} : x = \frac{5}{6}$.

$$\frac{7}{4} : x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{4} : x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{7}{4} : \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{21}{2}$$

Vậy $x = \frac{21}{2}$.

c) $\left(x + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{4}\right) = 0$.

$$x + \frac{5}{3} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{5}{4} = 0$$

$$x = -\frac{5}{3} \text{ hoặc } x = \frac{5}{4}$$

Vậy $x = -\frac{5}{3}$ hoặc $x = \frac{5}{4}$.

d) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{8}{13}\right) \cdot \left(2,5 + \frac{-7}{5} : x\right) = 0$.

$$\frac{1}{3}x - \frac{8}{13} = 0 \text{ hoặc } 2,5 + \frac{-7}{5} : x = 0$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{8}{13} \text{ hoặc } \frac{-7}{5} : x = \frac{-5}{2}$$

$$x = \frac{8}{13} : \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{5} : \frac{-5}{2}$$

$$x = \frac{24}{13} \text{ hoặc } x = \frac{14}{25}$$

Vậy $x = \frac{24}{13}$ hoặc $x = \frac{14}{25}$.

VD 5.1. Điều kiện: $x \neq 3; x \neq -3$.

a) Khi $x = 1$ thì $A = \frac{3 \cdot 1 + 2}{1 - 3} = \frac{-5}{2}$

Khi $x = 2$ thì $A = \frac{3 \cdot 2 + 2}{2 - 3} = -8$

Khi $x = \frac{5}{2}$ thì $A = \frac{3 \cdot \frac{5}{2} + 2}{\frac{5}{2} - 3} = -19$

b) $A = \frac{3(x-3)+11}{x-3} = 3 + \frac{11}{x-3}$

Để A là số nguyên thì $x - 3$ là ước của 11

$$x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4.$$

$$x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2.$$

$$x - 3 = 11 \Rightarrow x = 14.$$

$$x - 3 = -11 \Rightarrow x = -8.$$

c) $B = \frac{x^2 + 3x - 7}{x + 3} = \frac{x(x+3) - 7}{x + 3} = x - \frac{7}{x + 3}$

Để B là số nguyên thì x nguyên và $x + 3$ là ước của 7

$$x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2.$$

$$x + 3 = -1 \Rightarrow x = -4.$$

$$x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4.$$

$$x + 3 = -7 \Rightarrow x = -10.$$

d) Để A và B cùng là số nguyên thì $x = 4$

VD 5.2. Điều kiện: $x \neq -2; x \neq -1$.

a) Khi $x = 0$ thì $C = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0 + 2} = \frac{1}{2}$.

b) Khi $x = \frac{1}{2}$ thì $C = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{4}{5}$.

$$\text{Khi } x = 3 \text{ thì } C = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 + 2} = \frac{7}{5}.$$

$$\text{c) } C = \frac{2x + 1}{x + 2} = \frac{2(x + 2) - 3}{x + 2} = 2 - \frac{3}{x + 2}$$

Để C là số nguyên thì $x + 2$ là ước của 3.

$$x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1.$$

$$x + 2 = -1 \Rightarrow x = -3.$$

$$x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1.$$

$$x + 2 = -3 \Rightarrow x = -5.$$

$$\text{d) } D = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1} = \frac{x^2 + x - 3x - 3 + 4}{x + 1} = \frac{x(x + 1) - 3(x + 1) + 4}{x + 1} = x - 3 + \frac{4}{x + 1}$$

Để D là số nguyên thì x nguyên và $x + 1$ là ước của 4

$$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0.$$

$$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2.$$

$$x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1.$$

$$x + 1 = -2 \Rightarrow x = -3.$$

$$x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3.$$

$$x + 1 = -4 \Rightarrow x = -5.$$

e) Để D và C nguyên thì $x = -3$ và $x = -5$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

$$\text{a) Ta có: } \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{3}{4 \cdot 3} - \frac{7 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{-11}{12}.$$

$$\text{c) Ta có: } \frac{19}{2} - \frac{5}{6} = \frac{57}{2 \cdot 3} - \frac{5}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3}.$$

$$\text{d) Ta có: } \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} - \frac{10}{12} + \frac{1}{12} = \frac{-5}{12}.$$

$$\text{e) Ta có: } \frac{3}{4} + \frac{3}{16} - \frac{1}{2} = \frac{12}{16} + \frac{3}{16} - \frac{8}{16} = \frac{7}{16}.$$

$$\text{f) Ta có: } \frac{2}{5} - \frac{4}{7} + \frac{1}{2} = \frac{28}{70} - \frac{40}{70} + \frac{35}{70} = \frac{23}{70}.$$

Bài 2.

a) Ta có:

b) Ta có:

$$A = \frac{-1}{21} + \frac{-1}{28} = \frac{-1}{7 \cdot 3} + \frac{-1}{7 \cdot 4} = \frac{-4}{7 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{-3}{7 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{-1}{12}$$

$$B = \frac{-8}{18} - \frac{15}{27} = \frac{-8}{9 \cdot 2} - \frac{15}{9 \cdot 3} = \frac{-24}{9 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{30}{9 \cdot 3 \cdot 2} = -1.$$

c) Ta có :

$$C = \frac{-5}{12} + 0,75 = \frac{-5}{4 \cdot 3} + \frac{3}{4} = \frac{-5}{4 \cdot 3} + \frac{9}{4 \cdot 3} = \frac{1}{3}.$$

d) Ta có :

$$D = 3,5 - \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{7}{2} + \frac{2}{7} = \frac{49}{14} + \frac{4}{14} = \frac{53}{14}.$$

Bài 3.

a) Ta có : $x - \frac{3}{4} = \frac{2}{7}$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{7} + \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{8}{28} + \frac{21}{28} \Rightarrow x = \frac{29}{28}.$$

Vậy $x = \frac{29}{28}$.

b) Ta có : $\frac{2}{3} - x = \frac{7}{5}$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} - \frac{7}{5} \Rightarrow x = \frac{10}{15} - \frac{21}{15} \Rightarrow x = \frac{-11}{15}.$$

Vậy $x = \frac{-11}{15}$.

c) Ta có : $x + \frac{1}{8} = \frac{-3}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow x = -\frac{6}{8} - \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{-7}{8}.$$

Vậy $x = \frac{-7}{8}$.

d) Ta có : $\frac{7}{4} - \left(x + \frac{5}{3}\right) = \frac{-12}{5}$

$$\Rightarrow x + \frac{5}{3} = \frac{7}{4} - \frac{-12}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4} + \frac{12}{5} - \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{105 + 144 - 100}{60} = \frac{149}{60}$$

Vậy $x = \frac{149}{60}$.

e) Ta có : $x - \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3}\right)\right] = \frac{-1}{3}$

$$\Rightarrow x = \frac{-1}{3} + \left[\frac{17}{2} - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{3}\right)\right] = \frac{-1}{3} + \left(\frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4}\right) = \frac{9}{2} - \frac{-5}{4} = \frac{9}{2} + \frac{5}{4} = \frac{18+5}{4} = \frac{23}{4}$$

$$= \frac{-1}{3} + \frac{17}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{3} = \left(\frac{-1}{3} - \frac{5}{3}\right) + \frac{17}{2} + \frac{3}{7}$$

$$= -2 + \frac{17}{2} + \frac{3}{7} = \frac{-28 + 119 + 6}{14} = \frac{97}{14}.$$

Vậy $x = \frac{97}{14}$.

f) Ta có : $\frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4}\right)\right] = \frac{-5}{4}$

$$\Rightarrow x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} - \frac{23}{4} - \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{30}{4} = \frac{8-90}{12} = \frac{-82}{12} = \frac{-41}{6}$$

Vậy $x = \frac{-41}{6}$.

Bài 4.

Ta có: $A = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{20.21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{21} = \frac{2}{7}$.

Bài 5.

Ta có:

$$B = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{28.30} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{30} \right) = \frac{7}{30}$$

Bài 6. Ta có $\frac{5}{3} = \frac{4+1}{3} = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}$. Vậy hai số đó là $\frac{4}{3}$ và $\frac{1}{3}$.

Bài 7.

a) Ta thấy $48,1,5 - 1,2,60 = 72 - 72 = 0$ nên

$$A = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \cdot (1+2+3+\dots+50) \cdot (48,1,5 - 1,2,60)}{2+4+6+\dots+50}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} \right) \cdot (1+2+3+\dots+50) \cdot 0}{2+4+6+\dots+50} = 0$$

b) Để ý rằng: $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ nên

$$B = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{15} + \frac{2}{21}}{\frac{7}{5} + \frac{7}{12} - \frac{7}{13} - \frac{7}{3} - \frac{7}{9} - \frac{7}{15} + \frac{7}{21}} = \frac{1 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{15} + \frac{1}{21} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) - 7 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{15} + \frac{1}{21} \right)} = \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \frac{-1}{7}$$

Bài 8.

a) $\frac{x}{3} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{xy+3}{3y} = \frac{2y}{3y} \Rightarrow xy+3=2y \Rightarrow xy-2y=-3 \Rightarrow y(x-2)=-3$.

Mà $x, y \in \mathbb{Z}$ Suy ra: $x-2; y \in \mathbb{Z}$. Do đó ta có bảng sau

y	-3	-1	1	3
x-2	1	3	-3	-1
x	3	5	-1	1

Vậy các bộ số $(x; y)$ cần tìm là $(3; -3), (5; -1), (-1; 1), (1; 3)$.

$$b) \frac{1}{x} - \frac{1}{4} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{4-x}{4x} = \frac{2xy}{4x} \Rightarrow 2xy = 4-x \Rightarrow 2xy+x=4 \Rightarrow x(2y+1)=4.$$

Ta có $x; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x; 2y+1 \in \mathbb{Z}$ mà $2y+1$ là số lẻ, do đó ta có bảng sau

x	-4	4
2y+1	-1	1
y	-1	0

Vậy các bộ số $(x; y)$ cần tìm là $(-4; -1), (4; 0)$.

Bài 9.

a) Có $4 < x < \frac{21}{5}$ thì $x = 4$.

b) Có $\frac{-9}{2} < x \leq -4$ thì $x = -4$.

c) Không có số thỏa mãn.

d) Có $-\frac{1}{9} < x < \frac{1}{2}$ thì $x = 0$.

Bài 10.

a) $\frac{1}{x} - \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{6-xy}{6x} = \frac{1}{3}$$

$$3(6-xy) = 6x$$

$$6-xy = 2x$$

$$xy + 2x = 6$$

$$x(y+2) = 6$$

Vì x, y là các số nguyên mà $6 = 6.1 = (-6).(-1) = 2.3 = (-2).(-3)$

Ta có:

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y+2	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
y	-3	-4	-5	-8	4	1	0	-1

Vậy $(x; y) = (-6; -3); (-3; -4); (-2; -5); (-1; -8); (1; 4); (2; 1); (3; 0); (6; -1)$.

$$b) \frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{xy+6}{2y} = \frac{5}{4}$$

$$4(xy+6) = 10y$$

$$2xy + 12 = 5y$$

$$2xy - 5y = -12$$

$$y(2x-5) = -12$$

Vì x, y nguyên; $2x-5$ lẻ mà $-12 = 1.(-12) = 2.(-6) = 3.(-4) = 4.(-3)$ nên

$2x-5$	-3	-1	1	3
x	1	2	3	4
y	4	12	-12	-4

Vậy $(x;y) = (-1;4); (2;12); (3;-12); (4;-4)$

Bài 11.

$$a) \frac{3}{x} + \frac{1}{3} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{y-1}{3}$$

$$x(y-1) = 9$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

x	-9	-3	-1	1	3	9
$y-1$	-1	-3	-9	9	3	1
y	0	-2	-8	10	4	2

Vậy các cặp $(x;y)$ thỏa mãn là $(-9;0), (-3;-2), (-1;-8), (1;10), (3;4), (9,2)$

$$b) \frac{x}{6} - \frac{1}{y} = 2$$

$$\frac{x}{6} - \frac{12}{6} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{x-12}{6} = \frac{1}{y}$$

$$y(x-12) = 6$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

y	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$x - 12$	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
x	11	10	9	6	18	15	14	13

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(11; -6), (10; -3), (9; -2), (6; -1), (18; 1), (15; 2), (14; 3), (13; 6)$

$$c) \frac{2}{3x} + \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3x} = \frac{3}{6} - \frac{y}{6}$$

$$\frac{2}{3x} = \frac{3-y}{6}$$

$$4 = x(3-y)$$

Vì x, y là số nguyên nên ta có

x	-4	-2	-1	1	2	4
$3-y$	-1	-2	-4	4	2	1
y	4	5	7	-1	1	2

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(-4; 4), (-2; 5), (-1; 7), (1; -1), (2; 1), (4; 2)$

Bài 12. $A = \frac{2n-1}{n-3} = \frac{2(n-3)+5}{n-3} = 2 + \frac{5}{n-3}$

a) Vì $2 \in \mathbb{Z}$ và $n \in \mathbb{Z}$ nên để A là số nguyên thì $(n-3) \in U(5)$ suy ra $(n-3) \in \{-5; -1; 1; 5\}$

Ta có bảng sau

$n-3$	-5	-1	1	5
n	-2	2	4	8
A	1	-3	7	3

Vậy để A nguyên thì $n \in \{-2; 2; 4; 8\}$

b) Nếu $n-3 < 0 \Rightarrow \frac{5}{n-3} < 0 \Rightarrow 2 + \frac{5}{n-3} < 2$

Nếu $n-3 > 0 \Rightarrow \frac{5}{n-3} > 0 \Rightarrow 2 + \frac{5}{n-3} > 2$

Suy ra A có giá trị lớn nhất thì $n-3 > 0 \Rightarrow n > 3$

Để A có giá trị lớn nhất thì $n-3$ có giá trị nhỏ nhất mà n là số nguyên và $n > 3$ suy ra $n = 4 \Rightarrow A = 7$

Vậy $A_{\max} = 7$ khi $n = 4$.

Bài 13. $B = \frac{6n+7}{2n+3} = \frac{3(2n+3)-2}{2n+3} = 3 - \frac{2}{2n+3}$

a) Vì $3 \in \mathbb{Z}$ và $n \in \mathbb{Z}$ suy ra để B có giá trị nguyên thì $(2n+3) \in U'(2)$ suy ra

$$(2n+3) \in \{-2; -1; 1; 2\}$$

Ta có bảng sau:

$2n+3$	-2	-1	1	2
n	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$
B	4	5	1	2

Vậy để B có giá trị nguyên thì $n \in \{-2; -1\}$

b) Nếu $2n+3 > 0 \Rightarrow \frac{2}{2n+3} > 0 \Rightarrow -\frac{2}{2n+3} < 0 \Rightarrow 3 - \frac{2}{2n+3} < 3$

Nếu $2n+3 < 0 \Rightarrow \frac{2}{2n+3} < 0 \Rightarrow -\frac{2}{2n+3} > 0 \Rightarrow 3 - \frac{2}{2n+3} > 3$

Suy ra B có giá trị nhỏ nhất khi $2n+3 > 0 \Rightarrow n > \frac{-3}{2}$

Để B có giá trị nhỏ nhất thì $\frac{2}{2n+3}$ có giá trị lớn nhất suy ra $2n+3$ có giá trị nhỏ nhất mà

$n \in \mathbb{Z}$ và $n > \frac{-3}{2}$ nên $n = -1 \Rightarrow B = 1$. Vậy $B_{\min} = 1$ khi $n = -1$

Bài 14.

a) $C = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{19} < \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{9}{10} < 1$

Để thấy $C > 0$. Suy ra $0 < C < 1$. Vậy C không thể là số nguyên

b) $D = 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} \right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} = \frac{n+1}{n+2}$
 $= 1 - \frac{1}{n+2}$

Giả sử D là số nguyên suy ra $\frac{1}{n+2}$ là số nguyên. Vì $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n+2 > 3 \Rightarrow \frac{1}{n+2}$ không thể là số nguyên. Điều giả sử là sai. Vậy D không là số nguyên

c) $E = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{2}{9} + \frac{2}{11} = \frac{2}{6} + \frac{2}{8} + \frac{2}{10} + \frac{2}{7} + \frac{2}{9} + \frac{2}{11}$
 $= 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \right) < 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) = 2$

$$\text{Ta lại có } 2\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right) > 2\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) = 1$$

Suy ra $1 < E < 2$. Vậy E không là số nguyên.

Bài 15.

a) Trong 100 số chỉ có tối đa 2 số không âm vì nếu có 3 số không âm trở lên thì sẽ trái giả thiết là 3 số bất kì đều có tổng là một số âm.

Nhóm 2 số không âm và 1 số hữu tỉ dương ta được kết quả là số âm. 97 số còn lại là số âm nên tổng 100 số là số âm.

b) Không thể khẳng định 100 số đều là số âm vì vẫn có thể có tối đa 2 số không âm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

BÀI 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

Bài 1. Tính giá trị của các biểu thức:

$$a) \frac{3^3 \cdot 3^4}{3^{10}} = \frac{3^7}{3^{10}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}.$$

$$b) \frac{(0,8)^2}{(0,4)^2} = \left(\frac{0,8}{0,4}\right)^2 = 2^2 = 4.$$

$$c) \frac{2^3 \cdot 4^2}{8^3} = \frac{2^3 \cdot (2^2)^2}{(2^3)^3} = \frac{2^3 \cdot 2^4}{2^9} = \frac{2^7}{2^9} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$$

$$d) \frac{27^2 \cdot 9}{81} = \frac{(3^3)^2 \cdot 3^2}{3^4} = \frac{3^6 \cdot 3^2}{3^4} = 3^4 = 81.$$

$$e) \frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}} = \frac{(45 \cdot 5)^{10}}{75^{10}} = \frac{225^{10}}{75^{10}} = \left(\frac{225}{75}\right)^{10} = 3^{10}$$

$$f) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4 \cdot 2)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4)^5 \cdot 2^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5}{0,4} = 80$$

$$g) \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3} = \frac{2^{15} \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^3 \cdot (2^3)^3} = \frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^9} = 2^3 \cdot 3^5 = 1944$$

$$h) \frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}} = \frac{(2^3)^{10} + (2^2)^{10}}{(2^3)^4 + (2^2)^{11}} = \frac{2^{30} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{22}} = \frac{2^{20}(2^{10} + 1)}{2^{12}(1 + 2^{10})} = 2^8 = 256$$

Bài 2. Tìm số tự nhiên n biết :

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow n = 4.$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Leftrightarrow n = 3.$$

$$c) \frac{6^n}{3^3 \cdot 4} = 2 \Rightarrow 6^n = 3^3 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow 6^n = 3^3 \cdot 2^3 \Rightarrow 6^n = 6^3 \Rightarrow n = 3.$$

Bài 3. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ :

$$a) 2^6 \cdot 3^3 = (2^2)^3 \cdot 3^3 = 4^3 \cdot 3^3 = (4 \cdot 3)^3 = 12^3.$$

$$b) 6^4 \cdot 8^2 = 36^2 \cdot 8^2 = (36 \cdot 8)^2 = 288^2.$$

$$c) 16 \cdot 81 = 2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4.$$

$$d) 25^4 \cdot 2^8 = 25^4 \cdot (2^2)^4 = 25^4 \cdot 4^4 = (25 \cdot 4)^4 = 100^4.$$

$$e) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$f) \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$g) \left(\frac{9}{5}\right)^5 : \left(\frac{27}{-20}\right)^5 = \left(\frac{9 \cdot (-20)}{5 \cdot 27}\right)^5 = \left(\frac{-4}{3}\right)^5$$

$$g) \left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2 = \left(-\frac{5 \cdot 24}{4 \cdot 35}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$$

Bài 4. Tính :

$$a) 27^4 : 9^3 = (3^3)^4 : (3^2)^3 = 3^{12} : 3^6 = 3^6 = 729.$$

$$b) \frac{6^2 \cdot 3^3}{12^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 3^2} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4}.$$

$$c) \frac{12^3 \cdot 18^2}{24^2} = \frac{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4}{2^6 \cdot 3^2} = \frac{2^8 \cdot 3^7}{2^6 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3^5 = 972.$$

$$d) \frac{6^3 + 2 \cdot 6^2 + 2^3}{37} = \frac{2^3 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 + 2^3}{37} = \frac{2^3(3^3 + 3^2 + 1)}{37} = \frac{2^3 \cdot 37}{37} = 2^3.$$

Bài 5. Thực hiện phép tính :

$$a) 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{-1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0. \quad b) \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 6^2 + \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{1}{6^2} \cdot 6^2 + \frac{3^5 \cdot (0,2)^5}{(0,2)^6} \\ = 1 + \frac{3^5}{0,2} = 1216.$$

$$c) \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{20}\right) \left(\frac{2}{15}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2^2 \cdot 5}\right) \cdot \frac{2^2}{3^2 \cdot 5^2} = \frac{-1}{3 \cdot 5^3} = \frac{-1}{375}.$$

$$d) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5 \cdot (0,4)^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5}{0,4} = 80.$$

Bài 6: Tính giá trị biểu thức :

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8$$

Hướng dẫn

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7} = -\frac{3^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 3^{14}} = -\frac{3}{5}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8 = 8 + 3 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 4 + \left(4 : \frac{1}{2}\right) \cdot 8 = 10 + 64 = 74$$

Bài 7. Tìm x biết :

$$a) 3^x \cdot 9 = 243 \Rightarrow 3^x \cdot 3^2 = 3^5 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^5 \Rightarrow x+2 = 5 \Rightarrow x = 3.$$

$$b) 3^{7x-1} = 81^5 \Rightarrow 3^{7x-1} = (3^4)^5 \Rightarrow 3^{7x-1} = 3^{20} \Rightarrow 7x-1 = 20 \Rightarrow x = 3.$$

$$c) (x-3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 4 \\ x-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$d) 2^{x+1} \cdot 3^{x+1} = 216 \Rightarrow (2 \cdot 3)^{x+1} = 6^3 \Rightarrow 6^{x+1} = 6^3 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2.$$

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$b) (2x - 1)^3 = -8 = (-2)^3$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = -2$$

$$\Rightarrow 2x = -1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$c) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \\ x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$d) 5^{x+2} = 625 \Rightarrow 5^{x+2} = 5^4 \Rightarrow x = 2$$

Bài 8. Tìm số tự nhiên n biết :

$$a) \frac{81}{3^n} = 3 \Rightarrow \frac{3^4}{3^n} = 3 \Rightarrow 3^{4-n} = 3^1 \Rightarrow 4-n = 1 \Rightarrow n = 3.$$

$$b) \frac{(-2)^n}{16} = -8 \Rightarrow \frac{(-2)^n}{(-2)^4} = (-2)^3 \Rightarrow (-2)^{4-n} = (-2)^3 \Rightarrow 4-n = 3 \Rightarrow n = 1.$$

$$c) 16^n : 2^n = 64 \Rightarrow (16 : 2)^n = 64 \Rightarrow 8^n = 8^2 \Rightarrow n = 2.$$

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 9. So sánh các số sau :

$$a) 2^{150} \text{ và } 3^{100}. \text{ Ta có: } 2^{150} = (2^3)^{50} = 8^{50}, 3^{100} = (3^2)^{50} = 9^{50}.$$

$$\text{Do } 8^{50} < 9^{50} \Rightarrow 2^{150} < 3^{100}.$$

$$b) 4^{333} \text{ và } 3^{444}. \text{ Ta có: } 4^{333} = (4^3)^{111} = 64^{111}, 3^{444} = (3^4)^{111} = 81^{111}.$$

$$\text{Do } 64^{111} < 81^{111} \Rightarrow 4^{333} < 3^{444}.$$

$$c) 2^{500} \text{ và } 5^{200}. \text{ Ta có: } 2^{500} = (2^5)^{100} = 32^{100}, 5^{200} = (5^2)^{100} = 25^{100}.$$

$$\text{Do } 32^{100} > 25^{100} \Rightarrow 2^{500} > 5^{200}.$$

$$\text{d) } 2^{375} \text{ và } 3^{250}. \text{ Ta có: } 2^{375} = (2^3)^{125} = 8^{125}, 3^{250} = (3^2)^{125} = 9^{125}.$$

$$\text{Do } 8^{125} < 9^{125} \Rightarrow 2^{375} < 3^{250}.$$

$$\text{a) } 2^{300} \text{ và } 3^{200}$$

$$\text{Ta có: } 2^{300} = 2^3)^{100} = 8^{100}$$

$$3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$$

$$\text{Vì } 8^{100} < 9^{100} \Rightarrow 2^{300} < 3^{200}$$

$$\text{b) Tương tự câu a ta có: } 3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$$

$$7^{300} = (7^3)^{100} = 343^{100}$$

$$\text{Vì } 243^{100} < 343^{100} \Rightarrow 3^{500} < 7^{300}$$

$$\text{c) Ta có: } 8^5 = 2^{15} = 2.2^{14} < 3.2^{14} = 3.4^7 \Rightarrow 8^5 < 3.4^7$$

$$\text{d) Ta có: } 202^{303} = (2.101)^{3.101} = (2^3.101^3)^{101} = (8.101.101^2)^{101} = (808.101^2)^{101}$$

$$303^{202} = (3.101)^{2.101} = (3^2.101^2)^{101} = (9.101^2)^{101}$$

$$\text{Vì } 808.101^2 > 9.101^2 \Rightarrow 202^{303} > 303^{202}$$

Bài 10. Tìm giá trị của số nguyên x :

$$\text{a) } x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = 2^4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{2} = \frac{2}{x+1}. \text{ Điều kiện: } x \neq -1.$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \frac{(x-2)^2}{7} = \frac{49}{x-2}. \text{ Điều kiện: } x \neq 2.$$

$$\Rightarrow (x-2)^3 = 7^3 \Rightarrow x-2=7 \Rightarrow x=9.$$

Bài 11. Chứng minh rằng: $12^8 \cdot 9^{12} = 18^{16}$.

$$\text{Ta có: } 12^8 \cdot 9^{12} = (2^2 \cdot 3)^8 \cdot (3^2)^{12} = 2^{16} \cdot 3^8 \cdot 3^{24} = 2^{16} \cdot 3^{32} = 2^{16} \cdot (3^2)^{16} = (2 \cdot 3)^{16} = 18^{16}.$$

Bài 12:

$$\text{a) } 30 < 2^n < 300$$

$$\text{Ta có: } 2^4 = 16 < 30, 2^5 = 32 > 30$$

$$2^8 = 256 < 300, 2^9 = 512 > 300$$

Vậy $30 < 2^n < 300$ nên $n = 5, 6, 7, 8$

$$b) 20 < 6^n < 1300$$

Ta có $6 < 20$

$$6^2 = 36 > 20$$

$$6^4 = 1296 < 1300$$

$$6^5 = 7776 > 1300$$

Vậy $20 < 6^n < 1300$ nên $n = 2, 3, 4$

$$c) 32 < 2^n < 128$$

Tương tự ta tìm được $n = 6$

$$d) 2.16 \geq 2^n > 4 \Rightarrow 32 \geq 2^n > 4$$

$$\Rightarrow n = 3, 4, 5$$

Bài 13:

$$\text{Ta có: } 2^{63} = (2^7)^9 = 128^9$$

$$5^{27} = (5^3)^9 = 125^9 \quad \Rightarrow 2^{63} > 5^{27} \quad (1)$$

$$\text{Lại có: } 2^{63} = (2^9)^7 = 512^7$$

$$5^{28} = (5^4)^7 = 625^7 \quad \Rightarrow 2^{63} < 5^{28} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow 5^{27} < 2^{63} < 5^{28}$$

Bài 14:

$$\text{Vì } A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < 1$$

$$\begin{aligned} \text{nên } A &= \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < \frac{2008^{2008} + 1 + 2007}{2008^{2009} + 1 + 2007} = \frac{2008 + 2008}{2008^{2009} + 2008} = \frac{2008 \cdot (2008^{2007} + 1)}{2008 \cdot (2008^{2009} + 1)} \\ &= \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2007} + 1} = B \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A < B$$

Bài 15 : Tìm các số nguyên x, y biết:

$$a) (x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0 \quad b) (x - 3,2)^2 + (2,5 + y)^{10} = 0$$

Hướng dẫn

$$a) (x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0$$

vì $(x + 1,5)^8 \geq 0$ với mọi x và $(2,7 - y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x + 1,5)^8 + (2,7 - y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x + 1,5)^8 = 0 \\ (2,7 - y)^{10} = 0 \\ x = -1,5 \\ y = 2,7 \end{cases}$$

$$b) (x - 3,2)^2 + (2,5 + y)^{10} = 0$$

Vì $(x - 3,2)^2 \geq 0$ với mọi x và $(2,5 + y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x - 3,2)^2 + (2,5 + y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x - 3,2)^2 = 0 \\ (2,5 + y)^{10} = 0 \\ x = 3,2 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Bài 16: Cho $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008}$ và $B = 3^{2009}$

a. Tính $3A$.

b. Chứng tỏ $2A$ và B là hai số nguyên liên tiếp

Hướng dẫn

a. Ta có: $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008}$ (1)

$\Rightarrow 3A = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2008} + 3^{2009}$ (2)

b. Lấy (2) - (1) ta được: $2A = 3^{2009} - 1$

Vì $B = 3^{2009}$ nên $2A$ và B là 2 số nguyên liên tiếp

Bài 17: Rút gọn:

a. $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$

b. $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$

Hướng dẫn:

a. Ta có $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$ (1)

$2A = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} - 2^{98} + 2^{97} - \dots + 2^3 - 2^2$ (2)

Lấy (1) cộng (2) ta được: $3A = 2^{101} - 2 \Rightarrow A = \frac{2^{101} - 2}{3}$

b. Ta có $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$ (3)

$3B = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + 3^{97} + \dots + 3^3 - 3^2 + 3$ (4)

Lấy (3) cộng (4) ta được $4B = 3^{101} + 1 \Rightarrow B = \frac{3^{101} + 1}{4}$

Bài 18: Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ với $n \geq 2$ và $B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n}$

a. Tính B

b. So sánh A với B

c. So sánh A với 1

Hướng dẫn

$$a. B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$$

$$b. \text{Ta có: } \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1).n} \text{ Với mọi } n \geq 2$$

$$\text{Do đó } A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{n} \text{ (với } n \geq 2)$$

Vậy $A < B$

c. Theo câu b ta có $A < 1$

Dạng 4: Chứng minh chia hết

Bài 19: Chứng minh rằng

$$a. (2^{10} + 2^8) : 5$$

$$b. (2008^{100} + 2008^{99}) : 2009$$

$$c. (12345^{678} - 12345^{677}) : 12344$$

Hướng dẫn

$$a. (2^{10} + 2^8) : 5$$

$$\text{Ta có } 2^{10} + 2^8 = 2^8(2^2 + 1) = 5.2^8 : 5$$

$$b. (2008^{100} + 2008^{99}) : 2009$$

$$\text{Ta có } (2008^{100} + 2008^{99}) = 2008^{99}.(2008+1) = 2009.2008^{99} : 2009$$

$$c. (12345^{678} - 12345^{677}) : 12345$$

$$\text{Ta có: } (12345^{678} - 12345^{677}) = 12345^{677}.(12345-1) = 12344.12345^{677} : 12344$$

Bài 20: Chứng tỏ rằng: $A = 75(4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ là số chia hết cho 100

$$\text{Ta tính } C = 4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1 \text{ (1)}$$

$$4C = 4^{2005} + 4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 \text{ (2)}$$

$$\text{Lấy (2) trừ (1) ta được: } 3C = 4^{2005} - 1 \Rightarrow C = \frac{4^{2005} - 1}{3}$$

$$\text{Khi đó } A = 75.\left(\frac{4^{2005} - 1}{3}\right) + 25 = 25.(4^{2005} - 1) + 25 = 25.4^{2005} = 100.4^{2004} : 100$$

Vậy $A : 100$

BÀI 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

VD 1.1.

a) $1,3 - 3^2 + 1,2 : 3 = 1,3 - 9 + 0,4 = 1,7 - 9 = -7,3$

b) $3,5 + 2,5 \cdot 5 + 1,5^2 = 3,5 + 12,5 + 2,25 = 16 + 2,25 = 18,25$

c) $9,8 + 1,3 \cdot 6 + (4,5 - 2,4) : 3 = 9,8 + 7,8 + 2,1 : 3 = 17,6 + 0,7 = 18,3$

d) $(1,5 + 2,1) : 2 + 1,5 - 1,5 : 3 = 3,6 : 2 + 1,5 - 0,5 = 1,8 - 1 = 1.$

VD 1.2.

a)

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{8}\right) : \frac{5}{4} = \left(\frac{4}{6} + \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{2} + \left(\frac{2}{8} + \frac{5}{8}\right) : \frac{5}{4} = \frac{5}{6} : \frac{5}{2} + \frac{7}{8} : \frac{5}{4} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{31}{30} \text{ b)}$$

$$\frac{11}{9} \cdot \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{5}\right) = \frac{11}{9} \cdot \left(\frac{2}{22} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{3}{10} - \frac{6}{10}\right) = \frac{11}{9} \cdot \frac{-3}{22} + \frac{5}{6} \cdot \frac{-3}{10} = \frac{-1}{6} + \frac{-3}{20} = \frac{-10}{60} + \frac{-9}{60} = \frac{-19}{60}$$

c)

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{12}\right) : \frac{7}{16} = \left(\frac{3}{6} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{2}{12} + \frac{5}{12}\right) : \frac{7}{16} = \frac{8}{6} \cdot \frac{5}{8} + \frac{7}{12} : \frac{7}{16} = \frac{8}{6} \cdot \frac{5}{8} + \frac{7}{12} \cdot \frac{16}{7} = \frac{5}{6} + \frac{4}{3} = \frac{13}{6}$$

d) $\frac{5}{11} : \left(\frac{3}{11} - \frac{1}{22}\right) + \frac{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{14} - \frac{1}{7}\right) = \frac{5}{11} : \left(\frac{6}{22} - \frac{1}{22}\right) + \frac{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{14} - \frac{2}{14}\right) = \frac{5}{11} : \frac{5}{22} + \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{14} = 2 + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}.$

VD 2.1.

<p>a) $x + \frac{1}{2} = \frac{-3}{4}$</p> <p>$x = \frac{-3}{4} - \frac{1}{2}$</p> <p>$x = \frac{-3}{4} - \frac{2}{4}$</p> <p>$x = \frac{-5}{4}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{-5}{4}.$</p>	<p>b) $x - \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$</p> <p>$x = \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$</p> <p>$x = \frac{5}{10} + \frac{6}{10}$</p> <p>$x = \frac{11}{10}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{11}{10}.$</p>	<p>c) $\frac{2}{5} - x = \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{4}{10} - \frac{3}{10}$</p> <p>$x = \frac{1}{10}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{1}{10}.$</p>	<p>d) $-\frac{1}{6} - x = -\frac{1}{5}$</p> <p>$x = -\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{5}\right)$</p> <p>$x = -\frac{5}{30} + \frac{6}{30}$</p> <p>$x = \frac{1}{30}$</p> <p>Vậy: $x = \frac{1}{30}.$</p>
---	--	--	--

VD 2.2.

<p>a) $x + 0,74 = 15,88$ $x = 15,88 - 0,74$ $x = 15,14$ Vậy: $x = 15,14$.</p>	<p>b) $x - 0,3 = 17,7$ $x = 17,7 + 0,3$ $x = 18$ Vậy: $x = 18$.</p>	<p>c) $12,56 - x = 15,6$ $x = 12,56 - 15,6$ $x = -3,04$ Vậy: $x = -3,04$.</p>	<p>d) $-1,75 - x = -0,15$ $x = -1,75 - (-0,15)$ $x = -1,75 + 0,15$ $x = -1,6$ Vậy: $x = -1,6$.</p>
--	--	--	---

VD 2.3.

<p>a) $x - \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{5}\right) = \frac{3}{10}$ $x - \left(\frac{25}{20} - \frac{28}{20}\right) = \frac{6}{20}$ $x - \left(-\frac{3}{20}\right) = \frac{6}{20}$ $x = \frac{6}{20} - \frac{3}{20}$ $x = -\frac{3}{20}$ Vậy: $x = -\frac{3}{20}$.</p>	<p>b) $x - \frac{1}{2} = \frac{7}{9} - \left(-\frac{9}{7}\right)$ $x - \frac{1}{2} = \frac{7}{9} + \frac{9}{7}$ $x - \frac{1}{2} = \frac{49}{63} + \frac{81}{63}$ $x - \frac{1}{2} = \frac{130}{63}$ $x = \frac{130}{63} + \frac{1}{2}$ $x = \frac{323}{126}$ Vậy: $x = \frac{323}{126}$.</p>	<p>c) $\left(\frac{1}{12} - x\right) - \frac{3}{4} = 75\%$ $\left(\frac{1}{12} - x\right) - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{12} - x = \frac{3}{2}$ $x = \frac{1}{12} - \frac{3}{2}$ $x = \frac{1}{12} - \frac{18}{12}$ $x = \frac{-17}{12}$ Vậy: $x = \frac{-17}{12}$.</p>	<p>d) $\left(1 - \frac{3}{2}\right) - x = \frac{-5}{4}$ $-\frac{1}{2} - x = \frac{-5}{4}$ $x = \frac{-1}{2} - \left(\frac{-5}{4}\right)$ $x = \frac{-2}{4} + \frac{5}{4}$ $x = \frac{3}{4}$ Vậy: $x = \frac{3}{4}$.</p>
--	--	--	--

VD 2.4.

<p>a) $x + (0,72 + 1,25) = 11,77$ $x + 1,97 = 11,77$ $x = 11,77 - 1,97$ $x = -9,8$ Vậy: $x = -9,8$.</p>	<p>c) $(12,56 - 1,34) - x = 15,22$ $11,22 - x = 15,22$ $x = 11,22 - 15,22$ $x = -4$ Vậy: $x = -4$.</p>
<p>b) $x - (0,3 + 1,38) = 17,9$ $x - 1,68 = 17,9$ $x = 17,9 + 1,68$ $x = 19,58$ Vậy: $x = 19,58$.</p>	<p>d) $(-1,75 + 14,3) - x = -(0,15 + 7,14)$ $12,55 - x = -7,29$ $x = 12,55 - (-7,29)$ $x = 19,84$ Vậy: $x = 19,84$.</p>

VD 3.1.

a)

$$-1,2 + (-8,8) + 7,25 + 2,75 - 2022 = -(1,2 + 8,8) + (7,25 + 2,75) - 2022 = -10 + 10 - 2022 = -2022$$

b) $-0,1 + 19,6 + 11,1 - 9,6 = 11,1 - 0,1 + 19,6 - 9,6 = 11 + 10 = 21$

c) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{9} + \frac{7}{9}\right) + \left(\frac{3}{9} + \frac{6}{9}\right) + \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right) = 1 + 1 + 1 = 3$

d) $11,9 - \frac{17}{9} - 1,9 - 8\frac{1}{9} = 11,9 - 1,9 - \left(\frac{17}{9} + 8 + \frac{1}{9}\right) = 10 - (2 + 8) = 0$

VD 3.2.

a) $\frac{18}{11} - \left(\frac{6}{7} - \frac{4}{11}\right) + \frac{13}{7} = \frac{18}{11} - \frac{6}{7} + \frac{4}{11} + \frac{13}{7} = \left(\frac{18}{11} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{13}{7} - \frac{6}{7}\right) = 2 + 1 = 3$

b) $\frac{32}{5} - \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{4}\right) = \frac{32}{5} - \frac{5}{4} + \frac{1}{5} + \frac{12}{5} - \frac{3}{4} = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} + \frac{12}{5} - \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 9 - 2 = 7$

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1.

<p>a) $(-0,25) \cdot \frac{4}{17} \cdot \left(-3\frac{5}{21}\right) \cdot \left(\frac{-7}{12}\right)$</p> $= \frac{-1}{4} \cdot \frac{4}{17} \cdot \frac{-68}{21} \cdot \frac{-7}{12}$ $= \frac{-1}{9}$	<p>b) $\left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \frac{4}{15} + \left(\frac{-3}{10}\right) \cdot \frac{4}{15}$</p> $= \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{-2}{5} + \frac{-3}{10}\right)$ $= \frac{4}{15} \cdot \frac{-7}{10}$ $= \frac{-14}{75}$
<p>c) $21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right)$</p> $= 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24}$ $= 21 - \frac{15}{4} \cdot \frac{24}{5}$ $= 21 - 18$ $= 3$	<p>d) $\left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7}$</p> $= \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4}\right) : \frac{3}{7}$ $= 0 : \frac{3}{7}$ $= 0$

Bài 2.

a) $(-0,35) \cdot \frac{3}{14} \cdot \left(-3\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{-4}{21}\right) = \frac{-7}{20} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{-26}{7} \cdot \frac{-4}{21} = \frac{-13}{245}$

b) $\left(\frac{-3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \left(\frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{-5}{14}\right) \cdot \frac{5}{11} = \frac{-11}{14} \cdot \frac{5}{11} = \frac{-5}{14}$

c) $15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \frac{5}{18} = 15 - \frac{7}{3} \cdot \frac{18}{5} = 15 - \frac{42}{5} = \frac{33}{5}$

$$d) \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5}\right) : \frac{3}{8} + \left(\frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{-5}{6} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{-11}{30}\right) : \frac{3}{8} = \left(\frac{6}{5} + \frac{-36}{30}\right) : \frac{3}{8} = 0 : \frac{3}{8} = 0.$$

$$e) \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot (-30) = \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot 15 \cdot (-2) = 7 \cdot (-2) = -14.$$

$$f) \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{38}{45} = \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{2 \cdot 19}{3 \cdot 15} = \left(\frac{-1}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{-15}{19}\right) \cdot \frac{19}{15} = \frac{2}{9}.$$

$$g) \left(\frac{-5}{9}\right) \cdot \frac{3}{11} + \left(\frac{-13}{18}\right) \frac{3}{11} = \frac{3}{11} \cdot \left[\left(\frac{-5}{9}\right) + \left(\frac{-13}{18}\right)\right] = \frac{3}{11} \cdot \left[\frac{(-5) \cdot 2 - 13}{18}\right] = \frac{3}{11} \cdot \left(\frac{-26}{18}\right) = \frac{3}{11} \cdot \left(\frac{(-13) \cdot 2}{9 \cdot 2}\right) = \frac{-13}{33}.$$

$$h) \left(2 \frac{2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \left(\frac{2 \cdot 15 + 2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \left(\frac{32}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(\frac{-3}{17}\right) = \frac{3}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \left(\frac{17}{-3}\right) = \frac{-9}{15} = \frac{-3}{5}.$$

Bài 3.

<p>a) $\frac{-4}{5} + \frac{5}{2}x = \frac{-3}{10}.$</p> $\frac{5}{2}x = \frac{-3}{10} - \frac{-4}{5}.$ $\frac{5}{2}x = \frac{1}{2}.$ $x = \frac{1}{2} : \frac{5}{2}$ $x = \frac{1}{5}. \text{ Vậy } x = \frac{1}{5}.$	<p>b) $\frac{4}{3} + \frac{5}{8} : x = \frac{1}{12}.$</p> $\frac{5}{8} : x = \frac{1}{12} - \frac{4}{3}$ $\frac{5}{8} : x = \frac{-5}{4}$ $x = \frac{5}{8} : \frac{-5}{4}$ $x = \frac{-1}{2}.$ <p>Vậy $x = \frac{-1}{2}.$</p>
<p>c) $\left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right) = 0.$</p> $x - \frac{1}{3} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{2}{5} = 0$ $x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$ <p>Vậy $x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-2}{5}.$</p>	<p>d) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{9}{16}\right) \cdot \left(1,5 + \frac{-3}{5} : x\right) = 0.$</p> $\frac{3}{4}x - \frac{9}{16} = 0 \text{ hoặc } 1,5 + \frac{-3}{5} : x = 0$ $\frac{3}{4}x = \frac{9}{16} \text{ hoặc } \frac{-3}{5} : x = -1,5$ $x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}$ <p>Vậy $x = \frac{3}{4} \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}.$</p>

Bài 4.

<p>a) $\frac{-2}{5} + \frac{5}{6}x = \frac{-4}{15}$.</p> $\frac{5}{6}x = \frac{-4}{15} - \frac{-2}{5}$ $\frac{5}{6}x = \frac{2}{15}$ $x = \frac{2}{15} : \frac{5}{6}$ $x = \frac{4}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{4}{25}$.</p>	<p>b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} : x = \frac{5}{6}$.</p> $\frac{7}{4} : x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$ $\frac{7}{4} : x = \frac{1}{6}$ $x = \frac{7}{4} : \frac{1}{6}$ $x = \frac{21}{2}$ <p>Vậy $x = \frac{21}{2}$.</p>
<p>c) $\left(x + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{4}\right) = 0$.</p> $x + \frac{5}{3} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{5}{4} = 0$ $x = -\frac{5}{3} \text{ hoặc } x = \frac{5}{4}$ <p>Vậy $x = -\frac{5}{3}$ hoặc $x = \frac{5}{4}$.</p>	<p>d) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{8}{13}\right) \cdot \left(2,5 + \frac{-7}{5} : x\right) = 0$.</p> $\frac{1}{3}x - \frac{8}{13} = 0 \text{ hoặc } 2,5 + \frac{-7}{5} : x = 0$ $\frac{1}{3}x = \frac{8}{13} \text{ hoặc } \frac{-7}{5} : x = \frac{-5}{2}$ $x = \frac{8}{13} : \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{5} : \frac{-5}{2}$ $x = \frac{24}{13} \text{ hoặc } x = \frac{14}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{24}{13}$ hoặc $x = \frac{14}{25}$.</p>
<p>e) $\left(x - \frac{2}{7}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right) = 0$.</p> $x - \frac{2}{7} = 0 \text{ hoặc } x + \frac{3}{4} = 0$ $x = \frac{2}{7} \text{ hoặc } x = -\frac{3}{4}$ <p>Vậy $x = \frac{2}{7}$ hoặc $x = -\frac{3}{4}$.</p>	<p>f) $\left(\frac{-5}{4}x + 3,25\right) \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{-5}{2}x\right)\right] = 0$.</p> $\frac{-5}{4}x + 3,25 = 0 \text{ hoặc } \frac{3}{5} - \left(\frac{-5}{2}x\right) = 0$ $\frac{-5}{4}x = -\frac{13}{4} \text{ hoặc } \left(\frac{-5}{2}x\right) = \frac{3}{5}$ $x = \frac{-13}{4} : \frac{-5}{4} \text{ hoặc } x = \frac{3}{5} : \frac{-5}{2}$ $x = \frac{13}{5} \text{ hoặc } \frac{-6}{25}$ <p>Vậy $x = \frac{13}{5}$ hoặc $\frac{-6}{25}$.</p>

a) Điều kiện: $x \neq -2; x \neq 1$.

$$A = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3x-3+2}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = 3 + \frac{2}{x-1}.$$

Để A là số nguyên thì x nguyên và $x-1$ là ước của 2.

$$x-1=1 \Rightarrow x=2.$$

$$x-1=-1 \Rightarrow x=0.$$

$$x-1=2 \Rightarrow x=3.$$

$$x-1=-2 \Rightarrow x=-1.$$

$$B = \frac{2x^2+x-1}{x+2} = \frac{2x^2+4x-3x-6+5}{x+2} = \frac{2x(x+2)-3(x+2)+5}{x+2} = 2x-3 + \frac{5}{x+2}.$$

Để B là một số nguyên thì x nguyên và $x+2$ là ước của 5.

$$x+2=1 \Rightarrow x=-1.$$

$$x+2=-1 \Rightarrow x=-3.$$

$$x+2=5 \Rightarrow x=3.$$

$$x+2=-5 \Rightarrow x=-7.$$

b) Để A và B cùng là số nguyên thì $x = -1$.

Bài 6.

$$a) 21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) = 21 - \frac{15}{4} : \frac{5}{24} = 21 - 18 = 3$$

$$b) \frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right] = \frac{7}{23} \cdot \frac{-23}{6} = \frac{-7}{6}$$

$$c) \left(0,75 - \frac{1}{4}\right) : \frac{-5}{6} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{-6}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{-3}{5}$$

$$d) \frac{5}{4} - \frac{5}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - \frac{5}{4} : \frac{5}{24} + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - 6 + \frac{11}{12} = \frac{-19}{4} + \frac{11}{12} = \frac{-23}{6}$$

$$e) 1,25 \cdot \left(5 - \frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{-7}{11}\right) = \frac{5}{4} \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{-7}{11} = \frac{-35}{12}$$

$$f) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) : (-7) = -9 \cdot \frac{-7}{12} \cdot \frac{-1}{7} = \frac{-3}{4}$$

$$g) \left(1\frac{3}{4} - 0,25\right) \cdot 2\frac{1}{3} = \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{7}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{2}$$

$$h) \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) = \frac{-1}{6} : \frac{9}{4} = \frac{-1}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{-2}{27}$$

$$i) \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) = \left(\frac{9}{25} - 36\right) : \left(\frac{19}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{-891}{25} : 4 = \frac{-891}{100}$$

$$k) \frac{0,84 - 0,64 + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} - 0,2 + 0,55} = \frac{0,2 + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} + 0,35} = \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{9} + \frac{4}{13}}{\frac{7}{9} + \frac{7}{13} + \frac{7}{20}} = \frac{4 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} \right)}{7 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} \right)} = \frac{4}{7}$$

Bài 7.

$$a) \frac{3}{8} \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33 \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \cdot \left(19 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{8} \cdot (-14) = \frac{-21}{4}$$

$$b) 12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) = -\frac{5}{7} \cdot (12,5 + 1,5) = -\frac{5}{7} \cdot 14 = -10$$

$$c) \frac{3}{5} : \left(-1 \frac{1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1 \frac{1}{15} \right) = \frac{3}{5} : \left(\frac{-16}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - \frac{16}{15} \right) = \frac{3}{5} : \left(-\frac{37}{30} \right) + \frac{3}{5} : \frac{7}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{-30}{37} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{-18}{37} + \frac{3}{7} = \frac{-12}{259}$$

$$d) \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) : \frac{3}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) : \frac{3}{7} = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{7}{3} + \left(\frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-1}{4} \right) = \frac{7}{3} \cdot (-1 + 1) = 0$$

Bài 8.

$$a) A = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{20} \right) \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{18}{19} \cdot \frac{19}{20} = \frac{1}{20} > \frac{1}{21}. \text{Vậy } A > \frac{1}{21}.$$

$$b) B = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{99}{100!} = \frac{2-1}{2!} + \frac{3-1}{3!} + \frac{4-1}{4!} + \cdots + \frac{100-1}{100!}$$

$$= \frac{2}{2!} - \frac{1}{2!} + \frac{3}{3!} - \frac{1}{3!} + \frac{4}{4!} - \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{100}{100!} - \frac{1}{100!}$$

$$= \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{1}{99!} - \frac{1}{100!} = 1 - \frac{1}{100!} < 1. \text{Vậy } B < 1.$$

Bài 9.

$$a) A = \left(1 - \frac{1}{1 \cdot 2} \right) + \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2015 \cdot 2016} \right)$$

$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 - \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} \right)$$

$$= 2015 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} \right)$$

$$= 2015 - \left(1 - \frac{1}{2016} \right) = 2015 - 1 + \frac{1}{2016}$$

$$= 2014 + \frac{1}{2016} = \frac{4060225}{2016}$$

$$\begin{aligned}
 b) B &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{9}{16.25} + \frac{11}{25.36} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} \\
 &= 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) C &= \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{100.103} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \\
 &= 1 - \frac{1}{103} = \frac{102}{103}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) D &= \frac{3}{1.4} + \frac{6}{4.10} + \frac{9}{10.19} + \frac{12}{19.31} + \frac{15}{31.46} + \frac{18}{46.64} \\
 &= \frac{4-1}{1.4} + \frac{10-4}{4.10} + \frac{19-10}{10.19} + \frac{31-19}{19.31} + \frac{46-31}{31.46} + \frac{64-46}{46.64} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{46} + \frac{1}{46} - \frac{1}{64} \\
 &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}
 \end{aligned}$$

Bài 10.

Ta có

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{49.50} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50}\right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{25}\right) \\
 &= \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{50}
 \end{aligned}$$

Bài 11. Giả sử ta có 2 số hữu tỉ x và y thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{x+y}{x.y} \Leftrightarrow (x+y)^2 = x.y$$

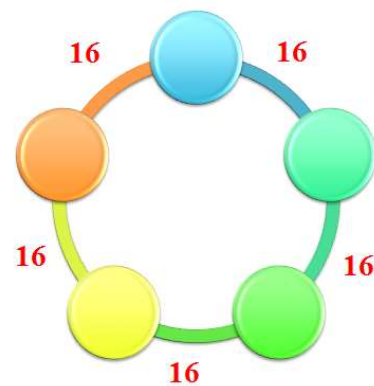
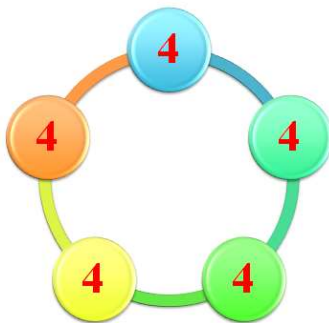
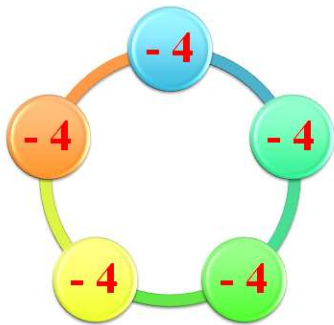
Điều này không xảy ra vì $\begin{cases} (x+y)^2 > 0 \\ x.y < 0 \end{cases}$ (do x, y là 2 số trái dấu) \Rightarrow ĐPCM

Bài 12: ĐỐ VUI:

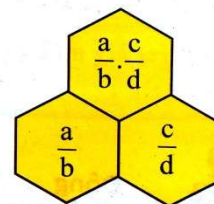
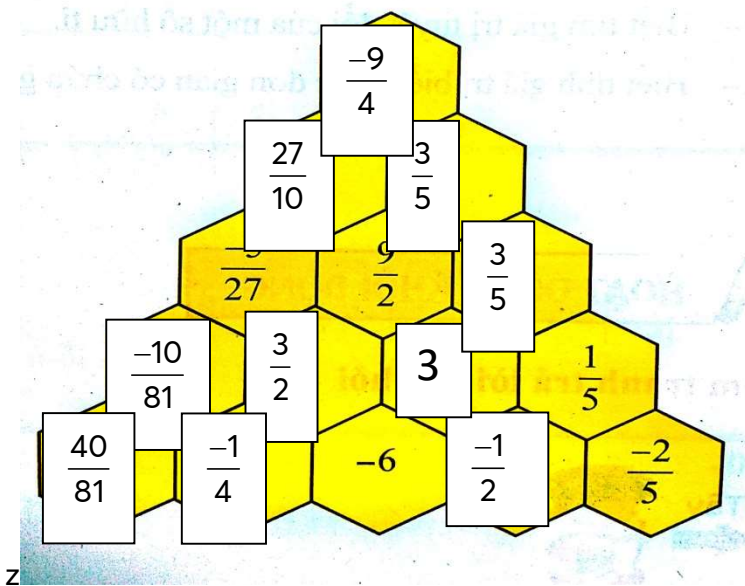
a) Gọi 7 số đó lần lượt là $a_1, a_2, a_3, \dots, a_7$, hiển nhiên mỗi số trên đều khác 0. Ta có:

$a_1 \cdot a_2 = a_2 \cdot a_3 \Rightarrow a_1 = a_3$. Chứng minh tương tự ta cũng có:

$a_3 = a_5; a_5 = a_7; a_7 = a_2, \dots$. Vậy bảy số đều bằng nhau và mỗi số đều bằng 4 hoặc đều bằng -4



b) Điền số hữu tỉ thích hợp vào các ô trống trong hình tháp dưới đây theo quy tắc đã chỉ ra



Bài 13: Ta có: $a + b = a \cdot b$ thì $a = ab - b = b(a - 1)$.

Thay $a = b(a - 1)$ vào $a + b = a : b$ ta có $a + b = \frac{b(a - 1)}{b} = a - 1$.

Vì $a + b = a - 1$ hay $a + b - a = -1$. Suy ra: $b = -1$

Ta có: $a \cdot b = a + b \Leftrightarrow -1 \cdot a = a + (-1) \Leftrightarrow -a = a - 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy $a = \frac{1}{2}, b = -1$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.D	3.B	4.D	5.C	6.B	7.C	8.A	9.D	10.C
11.A	12.A	13.D	14.C	15.C	16.B	17.B	18.D	19.A	20.C
21.B	22.D	23.D	24.C	25.B					

Bài 1.

$$a) \frac{25}{12} + \frac{-4}{12} = \frac{25 + (-4)}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{-10}{8} + \frac{15}{4} = \frac{-5}{4} + \frac{15}{4} = \frac{-5 + 15}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$c) \frac{3}{8} + \frac{-14}{6} = \frac{9}{24} + \frac{-56}{24} = \frac{9 + (-56)}{24} = \frac{-47}{24}$$

$$d) -\frac{4}{7} - \frac{2}{-3} = -\frac{4}{7} + \frac{2}{3} = \frac{-12}{21} + \frac{14}{21} = \frac{2}{21}$$

$$e) 3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} = \frac{13}{4} - \frac{4}{3} = \frac{39}{12} - \frac{16}{12} = \frac{23}{12}$$

$$f) \frac{5454}{5757} - \frac{171717}{191919} = \frac{54.101}{57.101} - \frac{17.10101}{19.10101} = \frac{54}{57} - \frac{17}{19} = \frac{18}{19} - \frac{17}{19} = \frac{1}{19}$$

$$g) \left[\frac{5}{8} + \left(\frac{-3}{4} \right) \right] + \frac{15}{6} = \frac{15}{24} + \frac{-18}{24} + \frac{60}{24} = \frac{15 + (-18) + 60}{24} = \frac{57}{24} = \frac{19}{8}$$

$$h) \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6} \right) - \frac{7}{12} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{6 - 9 + 10 - 7}{12} = 0$$

$$a) -3 - \frac{2}{3} + \left(\frac{15}{18} - \frac{24}{3} \right) - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{24}{3} - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{24}{3} - \frac{5}{6} = -3 - \frac{2}{3} - \frac{24}{3} = 3 - 13 = -10$$

Bài 2.

$$a) \frac{5}{-7} - \left(\frac{4}{3} - \frac{-5}{-7} \right) = \frac{-5}{7} - \frac{4}{3} + \frac{5}{7} = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{7} \right) - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$b) \frac{7}{3} + \left[\left(\frac{-5}{6} \right) + \left(\frac{-1}{3} \right) \right] = \frac{7}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{-1}{3} = \frac{7}{3} + \frac{-1}{3} + \frac{-5}{6} = 2 + \frac{-5}{6} = \frac{12 + (-5)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$c) \frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{3} \right) \right]$$

$$\frac{4}{3} - \left[\left(\frac{-11}{6} \right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3} \right) \right] = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{11}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{11}{6} + \frac{1}{6} \right) = 2 + 2 = 4$$

$$d) \left(8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} \right) - \left(-6 - \frac{3}{7} + \frac{5}{4} \right) - \left(3 + \frac{2}{4} - \frac{9}{7} \right) = 8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7} + 6 + \frac{3}{7} - \frac{5}{4} - 3 - \frac{2}{4} + \frac{9}{7}$$

$$= 8 + 6 - 3 - \frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{2}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = 11 - 4 + 2 = 9$$

$$e) \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{29} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} - \frac{3}{4} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} + \frac{1}{15} - \frac{27}{36} - \frac{8}{36} - \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = 3 - 1 + \frac{1}{72} = 2 + \frac{1}{72} = 2\frac{1}{72}$$

$$f) 1 - \frac{3}{99.96} - \frac{3}{96.93} - \frac{3}{93.90} - \dots - \frac{3}{7.4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{99.96} - \left(\frac{3}{96.93} + \frac{3}{96.93} + \dots + \frac{3}{7.4} + \frac{3}{4.1} \right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{90.93} + \frac{3}{93.96} + \frac{3}{99.96} \right) = 1 - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{93} - \frac{1}{96} + \frac{1}{96} - \frac{1}{99} \right)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{99} \right) = \frac{1}{99}$$

Bài 3. Tìm x:

$$a) x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7}$$

$$x = \frac{3}{7} - \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{15-7}{35}$$

$$x = \frac{8}{35}$$

$$b) x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3+2}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$c) \frac{11}{12} - \left(\frac{2}{5} + x \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{11}{12} - \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{5} + x = \frac{1}{4}$$

$$d) x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{6} \right)$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{6}$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{23}{30}$$

$$x = \frac{23}{30} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{-3}{20}$$

$$x = \frac{23-20}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$e) \frac{9}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) \right] = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{9}{2} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \left(x + \frac{7}{4} \right) = \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} - \frac{23}{4}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{8-69}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-57}{12}$$

$$x + \frac{7}{4} = \frac{-19}{4}$$

$$x = \frac{-19}{4} - \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{-26}{4}$$

$$x = \frac{-13}{2}$$

$$f) \frac{x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x^2 - 2}{2x} = \frac{1}{12}$$

$$12(x^2 - 2) = 2x$$

$$6(x^2 - 2) = x$$

$$6x^2 - x - 12 = 0$$

$$6x^2 + 8x - 9x - 12 = 0$$

$$2x(3x + 4) - 3(3x + 4) = 0$$

$$(3x + 4)(2x - 3) = 0$$

- TH1: $3x + 4 = 0$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

• TH2: $2x - 3 = 0$

Vậy $x \in \left\{ -\frac{4}{3}; \frac{3}{2} \right\}$

Bài 4.

a) $\frac{1}{x} - \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{6 - xy}{6x} = \frac{1}{3}$$

$$3(6 - xy) = 6x$$

$$6 - xy = 2x$$

$$xy + 2x = 6$$

$$x(y + 2) = 6$$

Vì x, y là các số nguyên mà $6 = 6.1 = (-6).(-1) = 2.3 = (-2).(-3)$

Ta có:

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$y + 2$	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1
y	-3	-4	-5	-8	4	1	0	-1

Vậy $(x; y) = (-6; -3); (-3; -4); (-2; -5); (-1; -8); (1; 4); (2; 1); (3; 0); (6; -1)$.

b) $\frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{5}{4}$

$$\frac{xy + 6}{2y} = \frac{5}{4}$$

$$4(xy + 6) = 10y$$

$$2xy + 12 = 5y$$

$$2xy - 5y = -12$$

$$y(2x - 5) = -12$$

Vì x, y nguyên; $2x - 5$ lẻ mà $-12 = 1.(-12) = 2.(-6) = 3.(-4) = 4.(-3)$ nên

$2x - 5$	-3	-1	1	3
x	1	2	3	4
y	4	12	-12	-4

Vậy $(x;y) = (-1;4); (2;12); (3;-12); (4;-4)$

Bài 5.

$$a) \left(-\frac{28}{19}\right) \cdot \left(\frac{-38}{14}\right) = \frac{(-28) \cdot (-38)}{19 \cdot 14} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b) \left(-\frac{21}{16}\right) \cdot \left(-\frac{24}{7}\right) = \frac{21 \cdot (-24)}{16 \cdot 7} = \frac{3 \cdot (-3)}{2} = \frac{-9}{2} = -4 \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{-12}{7} \cdot 1,25 = \frac{-12}{7} \cdot \frac{125}{100} = \frac{-12}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-12 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{-3 \cdot 5}{7} = \frac{-15}{7} = -2 \frac{1}{7}$$

$$d) \frac{-4}{5} \cdot 3 \frac{2}{16} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{50}{16} = \frac{-4 \cdot 50}{5 \cdot 16} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2 \frac{1}{2}$$

$$e) 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 12 \cdot \frac{4}{9} = \frac{12 \cdot 4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$f) \frac{-8}{13} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{-13}{8} \cdot (-18) = \frac{(-8) \cdot 16 \cdot (-13) \cdot (-18)}{13 \cdot 9 \cdot 8} = -32$$

Bài 6.

$$a) \frac{-4}{3} : \frac{13}{9} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{9}{13} = \frac{-4 \cdot 9}{3 \cdot 13} = \frac{-12}{13}$$

$$b) \left(-\frac{9}{25}\right) : 6 = \frac{-9}{25} \cdot \frac{1}{6} = \frac{(-9) \cdot 1}{25 \cdot 6} = \frac{-3}{50}$$

$$c) \frac{11}{12} : 2 \frac{1}{16} = \frac{11}{12} : \frac{33}{16} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} = \frac{11 \cdot 16}{12 \cdot 33} = \frac{4}{9}$$

$$d) 3,5 : \frac{-3}{2} = \frac{35}{10} : \frac{-3}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{7 \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = \frac{-7}{3} = -2 \frac{1}{3}$$

$$e) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} : \left(-\frac{25}{16}\right) = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{9}{5} \cdot \frac{-16}{25} = \frac{-144}{125}$$

$$f) \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} : \frac{-7}{6} = \frac{-5}{7} \cdot \frac{49}{3} \cdot \frac{-6}{7} = 10$$

$$g) 1,75 : (-14) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{7}{4} \cdot \frac{-1}{14} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{1}{12}$$

$$h) (-9) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) : (-10) = -9 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-1}{10} = \frac{3}{4}$$

$$e) 0,8 : \left(-2 \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{4}{5} : \frac{-14}{5} \cdot \frac{25}{4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{-5}{14} \cdot \frac{25}{4} = \frac{-25}{14}$$

Bài 7.

<p>a) $x : 0,75 = \frac{-1}{12}$</p> <p>$x = \frac{-1}{12} \cdot \frac{3}{4}$</p> <p>$x = \frac{-1}{16}$</p>	<p>b) $4\frac{2}{3} : x = \frac{-7}{9}$</p> <p>$x = 4\frac{2}{3} : \frac{-7}{9}$</p> <p>$x = -6$</p>
<p>c) $x \cdot 5\frac{4}{7} = 13$</p> <p>$x = 13 : \frac{39}{7}$</p> <p>$x = \frac{7}{3}$</p>	<p>d) $5\frac{4}{7} : x = 13$</p> <p>$x = \frac{39}{7} : 13$</p> <p>$x = \frac{3}{7}$</p>
<p>e) $\frac{1}{3}x - 0,5 = 0,25$</p> <p>$\frac{1}{3}x = \frac{3}{4}$</p> <p>$x = \frac{9}{4}$</p>	<p>f) $2x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot (-0,6)$</p> <p>$2x + \frac{2}{3} = \frac{-1}{5}$</p> <p>$2x = \frac{-13}{15}$</p> <p>$x = \frac{-13}{30}$</p>
<p>g) $1\frac{2}{9}x + \frac{8}{3} = \frac{-2}{3}$</p> <p>$\frac{11}{9}x = \frac{-2}{3} - \frac{8}{3}$</p> <p>$\frac{11}{9}x = \frac{-10}{3}$</p> <p>$x = \frac{-30}{11}$</p>	<p>h) $0,125 - 3\frac{3}{7}x = 2\frac{3}{4}$</p> <p>$3\frac{3}{7}x = \frac{1}{8} - \frac{11}{4}$</p> <p>$\frac{24}{7}x = \frac{-21}{8}$</p> <p>$x = \frac{-21}{8} : \frac{24}{7}$</p> <p>$x = \frac{-49}{64}$</p>
<p>i) $\frac{3}{5} + \frac{4}{9} : x = \frac{2}{3}$</p> <p>$\frac{4}{9} : x = \frac{1}{15}$</p> <p>$x = \frac{20}{3}$</p>	<p>k) $\frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$</p> <p>$x - \frac{1}{2} = 2$</p> <p>$x = \frac{5}{2}$</p>

$l) \left(4\frac{2}{3} - 2x\right) \cdot 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$ $4\frac{2}{3} - 2x = \frac{2}{3}$ $2x = 4$ $x = 2$	$m) \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - x\right) = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right)$ $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - x\right) = \frac{1}{3}$ $\frac{5}{3} - x = \frac{5}{9}$ $x = \frac{10}{9}$
$n) \frac{3}{4} \cdot (x - 8) = \frac{5}{7} \cdot \left(14 - \frac{7}{2}\right)$ $\frac{3}{4} \cdot (x - 8) = \frac{15}{2}$ $x - 8 = 10$ $x = 18$	$o) \frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot (x + 1) = 0$ $\frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x = \frac{-2}{5}$ $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)x = \frac{-2}{5}$ $x = \frac{-5}{4}$
$p) \frac{3}{4} \cdot (x + 1) - \frac{1}{4} \cdot (x - 2) = \frac{5}{8}$ $\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$ $\frac{1}{2} \cdot x = \frac{-5}{8}$ $x = \frac{-5}{4}$	$q) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot (2x + 1) = 5$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2} = 5$ $\frac{-4}{3} \cdot x = \frac{13}{3}$ $x = \frac{-13}{4}$

Bài 8.

$$\begin{aligned}
 A &= \left(1 - \frac{1}{1 \cdot 2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2023 \cdot 2024}\right) \\
 &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 - \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2023 \cdot 2024}\right) \\
 &= 2023 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}\right) \\
 &= 2023 - \left(1 - \frac{1}{2024}\right) \\
 &= 2023 - 1 + \frac{1}{2024} \\
 &= 2022 + \frac{1}{2024} \\
 &= 2022 \frac{1}{2024}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{9}{16.25} + \frac{11}{25.36} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} \\
&= 1 - \frac{1}{36} \\
&= \frac{35}{36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{100.103} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \\
&= 1 - \frac{1}{103} \\
&= \frac{102}{103}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= \frac{3}{1.4} + \frac{6}{4.10} + \frac{9}{10.19} + \frac{12}{19.31} + \frac{15}{31.46} + \frac{18}{46.64} \\
&= \frac{4-1}{1.4} + \frac{10-4}{4.10} + \frac{19-10}{10.19} + \frac{31-19}{19.31} + \frac{46-31}{31.46} + \frac{64-46}{46.64} \\
&= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{46} + \frac{1}{46} - \frac{1}{64} \\
&= 1 - \frac{1}{64} \\
&= \frac{63}{64}
\end{aligned}$$

Bài 9.

a) Thay $x = 1$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3.1+2}{1-3} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$

Thay $x = 2$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3.2+2}{2-3} = \frac{8}{-1} = -8$.

Thay $x = \frac{5}{2}$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{3 \cdot \frac{5}{2} + 2}{\frac{5}{2} - 3} = \frac{\frac{19}{2}}{\frac{-1}{2}} = -19$.

b) Ta có $A = \frac{3x+2}{x-3} = \frac{3x-9+11}{x-3} = 3 + \frac{11}{x-3}$

Vì x thuộc $Z \Rightarrow (x-3)$ thuộc $Z \Rightarrow$ Để A thuộc Z thì $11:(x-3)$

$$\Rightarrow (x-3) \in U(11) = \{\pm 1; \pm 11\}$$

Ta có bảng sau:

$x - 3$	-11	-1	1	11
x	-3	2	4	14

Vậy $x \in \{-8; 2; 4; 14\}$ thì A thuộc Z (1)

c) Ta có $B = \frac{x^2 + 3x - 7}{x + 3} = \frac{x(x + 3) - 7}{x + 3} = x - \frac{7}{x + 3}$

Vì x thuộc Z, Để B thuộc Z thì $7:(x + 3)$

$\Rightarrow (x + 3) \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$

Ta có bảng sau:

$x + 3$	-7	-1	1	7
x	-10	-4	-2	4

Vậy $x \in \{-10; -4; -2; 4\}$ thì B thuộc Z (2)

d) Từ (1) và (2) \Rightarrow để A và B cùng thuộc Z thì $x = 4$.

Bài 10. Tính.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$

c) $\left(\frac{9}{5}\right)^5 : \left(\frac{27}{-20}\right)^5 = \left(\frac{9 \cdot (-20)}{5 \cdot 27}\right)^5 = \left(\frac{-4}{3}\right)^5$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right)^3 = 2^3 = 8$

d) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(\frac{-35}{24}\right)^2 = \left(\frac{5 \cdot 24}{4 \cdot 35}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$

Bài 11.

a) $3 \cdot 27 \cdot 9 = 3 \cdot 3^3 \cdot 3^2 = 3^6$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27} = \frac{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3}{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

b) $25 \cdot 5 \cdot 125 = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^6$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3}{4 \cdot 4^2 \cdot 4^3} = \left(\frac{3}{4}\right)^6$

c) $49 \cdot 7 \cdot 343 = 7^2 \cdot 7 \cdot 7^3 = 7^6$

f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{16}{81} = \frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}{3 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{2^8}{3^8} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$

Bài 12.

$$A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7} = -\frac{3^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 3^{14}} = -\frac{3}{5}$$

$$B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] \cdot 8 = 8 + 3 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 4 + \left(4 : \frac{1}{2}\right) \cdot 8 = 10 + 64 = 74$$

Bài 13.

$$a) (x-2)^2 = 4$$

$$\begin{cases} x-2=2 \\ x-2=-2 \\ x=4 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{4; 0\}$$

$$b) (x-1,5)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x-1,5=3 \\ x-1,5=-3 \\ x=4,5 \\ x=-1,5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-1,5; 4,5\}$$

$$c) (x+1)^3 = -125$$

$$\begin{aligned} x+1 &= -5 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

$$d) 3^{4-x} = 27$$

$$\begin{aligned} 3^{4-x} &= 3^3 \\ 4-x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$e) 3^{-1} \cdot 4^x + 3 \cdot 4^x = \frac{5}{3} \cdot 2^7$$

$$4^x \cdot \left(\frac{1}{3} + 3 \right) = \frac{5 \cdot 2^7}{3}$$

$$4^x \cdot \frac{10}{3} = \frac{10 \cdot 2^6}{3}$$

$$4^x = 2^6$$

$$4^x = 4^3$$

$$x = 3$$

$$g) (8x-1)^{2x+1} = 5^{2x+1}$$

$$\left(\frac{8x-1}{5} \right)^{2x-1} = 1$$

$$\begin{cases} 2x-1=0 \\ \frac{8x-1}{5} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Thay $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{4}$ vào đầu bài ta thấy tm.

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\}$$

Bài 14.

$$a) 2^{24} \text{ và } 3^{16}$$

$$\text{Ta có } 2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$$

$$3^{16} = (3^2)^8 = 9^8$$

Vì $8^8 < 9^8$ nên $2^{24} < 3^{16}$.

a) 71^5 và 7^{20}

Ta có $7^{20} = (7^4)^5 = 2401^5 > 71^5$ nên $7^{20} > 71^5$.

b) -2^{30} và -3^{20}

Ta có $2^{30} = 8^{10}$; $3^{20} = 9^{10}$ vì $8^{10} < 9^{10}$ nên $2^{30} < 3^{20}$

vậy $-2^{30} > -3^{20}$.

Bài 15.

a) $(x+1,5)^8 + (2,7-y)^{10} = 0$

Vì $(x+1,5)^8 \geq 0$ với mọi x và $(2,7-y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x+1,5)^8 + (2,7-y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x+1,5)^8 = 0 \\ (2,7-y)^{10} = 0 \\ x = -1,5 \\ y = 2,7 \end{cases}$$

b) $(x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$

Vì $(x-3,2)^2 \geq 0$ với mọi x và $(2,5+y)^{10} \geq 0$ với mọi y nên $(x-3,2)^2 + (2,5+y)^{10} = 0$ khi

$$\begin{cases} (x-3,2)^2 = 0 \\ (2,5+y)^{10} = 0 \\ x = 3,2 \\ y = -2,5 \end{cases}$$

Bài 16.

a) $\frac{3}{4} + \frac{9}{45} + \frac{4}{5} + \frac{5}{20} = \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{4} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right) = 1 + 1 = 2.$

b) $\frac{3}{10} - \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{10} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} = \frac{3+10-6}{10} = \frac{7}{10}.$

c) $\frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13} = \left(\frac{15}{12} - \frac{3}{12}\right) + \left(\frac{5}{13} - \frac{18}{13}\right) = 1 + (-1) = 0.$

d) $12 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) - \frac{4}{3} : \frac{8}{16} = 3 \cdot 3 - \frac{4}{3} : \frac{1}{2} = 9 - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}.$

e) $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} - \frac{8}{21} : \frac{4}{7} = \frac{5}{6} \cdot 3 - \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{4} = \frac{5}{2} - \frac{2}{3} = \frac{11}{6}.$

$$f) \left(\frac{9}{25} - 2 \cdot \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{18}{27} \right) = \left(\frac{9}{25} - \frac{3}{2} \right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right) = \frac{-57}{50} : \frac{19}{15} = \frac{-9}{10}.$$

$$g) \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14} \right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5} - 1 = \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{9}{7} \right) \cdot \frac{-7}{6} + \frac{2}{5} - 1 = \left(\frac{12}{35} + \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{12+15}{35} \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5} = \frac{27}{35} \cdot \frac{-7}{6} - \frac{3}{5} = \frac{-9}{10} - \frac{3}{5} = \frac{-3}{2}$$

$$h) \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) \left(3 - \frac{3}{4} \right)}{\left(\frac{10}{21} + \frac{14}{27} - \frac{18}{33} + \frac{22}{39} \right) : \left(2 - \frac{2}{3} \right)} = \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) \cdot \frac{9}{4}}{\frac{-2}{3} \left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) : \frac{4}{3}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = -\frac{9}{2}.$$

Bài 17.

$$a) x = -\frac{73}{3}.$$

$$b) x = -\frac{45}{58}.$$

$$c) x = \frac{19}{20}.$$

$$d) x = -\frac{20}{3}.$$

$$e) x = \frac{3}{4}.$$

Bài 18.

$$a) -\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right) = -\frac{3}{5} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \right) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right) = -1.$$

$$b) \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{\frac{11}{4} - \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)} = \frac{3}{11}.$$

$$c) \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{72} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \right) + \frac{1}{72} = 1 - 1 + \frac{1}{72} = \frac{1}{72}.$$

Bài 19.

a) Trong 100 số chỉ có tối đa 2 số không âm vì nếu có 3 số không âm trở lên thì sẽ trái giả thiết là 3 số bất kì đều có tổng là một số âm.

Nhóm 2 số không âm và 1 số hữu tỉ dương ta được kết quả là số âm. 97 số còn lại là số âm nên tổng 100 số là số âm.

- b) Không thể khẳng định 100 số đều là số âm vì vẫn có thể có tối đa 2 số không âm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 20.

- a) Trong 100 số đã cho, phải có ít nhất một số âm (vì nếu cả 100 số đều không âm thì tích của ba số bất kì không thể âm). Ta tách riêng số âm đó ra. Chia 99 số còn lại cho 33 nhóm, mỗi nhóm có 3 thừa số. Theo đề bài, mỗi nhóm đều có tích là một số âm nên tích của 33 nhóm là một số âm. Nhân tích này với số âm ban đầu ta được tích của 100 số là số dương.
- b) Xếp 100 số theo thứ tự tăng dần, chẳng hạn $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_{100}$. Các số này đều khác 0.

Xét tích $a_{98} \cdot a_{99} \cdot a_{100} < 0 \Rightarrow a_{98} < 0$ (vì nếu $a_{98} > 0$ thì $a_{99} > 0$; $a_{100} > 0$, tích của chúng không thể là một số âm).

Vậy $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{98}$ là các số âm. Ta sẽ chứng minh hai số cuối a_{99} và a_{100} cũng là số âm.

Thực vậy, xét tích $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{99} < 0$ mà $a_1 \cdot a_2 > 0$ nên $a_{99} < 0$.

Xét tích: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{100} < 0$ mà $a_1 \cdot a_2 > 0$ nên $a_{100} < 0$.

Vậy 100 số đã cho đều là số âm.