

**CHƯƠNG II:****TÍNH CHIA HẾT TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN****BÀI 8. QUAN HỆ CHIA HẾT VÀ TÍNH CHẤT****CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP****VD 1.1.****VD 1.1.**

- a) Vì  $120 : 6$  và  $366 : 6$  nên  $(120 + 366) : 6$
- b) Vì  $324 : 6$  và  $162 : 6$  nên  $(324 + 162) : 6$
- c) Vì  $270 : 6$  và  $108 : 6$  nên  $(270 - 108) : 6$
- d) Vì  $744 : 6$  và  $468 : 6$  nên  $(744 - 468) : 6$
- e) Vì  $132 : 6$ ;  $234 : 6$  và  $246 : 6$  nên  $(132 + 234 + 246) : 6$
- f) Vì  $504 : 6$ ;  $360 : 6$  và  $108 : 6$  nên  $(504 + 360 - 108) : 6$

**VD 1.2.**

- a) Vì  $184 : 8$  và  $96 : 8$  nên  $(184 + 96) : 8$
- b) Vì  $272 : 8$  và  $136 : 8$  nên  $(272 - 136) : 8$
- c) Vì  $616 : 8$  và  $444 : 8$  nên  $(616 + 444) : 8$
- d) Vì  $985 : 8$  và  $712 : 8$  nên  $(985 - 712) : 8$
- e) Vì  $120 : 8$ ;  $72 : 8$  và  $135 : 8$  nên  $(120 + 72 + 135) : 8$
- f) Vì  $(125 + 147) : 8$  và  $72 : 8$  nên  $(125 + 72 + 147) : 8$

**VD 1.3.**

- a) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là:  $a$ ;  $a + 1$ ;  $a + 2$ . Tổng của ba số này bằng:

$$a + a + 1 + a + 2 = 3.a + 3 = 3.(a + 1) \text{ là một số chia hết cho } 3.$$

- b) Gọi bốn số tự nhiên liên tiếp là:  $a$ ;  $a + 1$ ;  $a + 2$ ;  $a + 3$ . Tổng của bốn số này bằng:

$$a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = 4.a + 6 \text{ là một số chia không hết cho } 4 \text{ vì } 4.a : 4 \text{ và } 6 \not\vdots 4$$

## 78 | PHẦN ĐÁP ÁN

c) Ta có:  $(\overline{ab} - \overline{ba}) = (10.a + b) - (10.b + a) = 9.a - 9.b = 9.(a - b)$  (với  $a > b$ )

Mà  $9.(a - b) : 9$  nên  $(\overline{ab} - \overline{ba}) : 9$

d) Ta có:  $\overline{abcd} = 100.\overline{ab} + \overline{cd} = 99.\overline{ab} + (\overline{ab} + \overline{cd})$ . Mà  $99.\overline{ab} : 11$  và  $(\overline{ab} + \overline{cd}) : 11$  nên  $\overline{abcd} : 11$

### VD 2.1.

a) Vì  $12 : 3$ ;  $15 : 3$  và  $36 : 3$  nên để  $A : 3$  thì  $x : 3$

b) Vì  $12 : 2$ ;  $36 : 2$  và  $15 \not\vdots 2$  nên để  $A : 2$  thì  $x \not\vdots 2$  (x là số lẻ)

c) Vì  $12 : 2$ ;  $36 : 2$  và  $15 \not\vdots 2$  nên để  $A \not\vdots 2$  thì  $x : 2$  (x là số chẵn)

d) Vì  $36 : 9$  và  $12 + 15 = 27 : 9$  nên để  $A \not\vdots 9$  thì  $x \not\vdots 9$

### VD 2.2.

a) Vì  $n : n$  nên để  $(n + 3) : n$  thì  $3 : n$ . Từ đó suy ra:  $n \in \{1; 3\}$

b) Vì  $7n : n$  nên để  $(7n + 8) : n$  thì  $8 : n$ . Từ đó suy ra:  $n \in \{1; 2; 4; 8\}$

c) Vì  $12n : n$  nên để  $(35 - 12n) : n$  thì  $35 : n$ . Từ đó suy ra:  $n \in \{1; 5; 7; 35\}$

Vì  $n < 3$  nên  $n = 1$ . Vậy  $n = 1$ .

### VD 2.3.

a) Vì  $(n + 3) : (n + 3)$  nên để  $(n + 8) : (n + 3)$  thì:

$$[(n + 8) - (n + 3)] : (n + 3) \text{ hay } 5 : (n + 3). \text{ Suy ra: } n + 3 \in \{1; 5\}$$

Vì  $n + 3 \geq 3$  nên  $n + 3 = 5$  hay  $n = 2$ . Vậy  $n = 2$

b) Vì  $3(n + 4) : (n + 4)$  nên để  $(16 - 3n) : (n + 4)$  thì:

$$[(16 - 3n) + 3(n + 4)] : (n + 4) \text{ hay } 28 : (n + 4). \text{ Suy ra: } n + 4 \in \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$$

Vì  $0 \leq n < 6$  nên  $4 \leq n + 4 < 10$ . Từ đó ta có:  $n + 4 \in \{4; 7\}$  hay  $n \in \{0; 3\}$

c) Vì  $5(9 - 2n) : (9 - 2n)$  nên nếu  $(5n + 2) : (9 - 2n)$  thì  $2(5n + 2) : (9 - 2n)$

Suy ra:  $[5(9 - 2n) + 2(5n + 2)] : (9 - 2n) \text{ hay } 49 : (9 - 2n) \Rightarrow 9 - 2n \in \{1; 7; 49\}$

Vì  $9 - 2n \leq 9$  nên  $9 - 2n \in \{1; 7\}$ . Từ đó ta có:  $n \in \{4; 1\}$ .

Thử lại ta thấy  $n = 4$  hoặc  $n = 1$  đều thỏa mãn. Vậy  $n \in \{4; 1\}$

**VD 3.1.** Ta có:  $a = 30.b + 15$ .

Do đó:  $a \div 2$  vì  $30.b \div 2$  và  $15 \div 2$

$a \div 3$  vì  $30.b \div 3$  và  $15 \div 3$

$a \div 5$  vì  $30.b \div 5$  và  $15 \div 5$

$a \nmid 6$  vì  $30.b \div 6$  và  $15 \nmid 6$

**VD 3.2** Với  $A = 2.5.7.9.13 + 78$  thì:

$A \div 3$  vì  $2.5.7.9.13 \div 3$  và  $78 \div 3$

$A \div 6$  vì  $2.5.7.9.13 \div 6$  và  $78 \div 6$

$A \nmid 9$  vì  $2.5.7.9.13 \div 9$  và  $78 \nmid 9$

**VD 3.3.** Có  $2.5.10 = 100 \div 100$ . Vậy  $A \div 100$ .

**VD 3.4.** Có  $6.10 = 60 \div 30$ . Vậy  $B \div 30$ .

**VD 4.1.**

a) Ta có:  $16^5 + 2^{15} = (2^4)^5 + 2^{15} = 2^{20} + 2^{15} = 2^{15} \cdot (2^5 + 1) = 2^{15} \cdot 33$  chia hết cho 33.

b) Ta có:  $8^8 + 4^{10} = (2^3)^8 + (2^2)^{10} = 2^{24} + 2^{20} = 2^{20} \cdot (2^4 + 1) = 2^{20} \cdot 17$  chia hết cho 17.

**VD 4.2.**

a) Ta có:

$$= 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{96} \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$$

$$= 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31$$

$$= (2 + 2^6 + \dots + 2^{96}) \cdot 31 \text{ chia hết cho } 31.$$

b) Ta có:

$$5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{149} + 5^{150}$$

$$= (5 + 5^2) + (5^3 + 5^4) + (5^5 + 5^6) + \dots + (5^{149} + 5^{150})$$

$$= 5 \cdot (1 + 5) + 5^3 \cdot (1 + 5) + 5^5 \cdot (1 + 5) + \dots + 5^{149} \cdot (1 + 5)$$

$$= 5 \cdot 6 + 5^3 \cdot 6 + 5^5 \cdot 6 + \dots + 5^{149} \cdot 6$$

## 80 | PHẦN ĐÁP ÁN

$$= (5 + 5^3 + 5^5 + \dots + 5^{149}) \cdot 6 \text{ chia hết cho } 6$$

Ta lại có:  $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{149} + 5^{150}$

$$= (5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6) + \dots + (5^{145} + 5^{146} + 5^{147} + 5^{148} + 5^{149} + 5^{150}) \text{ (có đúng}$$

25 nhóm)

$$= [(5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6)] + \dots + [(5^{145} + 5^{148}) + (5^{146} + 5^{149}) + (5^{147} + 5^{150})]$$

$$= [5 \cdot (1 + 5^3) + 5^2 \cdot (1 + 5^3) + 5^3 \cdot (1 + 5^3)] + \dots + [5^{145} \cdot (1 + 5^3) + 5^{146} \cdot (1 + 5^3) + 5^{147} \cdot (1 + 5^3)]$$

$$= (5 \cdot 126 + 5^2 \cdot 126 + 5^3 \cdot 126) + \dots + (5^{145} \cdot 126 + 5^{146} \cdot 126 + 5^{147} \cdot 126)$$

$$= (5 + 5^2 + 5^3) \cdot 126 + (5^7 + 5^8 + 5^9) \cdot 126 + \dots + (5^{145} + 5^{146} + 5^{147}) \cdot 126$$

$$= [(5 + 5^2 + 5^3) + (5^7 + 5^8 + 5^9) + \dots + (5^{145} + 5^{146} + 5^{147})] \cdot 126 \text{ chia hết cho } 126.$$

Vậy  $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{149} + 5^{150}$  vừa chia hết cho 6, vừa chia hết cho 126.

### VD 5.1.

a) Các số thuộc ước của 10 là: 1;10;5

b) Các số thuộc ước của 6 là: 1;3

### VD 5.2.

a) Các số thuộc bội của 3 là: 36;201.

b) Các số thuộc bội của 5 là: 20;125;205.

### VD 6.1.

a) Các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 16 là: 16,32,48,64,80,96.

b) Các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 33 là: 33,66,99.

c) Các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 45 là: 45,90.

### VD 6.2.

a) Các số tự nhiên có hai chữ số là ước của 84 là: 12,14,21,28,42,84.

b) Các số tự nhiên có hai chữ số là ước của 99 là: 11,33,99.

c) Các số tự nhiên có hai chữ số là ước của 75 là: 15,25,75.

**VD 6.3.** Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số vừa là  $U(120)$ , vừa là  $B(12)$

Hay A thuộc cả hai tập hợp  $U(120)$  và  $B(12)$ .

Các ước có 2 chữ số của 120 là: 10,12,15,20,24,30,40,60.

Các bội có 2 chữ số của 12 là: 12,24,48,60,72,84,96.

Suy ra:  $A = \{12,24,60\}$

**VD 7.1**

a)  $n \in \{1;3\}$

b)  $n \in \{0;2\}$

c) Có  $n+3 = n+1+2$  mà  $(n+2):(n+1)$ . Để  $(n+3):(n+1)$  thì  $2:(n+1)$ . Vậy  $n \in \{0;1\}$ .

d) Có  $2n+3 = 2(n-2)+7$  mà  $2(n-2):(n-2)$ . Để  $(2n+3):(n-2)$  thì  $7:(n-2)$ . Vậy  $n \in \{3;9\}$ .

**VD 7.2.**

a)  $n \in \{1;7\}$

b)  $n \in \{2;8\}$

c) Có  $2n+6 = 2n-1+7$  mà  $(2n-1):(2n-1)$ . Để  $(2n+6):(2n-1)$  thì  $7:(2n-1)$ .  
 Vậy:  $n \in \{1;4\}$ .

d) Có  $3n+7 = 3(n-2)+13$  mà  $3(n-2):(n-2)$ . Để  $(3n+7):(n-2)$  thì  $13:(n-2)$ .  
 .Vậy:  $n \in \{3;15\}$ .

**VD 8.1.** Xét tổng 6 hộp là:  $31+20+19+18+16+15=119$  (bút)

Do lớp 6A nhận gấp 2 lần số bút máy lớp 6B nhận nên số bút nhận được chia hết cho 3.

Lấy 119 trừ lần lượt số bút mỗi hộp thì có duy nhất hộp có 20 bút khi trừ ta được 1 số chia hết cho 3.

Do đó, hai lớp 6A và 6B nhận được 5 hộp thì k có hộp có 20 cái bút.

Tổng số bút 2 lớp nhận được là:  $119-20 = 99$  (bút)

Mà lớp 6A nhận được gấp 2 lần số bút lớp 6B nhận

Suy ra lớp 6A nhận được 66 cái bút, lớp 6B nhận được 33 cái bút.

## 82 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vậy lớp 6A nhận được 66 cái bút, lớp 6B nhận được 33 cái bút, lớp 6C nhận được 20 cái bút.

**VD 8.2.** Gọi cạnh hình vuông lớn nhất có thể là  $x$  (m),  $x \leq 40$

Theo bài ra ta có:  $72 : x$  và  $40 : x$  hay  $x \in \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$  và

$x \in \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$

Suy ra  $x \in \{1; 2; 4; 8\}$  mà  $x$  là lớn nhất. Vậy  $x = 8$ .

Vậy cạnh hình vuông lớn nhất có thể là 8 (m).

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

### Bài 1:

a) Ta có:  $28 : 7$  và  $42 : 7$  thì  $(28 + 42) : 7$

b) Ta có:  $35 : 7$ ;  $55 : 7$  và  $140 : 7$  thì  $(35 + 55 + 140) : 7$

c)  $16 + 40 + 490 = 56 + 490$

Ta có:  $56 : 7$  và  $490 : 7$  thì  $(56 + 490) : 7$  hay  $16 + 40 + 490 : 7$

### Bài 2:

a) Ta có:  $24 : 12$  và  $36 : 12$  thì  $(24 + 36) : 12$

b) Ta có:  $120 : 12$  và  $48 : 12$  thì  $(120 - 48) : 12$

c) Ta có:  $108 : 12$  và  $72 : 12$ ; nhưng  $255 \not/ 12$  nên  $(255 + 108 + 72) \not/ 12$ .

d) Ta có  $723 - 123 = 600 : 12$

**Bài 3:** Số tự nhiên  $a$  chia cho 15 dư 5 nên  $a = 15k + 5, (k \in N)$ . Vì  $15k$  chia hết cho 3 và 5, còn 5 không chia hết cho 3 nên  $a$  chia hết cho 5 và  $a$  không chia hết cho 3.

**Bài 4:** Số tự nhiên  $b$  chia cho 45 dư 15 nên  $b = 45k + 15, (k \in N)$ . Vì  $45k$  chia hết cho 3, cho 5 và cho 9, còn 15 chia hết cho 3, cho 5 nhưng không chia hết cho 9 nên  $b$  chia hết cho 3, cho 5 và  $b$  không chia hết cho 9.

**Bài 5:**  $A = 120 + 75 + 40 + x$  với  $x \in N$ .

a) Ta có:  $120 : 5; 75 : 5; 40 : 5$  nên để  $A : 5$  thì  $x : 5$ . Vậy  $x$  là số tự nhiên chia hết cho 5.

b) Ta có:  $\begin{cases} 120:5 \\ 75:5 \\ 40:5 \end{cases}$  nên để  $A \not\vdots 5$  thì  $x \not\vdots 5$ . Vậy  $x$  là số tự nhiên không chia hết cho 5.

**Bài 6:** Tìm  $n \in \mathbb{N}$

a) Ta có  $n:n$  để  $n+4:n$  thì  $4:n$ . Vậy:  $n \in \{1;2;4\}$ .

b) Ta có  $3n:n$  để  $3n+7:n$  thì  $7:n$ . Vậy:  $n \in \{1;7\}$ .

c) Ta có  $5n:n$  để  $27-5n:n$  thì  $27:n$ . Suy ra  $n \in \{1;3;9;27\}$ .

Nhưng  $n < 6$ . Vậy  $n \in \{1;3\}$

**Bài 7:** Tìm  $n \in \mathbb{N}$

a) Có  $n+6 = n+2+4$ . Lại có  $n+2:n+2$ . Suy ra để  $n+6:n+2$  thì  $4:n+2$ . Vậy  $n \in \{0;2\}$ .

b) Có  $2n+3 = 2.(n-2)+7$ . Lại có  $2.(n-2):(n-2)$ . Suy ra để  $2n+3:n-2$  thì  $7:n-2$ . Vậy  $n \in \{3;9\}$ .

c) Có  $3n-1:2n-3$  thì  $6n-2:2n-3$  hay  $3(2n-3)+7:2n-3$ . Mà  $3(2n-3):2n-3$  thì  $7:2n-3$ . Vậy  $n \in \{1;5\}$

**Bài 8:** Vì  $3.5.7.9.11$  chia hết cho  $3,5,7,9$  và  $60$  chia hết cho  $3$ , cho  $5$  nhưng không chia hết cho  $7$ , cho  $9$  nên  $B$  chia hết cho  $3$ , cho  $5$ ;  $B$  không chia hết cho  $7$ , cho  $9$ .

**Bài 9:**

a)  $M$  chia hết cho  $100$  vì  $2.5.10 = 100:100$ .

b)  $N$  chia hết cho  $30$  vì  $6.10 = 60:30$ .

**Bài 10:**

a) Có  $\overline{ab} + \overline{ba} = (10a+b) + (10b+a) = 11a+11b = 11.(a+b):11$

b) Có  $\overline{ab} - \overline{ba} = (10a+b) - (10b+a) = 9a-9b = 9.(a-b):9$  với  $a > b$ .

**Bài 11:**

a)  $7^8 + 7^9 + 7^{10} = 7^8.(1+7+7^2) = 7^8.57:57$ .

## 84 | PHẦN ĐÁP ÁN

$$b) 10^{10} - 10^9 - 10^8 = 10^8 \cdot (10^2 - 10 - 1) = 10^8 \cdot 89 \cdot 89.$$

c)

$$\begin{aligned} 64^{10} - 32^{11} - 16^{13} &= (2^6)^{10} - (2^5)^{11} - (2^4)^{13} = 2^{60} - 2^{55} - 2^{52} = 2^{52} \cdot (2^8 - 2^3 - 1) \\ &= 2^{52} \cdot 247 = 2^{52} \cdot 13 \cdot 19 \cdot 19 \end{aligned}$$

### Bài 12:

$$\begin{aligned} a) C &= 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{11} \\ &= (1 + 3^1 + 3^2) + (3^3 + 3^4 + 3^5) + \dots + (3^9 + 3^{10} + 3^{11}) \\ &= (1 + 3^1 + 3^2) + 3^3 \cdot (1 + 3^1 + 3^2) + \dots + 3^9 \cdot (1 + 3^1 + 3^2) \\ &= (1 + 3^1 + 3^2) \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^9) \\ &= 13 \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^9) : 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) C &= 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{11} \\ &= (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + (3^8 + 3^9 + 3^{10} + 3^{11}) \\ &= (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 3^4 \cdot (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 3^8 \cdot (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) \\ &= (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) \cdot (1 + 3^4 + 3^8) \\ &= 40 \cdot (1 + 3^4 + 3^8) : 40 \end{aligned}$$

Vậy:  $C : 21$

$$\text{Bài 13: } D = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{58} + 4^{59}$$

Vậy:  $D : 21$ .

**Bài 14:** Ta có  $360.000 : 3, 495.000 : 3, 672.000 : 3$  nhưng  $273.815.000$  không chia hết cho 3 nên cô kế toán cộng sai.

$$\text{Bài 15: Tổng khối lượng xoài và cam lúc đầu: } 65 + 71 + 58 + 72 + 93 = 359(\text{kg})$$

Vì khối lượng xoài còn lại gấp ba lần khối lượng cam còn lại nên tổng khối lượng xoài và cam còn lại là số chia hết cho 4.

Mà 359 chia cho 4 dư 3 nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho 4 dư 3.

Trong các số 65; 71; 58; 72; 93 chỉ có 71 chia cho 4 dư 3.

Vậy giỏ cam bán đi là giỏ có khối lượng 71kg.



Khối lượng xoài và cam còn lại :  $359 - 71 = 288(\text{kg})$

Khối lượng cam còn lại :  $288 : 4 = 72(\text{kg})$

Vậy: Các giỏ cam là giỏ đựng  $71\text{kg}; 72\text{kg}$ .

Các giỏ xoài là giỏ đựng  $65\text{kg}; 58\text{kg}; 93\text{kg}$ .

**Bài 16:** Vì giá tiền mỗi gói bánh và mỗi gói kẹo là một số nguyên đồng nên:

Số tiền mua 9 gói bánh là một số chia hết cho 3 ;

Số tiền mua 6 gói kẹo cũng là một số chia hết cho 3 .

Do đó tổng số tiền hai bạn phải trả cũng là một số chia hết cho 3 .

Nhưng cô bán hàng đã tính số tiền hai bạn phải trả là:  $2.50000 - 36000 = 64000$  (đồng)  
là một số không chia hết cho 3 .

Vậy bạn Minh nói đúng.

**Bài 17:**

a)  $B(7) = \{0; 7; 21; 28; 35; 42; 49\}$

b)  $U(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

c)  $B(6) = \{x \mid x = 6k, k \in \mathbb{N}\}$

**Bài 18:**

a) Vì  $x \in B(17)$  nên  $x \in \{0, 17, 34, 51, 68, 85, 102, 119, 136, 153, 170, 187, 204, \dots\}$

Mà  $30 \leq x \leq 200$ ;

Suy ra  $x \in \{34; 51; 68; 85; 102; 119; 136; 153; 170; 187\}$

Vậy  $x \in \{34, 51, 68, 85, 102, 119, 136, 153, 170, 187\}$

b) Vì  $x : 18$  nên  $x \in B(18)$  suy ra  $x \in \{0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, \dots\}$

Mà  $0 \leq x \leq 120$ ;

Vậy  $x \in \{0, 18, 36, 54, 72, 90, 108\}$

c) Vì  $x \in U(36)$  nên  $x \in \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

Mà  $x > 5$

Suy ra  $x \in \{6, 9, 12, 18, 36\}$

Vậy  $x \in \{6, 9, 12, 18, 36\}$

## 86 | PHẦN ĐÁP ÁN

d) Vì  $48 : x$  nên  $x \in U(48)$  suy ra  $x \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

Mà  $x < 10$

Suy ra  $x \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

Vậy  $x \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

e) Vì  $x \in B(15)$  nên  $x \in \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, \dots\}$

Mà  $20 < x < 90$

Suy ra  $x \in \{30, 45, 60, 75\}$

Vậy  $x \in \{30, 45, 60, 75\}$

**Bài 19:** Gọi số tự nhiên có 6 chữ số giống nhau có dạng  $\overline{aaaaaa}$ .

Ta có:  $\overline{aaaaaa} = a.111111$ . Mà ta lại có:  $111111 : 37037$ . Suy ra  $\overline{aaaaaa} : 37037$

Vậy 37037 là ước của mọi số tự nhiên có 6 chữ số giống nhau.

**Bài 20:**

a) Ta có:  $\overline{aaa} = a.111 = a.3.37$  mà  $37 : 37$  thì  $a.3.37 : 37$ . Vậy:  $\overline{aaa} : 37$

b) Ta có:  $\overline{aaaa} = a.111111 = a.111.1001 = a.3.37.1001$  mà  $37 : 37$  thì  $a.3.37.1001 : 37$

Vậy:  $\overline{aaaaaa} : 37$

c) Ta có:  $\overline{abcabc} = \overline{abc}.1001 = \overline{abc}.11.91 = \overline{abc}.11.13.7$  mà  $11 : 11$  và  $13 : 13$  thì

$\overline{abc}.11.13.7 : 11$  và  $\overline{abc}.11.13.7 : 13$ . Vậy:  $\overline{abcabc} : 11$  và  $\overline{abcabc} : 13$

d) Ta có:  $(\overline{ab} + \overline{ba}) : 11 = (a.10 + b + b.10 + a) = (a.10 + a + b.10 + b)$

$= (11.a + 11.b) = 11.(a + b)$  mà  $11 : 11$  hay  $11.(a + b) : 11$ . Vậy  $(\overline{ab} + \overline{ba}) : 11$ .

**Bài 21:**

a) Ta có:  $\overline{abc} - \overline{cba} = a.100 + b.10 + c - c.100 - b.10 - a = a.99 - c.99 = (a - c).99$  mà

$99 : 99$  thì

$(a - c).99$  Vậy:  $(\overline{abc} - \overline{cba}) : 99$

b) Ta có:  $\overline{abcd} = \overline{ab}.100 + \overline{cd} = \overline{ab}.99 + \overline{ab} + \overline{cd}$  mà  $99 : 99$  thì  $\overline{ab}.99 : 99$ . Vậy:  $(\overline{ab} + \overline{cd}) : 99$

Ta lại có:  $(\overline{ab} + \overline{cd}) : 99$  và  $\overline{ab}.99 : 99$  thì  $\overline{ab}.99 + \overline{ab} + \overline{cd} = \overline{ab}.100 + \overline{cd} = \overline{abcd}$ .

Vậy:  $\overline{abcd} : 99$

c) Ta có:  $\overline{abcd}:101 = (\overline{ab}.100 + \overline{cd}):101 = (\overline{ab}.101 - \overline{ab} + \overline{cd}):101$   
 $= [\overline{ab}.101 - (\overline{ab} - \overline{cd})]:101$  mà  $\overline{ab}.101:101$ . Suy ra.  $(\overline{ab} - \overline{cd}):101$  mà  $(\overline{ab} - \overline{cd}):101$  nhỏ

hơn 99. Vậy  $\overline{ab} - \overline{cd} = 0$

Ta lại có:  $\overline{ab} - \overline{cd} = 0$  thì  $\overline{ab}.101 = \overline{ab}.101 - (\overline{ab} - \overline{cd}) = \overline{ab}.100 + \overline{cd} = \overline{abcd}$  mà  $\overline{ab}.101:101$ .  
 . Vậy  $\overline{abcd}:101$

**Bài 22:**

a) Ta có:  $12^{1980} - 2^{1600} = 12^{5.396} - 2^{5.320}$

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 = 2; 2^2 = 4 \\ \text{Mà: } 2^3 = 8; 2^4 = 16 \\ 2^5 = 32 \dots \dots \dots \end{array} \right\} \text{Suy ra } 12^{5.396} \text{ có chữ số tận cùng là } 2 \text{ và } 2^{5.320} \text{ cũng có chữ}$$

số tận cùng là 2

Vậy:  $(12^{5.396} - 2^{5.320})$  có chữ số tận cùng là 0 nên  $(12^{5.396} - 2^{5.320}):10$  hay

$$(12^{1980} - 2^{1600}):10$$

b) Ta có:  $19^{2005} + 11^{2006} = 19^{2.1002}.19 + 11^{2006}$

$$\left. \begin{array}{l} 9^1 = 9; 9^2 = 81 \\ \text{Mà: } 9^3 = \dots 9; \dots 9^4 = \dots 1 \\ 11^1 = 11; \dots 11^2 = \dots 1 \end{array} \right\} \text{Suy ra } 19^{2.1002}.19 \text{ có chữ số tận cùng là } 9 \text{ và } 11^{2006} \text{ có}$$

chữ số tận cùng là 1

Vậy:  $(19^{2.1002} + 11^{2006})$  có chữ số tận cùng là 0 nên  $(19^{2.1002} + 11^{2006}):10$  hay

$$(19^{2005} + 11^{2006}):10$$

**Bài 23:**

a) Ta có:  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$  có số số hạng là:  $(100 - 1) : 1 + 1 = 100$  (số hạng)

Số cặp số gồm 2 phần tử là:  $100 : 2 = 50$  (cặp số)

Nên tổng S là:

## 88 | PHẦN ĐÁP ÁN

$$S = 2.(1+2) + 2^3(1+2) + 2^5(1+2) + \dots + 2^{99}(1+2)$$

$$S = (1+2). \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50 \text{ số hạng}}$$

$$S = 3. \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50 \text{ số hạng}} : 3$$

b) Ta có:  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$  có số số hạng là:  $(100-1):1+1=100$  (số hạng)

Số cặp số gồm 4 phần tử là:  $100 : 4 = 25$  (cặp số)

Nên tổng S là:

$$S = 2.(1+2+2^2+2^3) + 2^5(1+2+2^2+2^3) + 2^9(1+2+2^2+2^3) + \dots + 2^{97}(1+2+2^2+2^3)$$

$$S = (1+2+2^2+2^3). \underbrace{(2+2^5+2^9+\dots+2^{99})}_{25 \text{ số hạng}}$$

$$S = 15. \underbrace{(2+2^5+2^9+\dots+2^{99})}_{25 \text{ số hạng}} : 15$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 = 2; 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8; 2^4 = 16 \\ 2^5 = \dots 2; 2^6 = \dots 4 \\ 2^7 = \dots 8; 2^8 = \dots 6 \end{array} \right\}$$

$$S = \underbrace{(2+2^2+2^3+2^4)}_{\dots 0} + \underbrace{(2^5+2^6+2^7+2^8)}_{\dots 0} + \dots + \underbrace{(2^{97}+2^{98}+2^{99}+2^{100})}_{\dots 0}$$

$$S = 2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{99}+2^{100} = \dots 0$$

### Bài 24:

a) Ta có:  $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99}$  có số số hạng là:

$$(99-0):1+1=100 \text{ (số hạng)}$$

Số cặp số gồm 2 phần tử là:  $100 : 2 = 50$  (cặp số)

Nên tổng S là:

$$S = (1+3) + 3^2(1+3) + 3^5(1+3) + \dots + 3^{99}(1+3)$$

$$S = (1+3). \underbrace{(1+3^2+3^5+\dots+3^{99})}_{50 \text{ số hạng}}$$

$$S = 4. \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50 \text{ số hạng}} : 4$$

b) Số cặp số gồm 4 phần tử là:  $100 : 4 = 25$  (cặp số)

Nên tổng S là:

$$S = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^4(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^8(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{96}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$$

$$S = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) \cdot \underbrace{(1 + 3^4 + 3^8 + \dots + 3^{96})}_{25 \text{ số hạng}}$$

$$S = 40 \cdot \underbrace{(1 + 3^4 + 3^8 + \dots + 3^{96})}_{25 \text{ số hạng}} : 40$$

**Bài 25:**

a) Ta có:  $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{96}$  có số số hạng là:

$$(96 - 1) : 1 + 1 = 96 \text{ (số hạng)}$$

Số cặp số gồm 2 phần tử là:  $96 : 2 = 48$  (cặp số)

Nên tổng S là:

b) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} 5^1 = 5; 5^2 = \dots 5 \\ 5^3 = \dots 5; 5^4 = \dots 5 \\ \dots \end{array} \right\} \Rightarrow 126 \cdot \underbrace{(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{93})}_{\dots 0}$$

Tổng S có chữ số tận cùng là số 0

**BÀI 9. DẤU HIỆU CHIA HẾT**

**VD 1.1.**

Số chia hết cho 2 : 182; 200; 2018

Số chia hết cho 5 : 175; 200; 4005 .

**VD 1.2.** Ta có

a) Số chia hết cho 2 mà không chia hết cho 5 là 422

b) Số chia hết cho 5 mà không chia hết cho 2 là 105

c) Số chia hết cho cả 2 và 5 là 6760

d) Số không chia hết cho cả 2 và 5 là 3071

**VD 2.1.**

a) A có chia hết cho 2 vì A là tổng của các số chẵn

## 90 | PHẦN ĐÁP ÁN

$B = 110 + 235 + 55 + 780 = 110 + 290 + 780$ . Vì  $110; 290; 780$  đều là các số chia hết cho 2. Vậy  $B$  có chia hết cho 2

b)  $A = 318 + 412 + 256 + 104 = 730 + 360$  Vậy  $A$  có chia hết cho 5

Vì các số hạng đều chia hết cho 5. Vậy:  $B$  có chia hết cho 5.

### VD 2.2.

a)  $124 + 400 + 538$  chia hết cho 2 vì các số hạng đều chia hết cho 2

b)  $660 - 35 + 5$  chia hết cho 5 vì các số hạng đều chia hết cho 5

c)  $2.3.4.5.6.7 + 88$  chia hết cho 2 vì các số hạng đều chia hết cho 2

d)  $2.3.4.5.6.7 - 8.9.10$  chia hết cho 2 và cho 5 vì các số hạng đều chia hết cho 2 và cho 5

VD 2.3. Ta  $M = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$ .

a) Số số hạng là:  $(99 - 1) : 2 + 1 = 50$  số hạng. Mà tổng của 50 số lẻ là 1 số chẵn.

b) Vậy  $M$  chia hết cho 2.

b) Ta có  $M = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$

$$= (1 + 99) + (3 + 97) + \dots + (49 + 51)$$

$$= 100 + 100 + \dots + 100$$

Mà  $100 : 5$ . Vậy  $M$  chia hết cho 5.

### VD 3.1.

a) Chia hết cho 2 là: 204; 240; 402; 420

b) Chia hết cho 5 là: 240; 420

c) Chia hết cho cả 2 và 5 là: 240; 420

### VD 3.2.

a) Gọi số cần tìm là:  $\overline{abc}$

$c$  có thể lấy được 2 số là 2 và 4

$b$  có thể lấy được từ 5 số 1; 2; 3; 4; 5

$a$  có thể lấy được 5 số 1; 2; 3; 4; 5.

b) Gọi số cần tìm là:  $\overline{abc}$

$c$  có thể lấy được hai số là 2 và 4.

$b$  có thể lấy được từ 5 số 1; 2; 3; 4; 5 nhưng  $a$  chọn mất 1 số rồi. Vậy  $b$  còn bốn số được chọn. Tương tự  $c$  chỉ còn 3 số để chọn.

**VD 3.3.**

a) Gọi số cần tìm là:

$c$  có thể lấy được 2 số là 0 và 5

$b$  có lấy được các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 thì  $b$  có 7 cách chọn

$a$  có thể lấy từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6 vì số đầu khác không nên  $a$  có 6 cách chọn

Vậy: có  $2.7.6=84$  số tạo thành.

b) Gọi số cần tìm là:  $\overline{abc}$

$c$  có thể lấy được 2 số là 0 và 5

TH1: Nếu  $c=0$  thì  $a$  có thể lấy từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 nên  $a$  có 6 cách chọn bỏ số 0 mà  $c$  đã chọn. Khi đó  $b$  còn 5 cách chọn vì không được chọn số 0 và 1 số  $a$  đã chọn.

Suy ra: Trường hợp này có  $6.5=30$  cách

TH2: Nếu  $c=5$  thì  $a$  có thể lấy từ các số 1; 2; 3; 4; 6 vì  $a$  là số đứng đầu phải khác số 0 nên  $a$  có 5 cách chọn. Khi đó  $b$  còn 5 cách chọn là từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 6 nhưng trừ đi 1 số  $a$  đã chọn.

Suy ra: Trường hợp này có  $5.5=25$  cách

Vậy có  $30+25=55$  số được chọn

**VD 4.1.**

a) Để chia hết cho 2 thì  $* \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$ . Vậy các số cần tìm là 340; 342; 344; 346; 348

b) Để chia hết cho 5 thì  $* \in \{0; 5\}$ . Vậy các số cần tìm là 340; 345

c) Để chia hết cho cả 2 và 5 thì  $* \in \{0\}$ . Vậy các số cần tìm là 340.

**VD 4.2.**

a) Không có số  $*$  thỏa mãn đề bài vì chữ số tận cùng là 5 thì không chia hết cho 2

b) Vì số tận cùng là 5 sẽ chia hết cho 5. Suy ra để chia hết cho 5 thì

$* \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Vậy các số cần tìm là 145; 245; 345; 445; 545; 645; 746; 845; 945

c) Không có số  $*$  thỏa mãn đề bài vì chữ số tận cùng là 5 thì không chia hết cho 2

## 92 | PHẦN ĐÁP ÁN

### VD 4.3.

a) Để chia hết cho 2 thì  $* \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

Vậy các số cần tìm là 204;214;224;234;244;254;264;274;284;294

b) Không có số \* thỏa mãn đề bài vì chữ số tận cùng là 4 thì không chia hết cho 5.

c) Không có số \* thỏa mãn đề bài vì chữ số tận cùng là 4 thì không chia hết cho 5.

### VD 4.4.

a) Vì  $\overline{ab}$  chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2 thì  $b=5$ . Lại có  $a+b=13$  thì  $a=8$

Vậy số cần tìm là 85.

b) Vì  $\overline{ab}$  chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2 thì  $b=5$ . Lại có  $a+b=6$  thì  $a=1$

Vậy số cần tìm là 15.

c) Vì  $\overline{ab}$  chia hết cho cả 2 và 5 thì  $b=0$ . Lại có  $2a+b=8$  thì  $a=4$ .

Vậy số cần tìm là 40.

### VD 5.1.

a)  $\{510;512;514;516;518;520;522;524\}$

b)  $\{510;515;520;525\}$

c)  $\{510;520\}$

### VD 5.2.

a) Tìm tập hợp các số  $m$  chia hết cho 2 là:  $m \in \{16;18;20;22;24;26;28\}$

Ta có  $16+18+20+22+24+26+28$

$$=16+24+18+22+20+26+28=40+40+20+54=154$$

b) Tìm tập hợp các số  $m$  chia hết cho 5 là:  $m \in \{15;20;25\}$ . Ta có  $15+20+25=60$

## III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

### Bài 1.

a) Các số chia hết cho 2 là 6328;290; 4326.

b) Chia hết cho 5 là 290;735; 1495.

c) Chia hết cho 2 cả và 5 là 290.

### Bài 2.

a) Chia hết cho 2 là 2734; 1950; 212; 4392.



- b) Chia hết cho 5 là 1950; 4195.
- c) Chia hết cho 2 cả và 5 là 1950.
- d) Chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5 là 2734; 212; 4392.
- e) Chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2 là 4195.

**Bài 3.**

- a)  $A = \{7476; 2374; 630\}$ .
- b)  $B = \{3215; 1985; 630\}$ .
- c)  $C = \{630\}$ .
- d)  $D = \{7476; 2374\}$ .
- e)  $E = \{3215; 1985\}$ .

**Bài 4.** Từ 15 đến 120 có các số chẵn là 16; 18 ... 120 gồm  $(120 - 16) : 2 + 1 = 53$  số.

Loại đi các số chia hết cho 5 là 20 ; 30 ; ... ; 120 gồm  $(120 - 20) : 10 + 1 = 11$  số

Còn lại  $53 - 11 = 42$  số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.

**Bài 5.**

- a)  $4^3 + 105$  không chia hết cho 2 ,không chia hết cho 5.
- b)  $7.5.2 - 5^3$  chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2.
- c)  $1^2.2^3.3^4.4^5 - 98$  chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.
- d)  $2^4.5^3.6 - 8.(16^2 - 3)$  chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.

**Bài 6.**

a) Tổng 2 số tự nhiên liên tiếp là hai số lẻ không chia hết cho 2.

b) Gọi hai số lẻ liên tiếp lần lượt là  $(2k + 1), (2k + 3), k \in \mathbb{N}$ .

Ta có tổng của chúng là  $2k + 1 + 2k + 3 = 2.2k + 4 : 2 \forall k \in \mathbb{N}$ . Vậy tổng của hai số tự nhiên lẻ liên tiếp chia hết cho 2.

c) Tổng của ba số lẻ là một số lẻ sẽ không chia hết cho 2.

d) Gọi bốn số lẻ liên tiếp lần lượt là  $(2k + 1), (2k + 3), (2k + 5), (2k + 7), k \in \mathbb{N}$ .

Ta có tổng của chúng là  $2k + 1 + 2k + 3 + 2k + 5 + 2k + 7 = 4.2k + 16 : 2 \forall k \in \mathbb{N}$ . Vậy tổng của bốn số tự nhiên lẻ liên tiếp chia hết cho 2.

## 94 | PHẦN ĐÁP ÁN

e) Trong một tổng có  $n$  ( $n$  chẵn) số lẻ thì tổng đó chia hết cho 2.

**Bài 7.** Ta có  $1+2+3+\dots+1999+2000=(1+2000).2000:2=2001.1000:5$ .

**Bài 8.** a) 574 b) 745

**Bài 9.** a)  $n \in \emptyset$  b)  $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

**Bài 10.**  $x=0$ ;  $y \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$

**Bài 11.** Cho số  $n=5a+4b$  ( $a \in N$ ;  $b \in N$ ).

a)  $n$  chia hết cho 2; Nên  $5a:2$  do đó  $a \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$  và  $b$  tùy ý.

b)  $n$  chia hết cho 5; Nên  $4b:5$  do đó  $b \in \{0; 5\}$  và  $a$  tùy ý.

c)  $n$  chia hết cho 10. Nên  $a \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$  và  $b \in \{0; 5\}$

**Bài 12.** Tổng số bát và số đĩa là  $19+22+32+35+37=145$  chiếc.

Sau khi bán hết một hộp đĩa, số bát đĩa còn lại gấp năm số đĩa còn lại nên số bát đĩa còn lại chia hết cho 5.

Tổng số bát và đĩa là 145, chia hết cho 5; số bát đĩa còn lại chia hết cho 5 nên số đĩa đã bán chia hết cho 5. Trong năm số 19; 22; 32; 35; 37 chỉ có  $35:5$  nên số đĩa đã bán là 35 chiếc.

Số bát đĩa còn lại là  $145-35=110$  chiếc

Số đĩa còn lại là  $110:5=22$  chiếc

Số đĩa tổng cộng là  $35+22=57$  chiếc.

**Bài 13:** Giải sử: Ô tô đầu tiên ra đời năm  $n = \overline{abbc}$ , trong đó  $n:5$  và  $a, b, c \in \{1; 5; 8\}$  ( $a, b, c$  khác nhau). Vì  $n:5$  nên  $c=5$

$a$  có thể bằng 1 hoặc 8 nhưng vì bây giờ đang là năm 2018 nên  $a=8$  (loại), suy ra  $a=1$

Khi đó  $b=8$

Vậy  $n = \overline{abbc} = 1885$ .

**Bài 14.** Vì  $\overline{cbab}$  là số chia hết cho cả 2 và 5 nên  $b=0$ .

Vì  $b$  là số liền trước của  $a$  nên  $a=1$ . Vì  $c$  là số tự nhiên nhỏ nhất chia hết cho 2 mà  $c \neq 0$  nên  $c=2$ . Vậy năm đó là năm 2010.

**Bài 15.** Vì xếp hàng đôi lên tàu thì hai hàng bằng nhau và chia vào ngổ ở năm dãy ghế thì số khách ở năm dãy bằng nhau nên số khách là số tự nhiên chia hết cho 2 và 5. Mà số khách trong khoảng 150 đến 166 người.

Vậy số khách là 160 người.

**Bài 16:**

a) Vì những số chia hết cho cả 2 và 5 là những số có tận cùng là 0.

Vậy số tự nhiên  $a$  thỏa mãn  $83 < a < 196$  là:  $a = \{90; 100; 110; \dots; 170; 180; 190\}$

b) Vì những số chia hết cho cả 2 và 5 là những số có tận cùng là 0.

Vậy số tự nhiên  $a$  thỏa mãn  $70 \leq a \leq 140$  là:  $a = \{70; 80; 90; \dots; 120; 130; 140\}$

**Bài 17.** Ta có dãy số của 1000 số tự nhiên đầu tiên và chia hết cho 2 là:

$\{0; 2; 4; 6; \dots; 994; 996; 998\}$

Những số chia hết cho 2 trong dãy trên là:  $(998 - 0) : 2 + 1 = 497$  (số hạng)

Ta có dãy số của 1000 số tự nhiên đầu tiên và chia hết cho 5 là:

$\{0; 5; 10; 15; \dots; 985; 990; 995\}$

Những số chia hết cho 5 trong dãy trên là:  $(995 - 0) : 5 + 1 = 200$  (số hạng)

Ta có dãy số của 1000 số tự nhiên đầu tiên chia hết cho 2 và chia hết cho 5 là:

$\{0; 10; 20; \dots; 970; 980; 990\}$

Những số chia hết cho 2 và 5 trong dãy trên là:  $(990 - 0) : 10 + 1 = 100$  (số hạng)

**Bài 18:\***

a) Có  $n^2 + n = n(n+1)$  là tích của hai số tự nhiên liên tiếp sẽ là 1 số chẵn và có tận cùng là 0,2,6 vì  $1.2=2; 2.3=6; 3.4=12; 4.5=20; 5.6=30; 6.7=42; 7.8=56; 8.9=72$  thì  $n^2 + n + 1$  sẽ có tận cùng là 1,3,7 sẽ không chia hết cho 5.

b)  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025})$  chia hết cho 2

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} 3^1 = 3 ; 3^2 = 9 ; 3^3 = \dots 7; 3^4 = \dots 1 \\ 3^5 = \dots 3; 3^6 = \dots 9; 3^7 = \dots 7; 3^8 = \dots 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2023^{2004} = (2024^4)^{506} = \dots 1$

Lại có:  $\left. \begin{array}{l} 4^1 = 4; 4^2 = 16 \\ 4^3 = 64; 4^4 = \dots 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 2024^{2025} = (2024^2)^{1012} \cdot 2004 = \dots 6 \cdot 2004 = \dots 4$

- Nếu  $n$  là số lẻ thì:  $n + 2023^{2024}$  là số chẵn, nên  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025}) \vdots 2$

## 96 | PHẦN ĐÁP ÁN

- Nếu  $n$  là số chẵn thì:  $n + 2024^{2025}$  là số chẵn, nên  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025}) \div 2$

Vậy  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025})$  chia hết cho 2.

Cách khác: Ta biết nếu  $x$  là số tự nhiên lẻ thì mọi số tự nhiên  $n$  thì  $x^n$  là số lẻ và nếu  $x$  là số tự nhiên chẵn thì mọi số tự nhiên  $n$  thì  $x^n$  là số chẵn. Vì thế:

- Nếu  $n$  là số lẻ thì:  $n + 2023^{2024}$  là số chẵn, nên  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025}) \div 2$

- Nếu  $n$  là số chẵn thì:  $n + 2024^{2025}$  là số chẵn, nên  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025}) \div 2$

Vậy  $(n + 2023^{2024})(n + 2024^{2025})$  chia hết cho 2.

### Bài 19:\*

a) Ta có:  $n+2 \div n-1$  thì  $n-1+3 \div n-1$  mà  $n-1 \div n-1$ . Suy ra:  $3 \div (n-1)$

Nên  $n-1 \in U(3) = \{1; 3\}$

Ta có bảng:

$n-1$	1	3
$n$	2	4

Vậy với  $n = \{2; 4\}$  thì  $n + 2$  chia hết cho  $n - 1$

b) Ta có:  $2n+7 = 2 \cdot (n+1) + 5$  mà  $2n+7 \div (n+1)$  và  $2(n+1) \div (n+1)$  thì  $5 \div (n+1)$

Nên  $n+1 \in U(5) = \{1; 5\}$

Ta có bảng:

$n+1$	1	5
$n$	0	4

Vậy với  $n = \{0; 4\}$  thì  $2n + 7$  chia hết cho  $n + 1$

c) Ta có:  $2n+1 = 13 - 2 \cdot (6-n)$  Mà  $2(6-n) \div (6-n)$  nên  $13 \div (6-n)$

Nên  $6-n \in U(13) = \{1; 13\}$

Ta có bảng:

$6-n$	1	13
$n$	5	$\emptyset$

Vậy với  $n = \{5\}$  thì  $2n + 1$  chia hết cho  $6 - n$

d) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} 3n:5-2n \Rightarrow 2.3n:5-2n \\ 3.(5-2n):5-2n \end{array} \right\} \Rightarrow [6n+3(5-2n)]:(5-2n)$$

$$\Rightarrow (6n+15-6n):(5-2n)$$

$$\Rightarrow 15:(5-2n)$$

Nên  $5-2n \in U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$

Ta có bảng:

$5-2n$	1	3	5	15
$2n$	4	2	0	$\emptyset$
$n$	2	1	0	$\emptyset$

Vậy với  $n = \{0; 1; 2\}$  thì  $3n$  chia hết cho  $5-2n$

e) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} 4n+3:2n+6 \\ 2.(2n+6):2n+6 \end{array} \right\} \Rightarrow [2(2n+6)-(4n+3)]:(2n+6)$$

$$\Rightarrow (4n+12-4n-3):(2n+6)$$

$$\Rightarrow 9:(2n+6)$$

Nên  $2n+6 \in U(9) = \{1; 3; 9\}$

Ta có bảng:

$2n+6$	1	3	9
$2n$	$\emptyset$	$\emptyset$	3
$n$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Vậy với  $n = \{\emptyset\}$  hay không có giá trị nào của  $n$  để  $4n+3$  chia hết cho  $2n+6$

### Bài 20.

$$\left. \begin{array}{l} 3^1 = 3; 3^2 = 9 \\ \text{Ta có: } 3^3 = \dots 7; 3^4 = \dots 1 \\ 3^5 = \dots 3; 3^6 = \dots 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 999993^{1996} \cdot 999993^3$$

$$= \underbrace{999993^4}_{\dots 1} \cdot \underbrace{999993^3}_{\dots 7} = \dots 7 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} 7^1 = 7; 7^2 = 49 \\ \text{Lại có: } 7^3 = \dots 3; 7^4 = \dots 1 \\ 7^5 = \dots 7 \end{array} \right\} \Rightarrow 555557^{1997} = 555557^{1996} \cdot 555557$$

$$= \underbrace{555557^4}_{\dots 1} \cdot \underbrace{555557}_{\dots 7} = \dots 7 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra tổng:

$$A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$$

$$A = \dots\dots\dots 7 - \dots\dots\dots 7$$

$$A = \dots\dots\dots 0 \Rightarrow A : 5$$

Vậy:  $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$  chia hết cho 5

$$\left. \begin{array}{l} 11^1 = 11; 11^2 = \dots 1 \\ \text{Bài 21. Ta có: } 1^3 = \dots 1; 11^4 = \dots 1 \\ \dots\dots\dots; 11^9 = \dots 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{11^9 + 11^8 + 11^7 + \dots + 11 + 1}_{10 \text{ số hạng}} = \dots\dots\dots 0 \quad (1)$$

Vậy:  $B = 11^9 + 11^8 + 11^7 + \dots + 11 + 1$  chia hết cho 5

**Bài 22.**

a) Vì  $\overline{ab} = 3.a.b$  thì  $a.10 + b = 3.ab$  hay  $b = 3.ab - a.10$ . Vậy  $b : a$ .

b) Đặt  $b = a.m$  ( $m \in N$ ). Khi đó  $a.m = 3.a.a.m - a.10$  hay  $m = 3.a.m - 10$

Suy ra:  $10 = 3.a.m - m = (3a - 1).m : m$ . Vậy:  $10 : m$

c) Có  $b = a.m$  mà  $10 : m$  thì  $m \in \{1; 2; 5\}$ .

Nếu  $m = 1$  thì  $1 = 3.a.1 - 10$  thì  $3a = 11$ . Vậy không có số thỏa mãn.

Nếu  $m = 2$  thì  $2 = 3.a.2 - 10$  thì  $a = 2; b = 4$ . Vậy số  $\overline{ab} = 24$ .

Nếu  $m = 5$  thì  $5 = 3.a.5 - 10$  thì  $a = 1; b = 5$ . Vậy số  $\overline{ab} = 15$

**VD 1.1**

9387 có tổng các chữ số là  $9 + 3 + 8 + 7 = 27$  do đó 9387 chia hết cho 9.

5400 có tổng các chữ số là  $5 + 4 + 0 + 0 = 9$  do đó 5400 chia hết cho 9.

1736 có tổng các chữ số là  $1 + 7 + 3 + 6 = 17$  do đó 1736 không chia hết cho 9.

2514 có tổng các chữ số là  $2 + 5 + 1 + 4 = 12$  do đó 2514 không chia hết cho 9.

9135 có tổng các chữ số là  $9 + 1 + 3 + 5 = 18$  do đó 9135 chia hết cho 9.

Vậy trong các số 9387, 5400, 1736, 2514, 9135 những số chia hết cho 9 là: 9387, 5400, 9135 và các số chia hết cho 9 đều chia hết cho 3.

2982 có tổng các chữ số là  $2 + 9 + 8 + 2 = 21$  do đó 2982 chia hết cho 3.

1997 có tổng các chữ số là  $1 + 9 + 9 + 7 = 26$  do đó 1997 không chia hết cho 3.

3714 có tổng các chữ số là  $3 + 7 + 1 + 4 = 15$  do đó 3714 chia hết cho 3.

7293 có tổng các chữ số là  $7 + 2 + 9 + 3 = 21$  do đó 7293 chia hết cho 3.

Vậy trong các số 2982, 1997, 3714, 7293 những số chia hết cho 3 là: 2982, 3714, 7293.

**VD 1.2.** Ta có

1673 có tổng các chữ số là  $1+6+7+3=17$

2547 có tổng các chữ số là  $2+5+4+7=18$

73 có tổng các chữ số là  $7+3=10$

1980 có tổng các chữ số là  $1+9+8+0=18$

Vậy: Trong các số 1673, 2547, 73, 1980.

- a) Những số chia hết cho 3 là: 2547, 1980.
- b) Những số chia hết cho 9 là: 2547, 1980.
- c) Không có số nào chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9
- d) Những số chia hết cho cả 3 và 9 là: 2547, 1980.
- e) Những số chia hết cho cả 2;3;5;9 là: 1980.

**VD 2.1.**

- a)  $A = 24 + 36 = 60$ . Có  $A$  chia hết 3 và không chia hết cho 9.
- b)  $B = 120 - 48 = 72$ . Có  $B$  chia hết cho 3 và 9.
- c)  $C = 72 - 45 + 99$ . Có 72;45;99 là các số chia hết cho 9. Vậy  $C$  chia hết cho cả 9 và 3.
- d)  $D = 723 - 123 + 100$ . Có  $D$  là các số chia hết cho 3 mà 100 không chia cho 3. Vậy  $D$  không chia hết 3 vì thế  $D$  không chia hết 9.
- e)  $E = 124 - 48$  không chia hết cho cả 3 và 9.
- f)  $F = 2.3.4.5 + 75 = 2.3.4.5 + 3.5.5$ . Vậy  $F$  chia hết cho 3 và  $F$  không chia hết cho 9.
- g)  $G = 855 + 180 + 72$ . Có 855;180;72 là các số chia hết cho 9. Vì vậy  $G$  chia hết cho cả 3 và 9.
- h)  $H = 143 + 98 + 12 = 143 + 110 = 253$ . Vậy  $H$  không chia hết cho 3 và 9.

**VD 2.2.** Ta có  $a = 3q + 1$ ,  $b = 3p + 2$

Có  $a + b = 3q + 1 + 3p + 2 \Leftrightarrow a + b = 3q + 3p + 3$  ta thấy  $3q + 3p + 3$  chia hết cho 3.

Vậy  $a + b$  chia hết cho 3.

**VD 2.3.**

a) Gọi số tự nhiên có hai chữ số là  $\overline{ab}$ .

Ta có  $\overline{ab} : 9$  nên  $a + b : 9$  suy ra  $a + b = 9$ .

Thay  $a = 5 + b$  vào  $a + b = 9$ , ta có:  $5 + b + b = 9 \Rightarrow 2b = 9 - 5 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$

Ta có  $a + b = 9 \Rightarrow a = 9 - b \Rightarrow a = 9 - 2 \Rightarrow a = 7$

## 100 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vậy số cần tìm là: 27 hoặc 72 (do đề bài không yêu cầu thứ tự các chữ số).

Cách khác: Vì hiệu hai chữ số bằng 5 và số đó chia hết cho 9 thì tổng hai chữ số sẽ chia hết cho 9 suy ra tổng hai chữ số bằng 9.

Vậy số lớn là  $(9+5):2=7$  và số bé là  $(9-5):2=2$

Vậy số cần tìm là: 27 hoặc 72.

b) Gọi số tự nhiên có hai chữ số là  $\overline{ab}$ .

Ta có  $\overline{ab}:3$  nên  $a+b:3$  suy ra  $a+b \in \{3, 6, 9\}$ . Ta lại có  $ab=8$  nên:

TH1:  $(a+b)=3$  và  $ab=8$  không có giá trị  $a, b$  thỏa điều kiện.

TH2:  $(a+b)=6$  và  $ab=8$  suy ra  $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases}$

TH3:  $(a+b)=9$  và  $ab=8$  suy ra  $\begin{cases} a=1 \\ b=8 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a=8 \\ b=1 \end{cases}$

Vậy số cần tìm là: 24; 42; 18; 81.

Cách khác: Vì số đó có tích bằng 8 mà  $8=1.8=8.1=2.4=4.2$ . Theo cách phân tích đó đều có tổng chia hết cho 3.

Vậy số cần tìm là: 24; 42; 18; 81.

### VD 2.4.

a) Trong dãy số 100; 101; 102; ....; 999 thì có các số chia hết cho 3 là

102; 105; 108; ....; 999

Vậy số các số chia hết cho 3 là:  $(999-102):3+1=300$  (số)

Trong dãy số 100; 101; 102; ....; 999 thì có các số chia hết cho 9 là

108; 117; 126; ....; 999

Vậy số các số chia hết cho 9 là:  $(999-108):9+1=100$  số chia hết cho 9.

### VD 3.1.

a) Số chia hết cho 3 phải có tổng các chữ số chia hết cho 3. Do đó các số cần tìm là:

276, 267, 726, 762, 627, 672, 576, 567, 756, 765, 657, 675.



b) Số chia hết cho 9 phải có tổng các chữ số chia hết cho 9. Do đó các số cần tìm là:  
576, 567, 756, 765, 657, 675.

c) Số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 phải có tổng các chữ số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9. Do đó các số cần tìm là: 276, 267, 726, 762, 627, 672.

**VD 3.2.** Ta có: Số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số là: 1000

a) Gọi số nhỏ nhất có bốn chữ số chia hết cho 3 là:  $\overline{abcd}$ . Do đó  $\overline{abcd} \geq 1000$  mà 1000 không chia hết cho 3 nên  $\overline{abcd} > 1000$

Do  $\overline{abcd}$  nhỏ nhất chia hết cho 3 và  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ( $a \neq 0$  vì  $a = 0$  thì  $\overline{abcd}$  trở thành số có ba chữ số) nên  $a = 1$  nhỏ nhất.

Tương tự  $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $b = 0$  nhỏ nhất.

$c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $c = 0$  nhỏ nhất.

$d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nhưng  $\overline{abcd}$  chia hết cho 3 nên  $(a + b + c + d)$  chia hết cho 3. Do đó  $(1 + d)$  chia hết cho 3 nên  $d = 2$  nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

Vậy số phải tìm là 1002.

b) Gọi số nhỏ nhất có 4 chữ số chia hết cho 9 là:  $\overline{abcd}$ . Do đó  $\overline{abcd} \geq 1000$  mà 1000 không chia hết cho 9 nên  $\overline{abcd} > 1000$

Do  $\overline{abcd}$  nhỏ nhất chia hết cho 9 và  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ( $a \neq 0$  vì  $a = 0$  thì  $\overline{abcd}$  trở thành số có ba chữ số) nên  $a = 1$  nhỏ nhất.

Tương tự  $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $b = 0$  nhỏ nhất.

$c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $c = 0$  nhỏ nhất.

$d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nhưng  $\overline{abcd}$  chia hết cho 9 nên  $(a + b + c + d)$  chia hết cho 9. Do đó  $(1 + d)$  chia hết cho 9 nên  $d = 8$  nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

Vậy số phải tìm là 1008.

## 102 | PHẦN ĐÁP ÁN

**VD 3.3.** Số tự nhiên nhỏ nhất có 5 chữ số là: 10000

a) Gọi số nhỏ nhất có 5 chữ số chia hết cho 3 là:  $\overline{abcde}$ . Do đó  $\overline{abcde} \geq 10000$  mà 1000 không chia hết cho 3 nên  $\overline{abcde} > 10000$

Do  $\overline{abcde}$  nhỏ nhất chia hết cho 3 và  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ( $a \neq 0$  vì  $a = 0$  thì  $\overline{abcde}$  trở thành số có bốn chữ số) nên  $a = 1$  nhỏ nhất.

Tương tự  $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $b = 0$  nhỏ nhất.

$c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $c = 0$  nhỏ nhất.

$d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $d = 0$  nhỏ nhất.

$e \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nhưng  $\overline{abcde}$  chia hết cho 3 nên  $(a + b + c + d + e)$  chia hết cho 3. Do đó  $(1 + e)$  chia hết cho 3 nên  $e = 2$  nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

Vậy số phải tìm là 10002.

b) Gọi số nhỏ nhất có 5 chữ số chia hết cho 9 là:  $\overline{abcde}$ . Do đó  $\overline{abcde} \geq 10000$  mà 1000 không chia hết cho 9 nên  $\overline{abcde} > 10000$

Do  $\overline{abcde}$  nhỏ nhất chia hết cho 9 và  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ( $a \neq 0$  vì  $a = 0$  thì  $\overline{abcde}$  trở thành số có bốn chữ số) nên  $a = 1$  nhỏ nhất.

Tương tự  $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $b = 0$  nhỏ nhất.

$c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $c = 0$  nhỏ nhất.

$d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $d = 0$  nhỏ nhất.

$e \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nhưng  $\overline{abcde}$  chia hết cho 9 nên  $(a + b + c + d + e)$  chia hết cho 9. Do đó  $(1 + e)$  chia hết cho 9 nên  $e = 8$  nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

Vậy số phải tìm là 10008.

**VD 3.4.**

a) Ta có  $(975 - 129) : 3 + 1 = 283$  số chia hết cho 3.

b) Ta có  $(765 - 225) : 9 + 1 = 61$  số chia hết cho 9.

c) Gọi số  $a$  cần tìm có dạng  $\overline{7xy}$ , ( $127 < a \leq 976$ )

Số  $a$  chia hết cho 2 và 5 nên  $y = 0$ .

Số  $a$  chia hết cho 3 và 9 nên ta có  $7 + x$  chia hết cho 9.

Do  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $x$  nhận các giá trị là: 2.

Vậy tập hợp cần tìm là  $A = \{720\}$

**VD 4.1.** Điền chữ số vào dấu \* để

a)  $\overline{6*74} : 3$  thì tổng  $6 + * + 7 + 4 = 17 + *$  chia hết cho 3.

Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên \* nhận các giá trị là: 1; 4; 7.

Các số thỏa mãn là: 6174, 6474, 6774.

b)  $\overline{856*} : 9$  thì tổng  $8 + 5 + 6 + * = 19 + *$  chia hết cho 9.

Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên \* nhận các giá trị là: 8.

Các số thỏa mãn là: 8568.

c)  $\overline{156*} : 9$  thì tổng  $1 + 5 + 6 + * = 12 + *$  chia hết cho 9.

Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên \* nhận các giá trị là: 6.

Các số thỏa mãn là: 1566.

**VD 4.2.** Điền chữ số vào dấu \* để được số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9

a) Để  $\overline{52*}$  chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 thì tổng  $5 + 2 + * = 7 + *$  chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên \* nhận các giá trị là: 5; 8.

Các số thỏa mãn là: 525; 528.

## 104 | PHẦN ĐÁP ÁN

b) Để  $\overline{*482}$  chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 thì tổng  $*+4+8+2=14+*$  chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Vì  $* \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $*$  nhận các giá trị là: 1; 7.

Các số thỏa mãn là: 1482; 7482.

### VD 4.3.

a) Để  $\overline{174+3*5}$  chia hết cho 3 thì  $174:3$  và  $3*5:3$ .

Ta thấy 174 có tổng các chữ số là  $1+7+4=12:3$ .

Ta có  $3*5:3$  thì  $(3+*+5):3 \Rightarrow (8+*):3$ . Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $*$  nhận các giá trị là: 1, 4, 7.

Vậy các số cần tìm là:  $174+315$ ,  $174+345$ ,  $174+375$ .

b)  $\overline{35*7*}$  chia hết cho 9 (dấu  $*$  chỉ chữ số giống nhau)

Để  $\overline{35*7*}$  chia hết cho 9 thì tổng  $3+5+*+7+*=15+2*$  chia hết cho 9.

Vì  $* \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $*$  nhận giá trị là: 6.

Các số thỏa mãn là: 35676.

### VD 4.4.

a) Ta xét  $\overline{719*}:5$  thì  $* \in \{0, 5\}$  mà  $\overline{719*}$  cũng chia hết cho 2 nên  $* \in \{0\}$

Ta thấy tổng  $7+1+9+0=17$  không chia hết cho 3 và 9 nên không có giá trị  $*$  nào thỏa mãn yêu cầu đề bài.

b) Ta xét  $\overline{a24b}:5$  thì  $b \in \{0, 5\}$  mà  $\overline{a24b}$  cũng chia hết cho 2 nên  $b \in \{0\}$

Để  $\overline{a240}$  cũng chia hết cho 3 và 9 thì tổng  $a+2+4+0=a+6$  chia hết cho 3 và 9.

Ta có  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $a$  nhận giá trị là 3.

Vậy số cần tìm là: 3240.

c)  $\overline{*189*}$  chia hết cho 3 và 5

Ta xét  $\overline{a189b}:5$  thì  $b \in \{0, 5\}$  mà  $\overline{a189b}$  cũng chia hết cho 3 nên ta có:

**TH1:**  $b = 0$  thì  $a + 1 + 8 + 9 + 0 = 18 + a$  chia hết cho 3.

Vì  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $a$  nhận các giá trị là: 3; 6; 9.

Ta được các số thỏa mãn đề bài là: 31890, 61890, 91890.

**TH2:**  $b = 5$  thì  $a + 1 + 8 + 9 + 5 = 23 + a$  chia hết cho 3.

Vì  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $a$  nhận các giá trị là: 1; 4; 7.

Ta được các số thỏa mãn đề bài là: 11895, 41895, 71895.

Vậy các số cần tìm là: 31890, 61890, 91890, 11895, 41895, 71895.

d) Ta xét  $\overline{a47b} : 5$  thì  $b \in \{0, 5\}$  mà  $\overline{a47b}$  cũng chia hết cho 2 nên  $b \in \{0\}$

Để  $\overline{a470}$  cũng chia hết cho 3 và 9 thì tổng  $a + 4 + 7 + 0 = a + 11$  chia hết cho 3 và 9.

Ta có  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $a$  nhận giá trị là 7.

Vậy số cần tìm là: 7470.

#### VD 4.5.

a) Thay các chữ  $x, y$  bởi các chữ số thích hợp để số  $\overline{13x5y}$  chia hết cho 3 và cho 5

Ta xét  $\overline{13x5y} : 5$  thì  $b \in \{0, 5\}$  mà  $\overline{13x5y}$  cũng chia hết cho 3 nên ta có:

**TH1:**  $y = 0$  thì  $1 + 3 + x + 5 + 0 = 9 + x$  chia hết cho 3.

Vì  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $x$  nhận các giá trị là: 0; 3; 6; 9.

Ta được các số thỏa mãn đề bài là: 13050, 13350, 13650, 13950.

**TH2:**  $y = 5$  thì  $1 + 3 + x + 5 + 5 = 14 + x$  chia hết cho 3.

Vì  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  nên  $x$  nhận các giá trị là: 1; 4; 7.

Ta được các số thỏa mãn đề bài là: 13155, 13455, 13755.

Vậy các số cần tìm là: 13050, 13350, 13650, 13950, 13155, 13455, 13755.

b) Để  $\overline{56x3y}$  chia hết cho 2 thì  $y \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Với  $y = 0$  thì  $5 + 6 + x + 3 + 0 = 14 + x$  chia hết cho 9 nên  $x = 4$

## 106 | PHẦN ĐÁP ÁN

Với  $y = 2$  thì  $5 + 6 + x + 3 + 2 = 16 + x$  chia hết cho 9 nên  $x = 2$

Với  $y = 4$  thì  $5 + 6 + x + 3 + 4 = 18 + x$  chia hết cho 9 nên  $x = 0$ ; 9

Với  $y = 6$  thì  $5 + 6 + x + 3 + 6 = 20 + x$  chia hết cho 9 nên  $x = 7$

Với  $y = 8$  thì  $5 + 6 + x + 3 + 8 = 22 + x$  chia hết cho 9 nên  $x = 5$

Vậy các số cần tìm là: 56430; 56232; 56034; 56934; 56736; 56538.

### VD 4.6.

a) Có  $A = \overline{3ab}$  chia hết cho cả 2 và 5 thì số tận cùng là 0. Suy ra  $b = 0$

Vì số chia hết cho 9 sẽ chia hết cho 3. Để  $A : 9$  thì  $(3 + a) : 9$ . Suy ra  $a = 6$ .

Vậy:  $a = 6; b = 0$ .

b) Có  $B = \overline{a27b}$  chia hết cho cả 2 và 5 thì số tận cùng là 0. Suy ra  $b = 0$

Vì số chia hết cho 9 sẽ chia hết cho 3. Để  $B : 9$  thì  $(a + 2 + 7) : 9$ . Suy ra  $a = 9$  (vì số đầu tiên là số khác 0).

Vậy:  $a = 9; b = 0$ .

c) Có  $C = \overline{10a5b}$  chia hết cho 45 thì  $C$  chia hết cho 9 và 5.

Vì  $C = \overline{10a5b}$  chia hết cho 5 thì số tận cùng là 0 hoặc 5.

TH1:  $b = 0$  thì để  $C : 9$  thì  $(1 + 0 + a + 5 + 0) : 9$  hay  $(a + 6) : 9$ . Suy ra  $a = 3$ .

TH2:  $b = 5$  thì để  $C : 9$  thì  $(1 + 0 + a + 5 + 5) : 9$  hay  $(a + 11) : 9$ . Suy ra  $a = 7$ .

Vậy:  $a = 3; b = 0$  hoặc  $a = 7; b = 5$ .

d) Có  $D = \overline{26a3b}$  chia hết cho 5 và 18 thì  $D$  chia hết cho 2, 5 và 9.

Vì  $D$  chia hết cho 2 và 5 thì số tận cùng là số 0. Suy ra  $b = 0$

Vì  $D$  chia hết cho 9 thì  $(2 + 6 + a + 3 + 0) : 9$  hay  $(11 + a) : 9$ . Suy ra  $a = 8$

Vậy:  $a = 8; b = 0$ .

VD 4.7. Tương tự VD 4.6 ta có

a)  $a = 5; b = 0$ .

b)  $a = 9; b = 0$ .

c)  $a = 3; b = 0$  hoặc  $a = 8; b = 5$ .

d)  $a = 7; b = 0$ .

### VD 4.8.

a) Tìm các chữ số  $a$  và  $b$  sao cho  $a - b = 5$  và  $\overline{a785b}$  chia hết cho 9.

Có  $\overline{a785b}$  chia hết cho 9 thì  $(a+7+8+5+b):9$  hay  $(a+b+20):9$

Vì  $a-b=5$  thì  $a+b$  là số lẻ và không bé hơn 5. Suy ra  $a+b=7$

Vì  $a-b=5$  nên  $a=6; b=1$

Vậy:  $a=6; b=1$ .

b) Tìm các chữ số  $a$  và  $b$  sao cho  $b-a=2$  và  $\overline{20ab}$  chia hết cho 9.

Có  $\overline{20ab}$  chia hết cho 9 thì  $(2+a+b):9$

Vì  $b-a=2$  thì  $a+b$  là số không vượt quá 2 và tổng hai số là 1 số chẵn. Suy ra  $a+b=16$

Vì  $b-a=2$  nên  $a=7; b=9$

Vậy:  $a=7; b=9$ .

### III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

#### Bài 1:

a)  $\overline{6*7}:3$  thì  $(6+7+*):3$  hay  $(13+*):3$ . Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 1 đến 9 nên  $*$   
 $\in \{2; 5; 8\}$

b)  $\overline{8*1}:9$  thì  $(8+1+*):9$  hay  $(9+*):9$ . Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $*$   
 $\in \{0; 9\}$

c)  $\overline{*27*}$  chia hết cho 2 và 5 thì chữ số tận cùng là số 0. Khi đó ta được số  $\overline{*270}$ .

Một số chia hết cho 9 thì sẽ chia hết cho 3 do đó  $\overline{*270}$  chia hết cho 3 và 9 khi  $\overline{*270}$  chia hết cho 9.

Mà  $\overline{*270}:9$  thì  $(*+2+7+0):9$  hay  $(9+*):9$

Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 1 đến 9 nên  $*=9$ .

d)  $\overline{3*5}:3$  thì  $(3+5+*):3$  hay  $(8+*):3$ . Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $*$   
 $\in \{1; 4; 7\}$

e)  $\overline{7*2}:9$  thì  $(2+7+*):9$  hay  $(9+*):9$ . Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $*$   
 $\in \{0; 9\}$

f)  $\overline{*63*}$  chia hết cho 2 và 5 thì chữ số tận cùng là số 0. Khi đó ta được số  $\overline{*630}$ .

Một số chia hết cho 9 thì sẽ chia hết cho 3 do đó  $\overline{*630}$  chia hết cho 3 và 9 khi  $\overline{*630}$  chia hết cho 9.

## 108 | PHẦN ĐÁP ÁN

Mà  $\overline{*630}:9$  thì  $(*+6+3+0):9$  hay  $(9+*):9$

Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 1 đến 9 nên  $*=9$ .

g) Một số chia hết cho 2 và 3 thì sẽ chia hết cho 6.

$\overline{1*5*}$  chia hết cho 2 và 5 thì chữ số tận cùng là số 0. Khi đó ta được số  $\overline{1*50}$ .

Một số chia hết cho 9 thì sẽ chia hết cho 3 do đó  $\overline{1*50}$  chia hết cho 3 và 9 khi  $\overline{1*50}$  chia hết cho 9.

Mà  $\overline{1*50}:9$  thì  $(*+1+5+0):9$  hay  $(6+*):9$

Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $*=3$ .

h)  $\overline{2118*}:9$  thì  $(2+1+1+8+*):9$  hay  $(12+*):9$

Mà  $*$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $*=6$ . Vậy tích của phép nhân là 21186.

Do đó số cần tìm là  $21186:9=2354$ .

### Bài 2.

a) Các số chia hết cho 3 là: 720; 702; 270; 207; 762; 726; 267; 276; 672; 627

b) Các số tự nhiên chia hết cho 9 là: 720; 702; 270; 207

c) Các số tự nhiên chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 là:  
762; 726; 267; 276; 672; 627

**Bài 3.** Số tự nhiên có năm chữ số các chữ số khác nhau sao cho số đó:

a) Chia hết cho 3 là: 98763.

b) Chia hết cho 9 là: 98730.

**Bài 4.** Số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số sao cho số đó:

Chia hết cho 3 là: 1002.

Chia hết cho 9 là: 1008.

### Bài 5.

a) Có  $10^n - 1 = \underbrace{100\dots0}_n - 1 = \underbrace{999\dots9}_{n-1}:9$

b) Có  $10^n + 8 = \underbrace{100\dots0}_n + 8 = \underbrace{100\dots08}_{n-1}:9$  ( Vì tổng các chữ số bằng 9 ).

### Bài 6.

a) Các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 9 là: 810; 801; 108; 180.



b) Các số tự nhiên chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 là:  
861; 816; 168; 186; 618; 681.

c) Số chia hết cho cả 2 và 5 là: 860; 680; 810; 180; 610; 160.

**Bài 7.** Ta có  $A$  chia hết cho 45 khi và chỉ khi  $A$  chia hết cho 5 và 9.

Vì  $A = \overline{24x68y} : 5$  thì  $y \in \{0; 5\}$

Trường hợp 1:  $y = 5$  khi đó  $A = \overline{24x685} : 9$  thì  $(2 + 4 + x + 6 + 8 + 5) : 9$  hay  $(25 + x) : 9$

Mà  $x$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $x = 2$ .

Trường hợp 2:  $y = 0$  khi đó  $A = \overline{24x680} : 9$  thì  $(2 + 4 + x + 6 + 8 + 0) : 9$  hay  $(20 + x) : 9$

Mà  $x$  là các số tự nhiên từ 0 đến 9 nên  $x = 7$ .

Vậy:  $x = 2; y = 5$  hoặc  $x = 7; y = 0$

**Bài 8.** Có  $A = \overline{56x3y}$  chia hết cho 2 và 5 thì chữ số tận cùng là chữ số 0, do đó  $y = 0$ .

Để  $A = \overline{56x30} : 9$  thì  $(5 + 6 + x + 3 + 0) : 9$  hay  $(14 + x) : 9$

Mà  $x$  là các số tự nhiên có một chữ số nên  $x = 4$ .

Vậy:  $x = 4; y = 0$ .

**Bài 9.** Gọi 3 số tự nhiên liên tiếp có dạng:  $n, n + 1, n + 2$ .

Khi đó tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp là:

$$n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1) : 3$$

**Bài 10**

a)  $A$  chia cho 3 dư 1,  $B$  chia cho 3 dư 2 nên ta có :  $A = 3n + 1; B = 3n + 2$  với  $n \in \mathbb{N}$

$$\text{Có } A.B = (3n + 1)(3n + 2) = 3n(3n + 2) + 1.(3n + 2) = 3n(3n + 2) + 3n + 2$$

Vậy  $AB$  chia 3 dư 2.

b)  $A$  chia cho 9 dư 7,  $B$  chia cho 9 dư 4 nên ta có :  $A = 9n + 7; B = 9n + 4$  với  $n \in \mathbb{N}$

$$\text{Có } A.B = (9n + 7)(9n + 4) = 9n(9n + 4) + 7.(9n + 4) = 9n(9n + 4) + 63n + 28$$

Vậy  $AB$  chia 9 dư 1.

**Bài 11.**

a) Có  $n = \overline{87ab} : 9$  thì  $(8 + 7 + a + b) : 9$  hay  $(15 + a + b) : 9$

Lại có  $a - b = 4$  thì  $a + b$  là số chẵn và lớn hơn 4. Suy ra  $a + b = 12$

## 110 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vì  $a + b = 12$  và  $a - b = 4$  thì  $a = 8; b = 4$ .

Vậy  $a = 8; b = 4$ .

b) Vì  $n = (\overline{7a5+8b4}):9$  thì  $(7+5+a+8+b+4):9$  hay  $(24+a+b):9$

Mà  $a - b = 6$  thì  $a + b$  là số chẵn không nhỏ hơn 6. Suy ra:  $a + b = 12$

Có  $a + b = 12; a - b = 6$  thì  $a = 9; b = 3$

c) Vì  $n = \overline{7a5b1}:3$  thì  $(7+a+5+b+1):3$  hay  $(13+a+b):3$

Mà  $a - b = 4$  thì  $a + b$  là số chẵn và không nhỏ hơn 4. Suy ra  $(a + b) \in \{8; 14\}$

Có  $a + b = 8; a - b = 4$  thì  $a = 6; b = 2$

Có  $a + b = 14; a - b = 4$  thì  $a = 10; b = 4$  (loại vì a là số tự nhiên có 1 chữ số)

### Bài 12.

a)  $10^{12} - 1 = \underbrace{100\dots0}_{10} - 1 = \underbrace{999\dots9}_9:9$ . Hiệu chia hết cho 9 do đó chia hết cho 3.

b)  $10^{10} + 2 = \underbrace{100\dots0}_{10} + 2 = \underbrace{10\dots0}_9 2:3$ . Tổng này có tổng các chữ số bằng 3 nên không chia hết cho 9.

c)  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}$

$2A = 2(2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}) = 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11}$

$2A - A = 2^{11} - 2 = 2(2^{10} - 1) = 2 \cdot \left( \underbrace{100\dots0}_{10} - 1 \right) = 2 \left( \underbrace{99\dots9}_9 \right):9$

Vì tổng chia hết cho 9 nên chia hết cho 3.

### Bài 13.

a) Ta có  $10^{2005} + 5 = \overline{1 \underbrace{00\dots0}_{2005\text{ch/số}}} + 5 = \overline{1 \underbrace{00\dots0}_{2004\text{ch/số}} 5}$  có tận cùng là 5 nên chia hết cho 5, có tổng các chữ số là 6 nên chia hết cho 3.

b) Ta có  $10^{2006} + 44 = \overline{1 \underbrace{00\dots0}_{2006\text{ch/số}}} + 44 = \overline{1 \underbrace{00\dots0}_{2004\text{ch/số}} 44}$  là số chẵn nên chia hết cho 2, có tổng các chữ số là 9 nên chia hết cho 9.

### Bài 14.

a) Với  $n$  là số tự nhiên bất kì thì  $n$  chia cho 3 có thể có số dư là 0, 1, 2.

TH1:  $n = 3k (k \in \mathbb{N}):3$  thì  $n.(n+1).(n+5):3$ .

TH2:  $n = 3k + 1 (k \in \mathbb{N})$  có  $n + 5 = 3k + 1 + 5 = 3k + 6:3$  thì  $n.(n+1).(n+5):3$

TH3:  $n = 3k + 2 (k \in \mathbb{N})$  có  $n + 1 = 3k + 1 + 2 = 3k + 3 : 3$  thì  $n.(n+1).(n+5) : 3$

Vậy  $n.(n+1).(n+5) : 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b) Ta chứng minh  $n.(2n+1).(7n+1) : 2$

Nếu  $n$  là số chẵn thì  $n.(2n+1).(7n+1) : 2$

Nếu  $n$  là số lẻ thì  $7n+1$  là số chẵn nên  $7n+1 : 2 \Rightarrow n.(2n+1).(7n+1) : 2$

Vậy  $n.(2n+1).(7n+1) : 2 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (1)$

Ta chứng minh  $n.(2n+1).(7n+1) : 3$

Với  $n$  là số tự nhiên bất kì thì  $n$  chia cho 3 có thể có số dư là 0, 1, 2.

TH1:  $n = 3k (k \in \mathbb{N}) : 3$  thì  $n.(2n+1).(7n+1) : 3$ .

TH2:  $n = 3k + 1 (k \in \mathbb{N})$  có  $2n + 1 = 2(3k + 1) + 1 = 6k + 3 : 3$  thì  $n.(2n+1).(7n+1) : 3$

TH3:  $n = 3k + 2 (k \in \mathbb{N})$  có  $7n + 1 = 7(3k + 2) + 1 = 21k + 15 : 3$  thì  $n.(2n+1).(7n+1) : 3$

Vậy  $n.(2n+1).(7n+1) : 3 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra  $n.(2n+1).(7n+1) : 6 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

**Bài 15.** Vì  $10^{44} = 100 \dots 00$  có tổng các chữ số bằng 1 nên  $10^{44} + 5$  có tổng các chữ số bằng 6 mà  $6 : 3$  nên  $(10^{44} + 5) : 3$ .

Vì  $10^{44}$  có tận cùng bằng 0 nên  $10^{44} + 5$  có tận cùng bằng 5 nên  $(10^{44} + 5) : 5$ .

Vậy  $10^{44} + 5$  vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 5.

**Bài 16.** Các số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 3 gồm các số 102; 105; 108; ...; 999.

Vậy có  $(999 - 102) : 3 + 1 = 300$  số thỏa yêu cầu đề bài.

**Bài 17.**

a) Ba số tự nhiên bất kì thì nếu có một số chẵn thì tổng hai số lẻ chia hết cho 2. Nếu có 2 hoặc 3 số chẵn thì tổng hai số chẵn chia hết cho 2. Nếu cả ba số là lẻ thì tổng hai số lẻ chia hết cho 2.

b) Giả sử  $a$  và  $b$  đều chia  $m$  dư  $x$ . Khi đó  $a = mp + x; b = mq + x$  thì  $a - b = mp - mq$  là số chia hết cho  $m$ .

c) Các số chia hết cho 5 sẽ có số dư là 0; 1; 2; 3 và 4. Vậy trong 6 số bất kì luôn có ít nhất 2 số cùng số dư. Vậy hiệu hai số đó chia hết cho 5.

## 112 | PHẦN ĐÁP ÁN

Mở rộng bài toán:

Bài toán 1: Cho  $n$  số tự nhiên bất kì thì luôn tồn tại hai số mà hiệu của chúng chia hết cho  $m$  với  $m < n$ .

Bài toán 2: Cho  $n$  số tự nhiên bất kì thì xét phép chia  $m$  cho  $n$  thì ta luôn có ít nhất hai số tự nhiên có cùng số dư.

---

## BÀI 10. TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

**Ví dụ 1.1.**

−11: Âm mười một;

−3: Âm ba;

−1029: Âm một nghìn không trăm hai chín;

−204368: Âm hai trăm linh tư nghìn ba trăm sáu tám.

**Ví dụ 1.2.**

a) −24

b) −608

c) −1930

**Ví dụ 1.3.**

a)  $\in$

b)  $\in$

c)  $\in$

d)  $\notin$

e)  $\mathbb{N}; \mathbb{Z}$

f)  $\mathbb{N}$

**Ví dụ 1.4.**

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

e) Đúng

**Ví dụ 2.1.**

a)  $100^{\circ}C$

b)  $0^{\circ}C$

c)  $-18^{\circ}C$

d)  $-9^{\circ}C$

e)  $37^{\circ}C$

f)  $1250^{\circ}C$

**Ví dụ 2.2.**

a)  $-2000000$  đồng

b)  $320000$  đồng

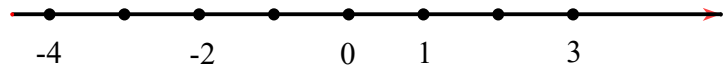
c)  $2022m$

d)  $-50m$

e)  $-287$

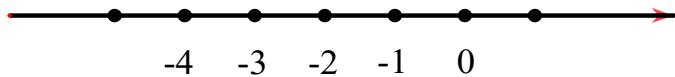
**Ví dụ 3.1.**

a) Biểu diễn trên trục số:



b) Các số nguyên âm nằm giữa số  $-5$  và  $-1$  là  $-4; -3; -2; -1; 0$ .

Biểu diễn trên trục số:



c) Không có điểm nào biểu diễn.

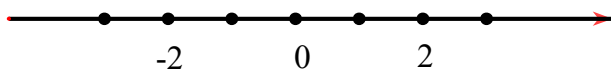
**Ví dụ 3.2.**

a) 5; dương 5;

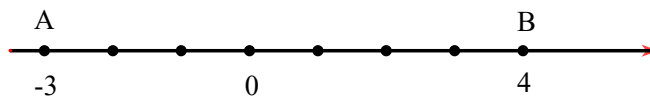
b) 2; âm.

**Ví dụ 3.3.**

a) Những điểm cách điểm 0 hai đơn vị là 2 và  $-2$



b) Vẽ trục số:



**Ví dụ 4.1.** Điền dấu "+" hoặc "-" vào chỗ trống (...) để được kết quả đúng:

## 114 | PHẦN ĐÁP ÁN

- a)  $0 < +5$ ;
- b)  $-24 < 0$ ;
- c)  $-12 < +6$ ;
- d)  $+3 < +9$  hoặc  $-3 < +9$ .

### Ví dụ 4.2.

- a)  $-18; -3; 0; 1; 3; 6$ .
- b)  $26; 11; 0; -8; -102; -121$ .

### Ví dụ 4.3.

- a)  $-2; -1; -0; 1$ ;
- b)  $-100; -999$ .

### Ví dụ 5.1. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ , biết:

- a)  $x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ ;
- b)  $x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$ ;
- c)  $x \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4\}$ ;
- d)  $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ .

### Ví dụ 5.2. Thay dấu \* thành các chữ số thích hợp

- a)  $* = 0$ ;
- b)  $* \in \{0; 1\}$ ;
- c)  $* \in \{0; 1; 2\}$ ;
- d)  $* \in \{0; 1; 2; 3\}$ ;

### Ví dụ 5.3.

- a)  $x \in \{6; -6\}$
- b)  $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
- c) Không có số nguyên  $x$  nào thỏa mãn  $x$

## IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

### Bài 1.

Thời gian	Đọc nhiệt độ	Viết nhiệt độ
12/11/2021	Âm hai độ C	$-2^{\circ}C$

06/01/2022	Âm mười hai độ C	$-12^{\circ}C$
14/02/2022	Âm hai mươi độ C	$-20^{\circ}C$

**Bài 2.**

- a) Đúng;                      b) Sai;                      c) Sai;  
 d) Sai;                      e) Đúng;                      f) Sai.

**Bài 3.**

- a) Bạn Hồng cận 2 đi-ốp;  
 b) Chú Trung viễn đi-ốp 3;  
 c) Cô Hải cận 4 đi-ốp.

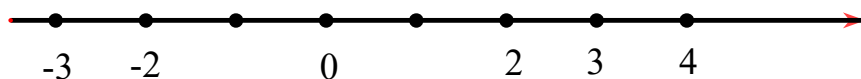
**Bài 4.** Các câu sau đây đúng hay sai:

- a) Sai;  
 b) Sai;  
 c) Đúng;  
 d) Đúng;  
 e) Sai.

**Bài 5.**

\* Sắp xếp theo thứ tự giảm dần: 4;3;2;0;-2;-3.

\* Biểu diễn trên trục số:



**Bài 6.**

Alaska  $-51^{\circ}C$  ; NewYork  $-15^{\circ}C$  ; Motana  $-4^{\circ}C$  ; Florida  $4^{\circ}C$  ; Florida  $8^{\circ}C$  ; Hawaii  $12^{\circ}C$  ;

**Bài 7.**

Ví dụ:  $-3;-2;-1;0;1;2$

**Bài 8.**

- a) Số nguyên âm nhỏ nhất có một chữ số:  $-9$   
 Số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số:  $-99$   
 b) Số nguyên âm lớn nhất có một chữ số:  $-9$   
 Số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số:  $-99$

**Bài 9.**  $A = \{-15;-5;15;25\}$

**Bài 10.**

a)  $x \in \{3; -3\}$

b)  $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

c) Không có số nguyên  $x$  nào thỏa mãn**Bài 11.** Vì có 13 số ở giữa  $a$  và  $-a$  nên trong 13 số sẽ bao gồm cả số 0.Do đó số liền trước  $a$  là  $12:2=6$ . Do đó  $a=7$ .**Bài 12.**a) Nếu  $a$  là số nguyên dương thì  $a > 0$ , do đó số liền sau  $a$  cũng phải lớn hơn 0 nên là một số nguyên dương.b) Nếu  $a$  là số nguyên âm thì  $a < 0$  nên số liền trước  $a$  cũng phải nhỏ hơn 0 nên là một số nguyên âm.

c) Số liền trước một số nguyên dương là một số nguyên dương hoặc số 0. Số liền sau một số nguyên âm là một số nguyên âm hoặc số 0.

**Bài 11. SỐ NGUYÊN TỐ****VD 1.1.**

a) Số nguyên tố là: 2; 31; 83; 97

Hợp số là: 9; 27; 77; 91; 312

b)  $23 \in P$

$15 \notin P$

$83 \in P$

$\{2; 5; 13\} \subset P$

$91 \notin P$

$201 \notin P$

**VD 1.2.** Các câu sai: a, b.**VD 1.3.**

a) Là hợp số. Vì số đó chia hết cho 2 .

b) Là số nguyên tố.

c) Là hợp số vì số đó có tận cùng là 0 .

d) Là số nguyên tố.

**VD 2.1.**

a) Số nguyên tố: 23, 29, 53, 59, 71, 73, 79.

b) Hợp số: 20, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 70, 72, 74, 75, 76, 77, 78.

**VD 2.2.** Do tổng của hai số nguyên tố là 931 là số lẻ, nên là tổng của một số nguyên tố lẻ và một số nguyên tố chẵn. Suy ra số nguyên tố chẵn đó là 2 . Vậy số nguyên tố còn lại cần tìm là:  $931 - 2 = 929$ .



**VD 2.3.** Số  $p$  có một trong ba dạng sau:  $3k; 3k+1; 3k+2$  với  $k \in \mathbb{N}^*$

+ Với  $p=3k$  thì  $p=3$  ( vì  $p$  là số nguyên tố), khi đó  $p+2=5; p+4=7$  đều là các số nguyên tố.

+ Với  $p=3k+1$  thì  $p=3k+3$  chia hết cho  $3$  và lớn hơn  $3$  nên  $p+2$  là hợp số, trái với yêu cầu đề bài.

+ Với  $p=3k+2$  thì  $p+4=3k+6$  chia hết cho  $3$  và lớn hơn  $3$  nên  $p+4$  là hợp số, trái với yêu cầu đề bài.

Vậy  $p=3$  là giá trị duy nhất phải tìm.

**VD 2.4.**

a) Ta có  $2k$  là số chẵn. Mà số nguyên tố chẵn duy nhất là số  $2$ . Vậy  $k=1$ .

b) Ta có  $5k$  là số chia hết cho  $5$ . Mà số nguyên tố duy nhất chia hết cho  $5$  là số  $5$ .  
 Vậy  $k=1$ .

**VD 3.1.** Có  $p$  là số nguyên tố lớn hơn  $3$  nên  $p$  lẻ, do đó  $p+1:2$  (1)

$p$  là số nguyên tố lớn hơn  $3$  nên  $p$  có dạng  $3k+1$  hoặc  $3k+2$ .

Nếu  $p=3k+1$  thì  $p+2=3k+3$  là số lớn hơn  $3$  và chia hết cho  $3$ . Trái với giả thiết  $p+2$  là số nguyên tố.

Vậy  $p=3k+2$ . Ta có  $p+1=3k+3:3$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra:  $(p+1):6$

**VD 3.2**

a) Nếu  $n=3k+1$  thì  $n^2=(3k+1)(3k+1)$  hay  $n^2=3k(3k+1)+3k+1$  nên  $n^2$  chia cho  $3$  dư  $1$ .

Nếu  $n=3k+2$  thì  $n^2=(3k+2)(3k+2)$  hay

$n^2=3k(3k+2)+2(3k+2)=3k(3k+2)+6k+3+1$  nên  $n^2$  chia cho  $3$  dư  $1$ .

Vậy:  $n^2$  chia cho  $3$  dư  $1$ .

b)  $p$  là số nguyên tố lớn hơn  $3$  nên không chia hết cho  $3$ . Vậy  $p^2$  chia cho  $3$  dư  $1$  tức là  $p^2=3k+1$  do đó  $p^2+2021=3k+1+2021=3k+2022:3$

Vậy  $p^2+2021$  là hợp số.

**VD 3.3.** Ta đã biết ba số tự nhiên lẻ liên tiếp là:  $3, 5, 7$ . Ta chứng minh bộ ba này là duy nhất.

## 118 | PHẦN ĐÁP ÁN

Thật vậy, giả sử có ba số nguyên tố lẻ liên tiếp nhau là:  $a; a+2; a+4$ .

Vì  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $a$  không chia hết cho 3. Vậy  $a$  có dạng:

$$a = 3k+1; 3k+2 (k \in \mathbb{N})$$

Nếu  $a = 3k+1$  thì  $a+2 = 3k+3 \div 3$ . Vậy  $a+2$  là hợp số.

Nếu  $a = 3k+2$  thì  $a+4 = 3k+6 \div 3$ . Vậy  $a+4$  là hợp số.

Suy ra: Điều giả sử sai. Vậy có duy nhất bộ ba số tự nhiên lẻ liên tiếp là số nguyên tố là 3, 5, 7.

### VD 4.1.

a)  $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b)  $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$

c)  $1500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$

d)  $4000 = 2^5 \cdot 5^3$

e)  $2^2 \cdot 4^2 \cdot 9^4 = 2^6 \cdot 3^8$

f)  $3^6 \cdot 25^2 \cdot 81^2 = 3^{10} \cdot 5^4$

VD 4.2. Ta có  $24375 = 3 \cdot 5^4 \cdot 13$ ;  $12005 = 5 \cdot 7^4$ ;  $165900 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 79$

a) Cả ba số đều có thừa số nguyên tố 5

b) Số 24375; 165900 có thừa số nguyên tố 3 và 5

c) Số 165900 có thừa số nguyên tố 2; 3 và 5

### VD 5.1.

a) Có  $50 = 2 \cdot 5^2$ . Vậy 50 có  $2 \cdot 3 = 6$  ước

b) Có  $172 = 2^2 \cdot 43$ . Vậy 172 có  $2 \cdot 2 = 4$  ước

c) Có  $4500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ . Vậy 4500 có  $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$  ước.

VD 5.2. Các số sau có bao nhiêu ước:

a)  $100 = 2^2 \cdot 5^2$ . Vậy 100 có 9 ước

b)  $1500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$ . Vậy 1500 có 24 ước.

c)  $253500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 13^2$ . Vậy 253500 có 72 ước.

VD 6.1. Ta có  $2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 49 \cdot 50$ . Hai số tự nhiên liên tiếp là 49; 50

VD 6.1.  $n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = 6840 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19 = 18 \cdot 19 \cdot 20$ . Ba số tự nhiên liên tiếp là: 18; 19; 20

VD 6.3. Ta có  $1728 = 2^6 \cdot 3^3 = 4^3 \cdot 3^3 = 12^3$ . Số cần tìm là 12.

VD 6.4. Số cách chia là số ước của 50. Mà  $50 = 2 \cdot 5^2$  có 6 ước. Vậy bạn Ngọc có 6 cách chia

**VD 6.6.** Số cách chia là số ước của 42. Mà  $42=2.3.7$  có 8 ước. Vậy bạn Minh có 8 cách chia

### BÀI TẬP LUYỆN TẬP

#### Bài 1.

- a) Sai vì số 2 là số nguyên tố chẵn.
- b) Đúng vì  $ab$  có ít nhất ba ước số là 1,  $a$ ,  $ab$ .
- c) Sai vì  $2+3=5$ .

#### Bài 2.

526 là hợp số vì nó chia hết cho 2 và lớn hơn 2.

1467 là hợp số vì  $1+4+6+7=18$  chia hết cho 3 và 9 nên nó chia hết cho 3 và 9

73 là số nguyên tố

$\overline{11\dots1}$  (gồm 2022 chữ số 1) là hợp số vì nó chia hết cho 3 và lớn hơn 3.

$\overline{33\dots3}$  (gồm 2023 chữ số 3) là hợp số vì nó chia hết cho 3 và lớn hơn 3.

#### Bài 3.

- a)  $15+3.40+8.9$  có các số hạng chia hết cho 3 và lớn hơn 3, nên nó chia hết cho 3. Vậy tổng đó là hợp số.
- b)  $5.7.9-2.5.6$  có các số hạng đều chia hết cho 5 và lớn hơn 5, nên nó chia hết cho 5. Vậy hiệu đó là hợp số.
- c) có các số hạng đều chia hết cho 17 và lớn hơn 17, nên nó chia hết cho 17. Vậy tổng đó là hợp số.
- d)  $2010+4149$  có các số hạng chia hết cho 3 và lớn hơn 3, nên nó chia hết cho 3. Vậy tổng đó là hợp số.

#### Bài 4.

- a) Với  $n=1$  thì  $n(n+1)=2$  là số nguyên tố, với  $n \geq 2$  thì  $n(n+1)$  là hợp số.
- b) Với  $n=1$  thì  $3n^5=3$  là số nguyên tố, với  $n \geq 2$  thì  $3n^5$  là hợp số.
- c) Với  $n=1$  thì  $n^4+4=5$  là số nguyên tố, với  $n \geq 2$  thì  $n^4+4$  là hợp số.

**Bài 5.** Sử dụng bảng nguyên tố ta có:      a) 71, 73, 79                      b) 127                      c) 229.

#### Bài 6.

- a) Với  $k \geq 2$  thì  $7k$  có ít nhất 3 ước là 1, 7,  $7k$  nên  $7k$  là hợp số (không thỏa mãn).
- Với  $k=1$  thì  $7k=7$  là số nguyên tố. Vậy  $k=1$ .

## 120 | PHẦN ĐÁP ÁN

b) Ta lấy  $k$  chia cho 5 có thể dư 0,1,2,3,4.

Với  $k$  chia cho 5 dư 1 thì  $k+14:5$  và  $k+14>5$  nên  $k+14$  là hợp số (loại).

Với  $k$  chia cho 5 dư 2 thì  $k+8:5$  và  $k+8>5$  nên  $k+8$  là hợp số (loại).

Với  $k$  chia cho 5 dư 3 thì  $k+12:5$  và  $k+12>5$  nên  $k+12$  là hợp số (loại).

Với  $k$  chia cho 5 dư 4 thì  $k+6:5$  và  $k+6>5$  nên  $k+6$  là hợp số (loại).

Với  $k$  chia hết cho 5 và  $k>5$  thì  $k$  là hợp số (loại).

Với  $k=5$ . Thử thấy 5,11,13,17,19 đều là số nguyên tố.

Vậy  $k=5$ .

### Bài 7.

Với  $p=2$  thì  $5p+7=17$  là số nguyên tố.

Với  $p>2$  mà  $p$  là số nguyên tố nên  $p$  là số lẻ, suy ra  $5p$  cũng là số lẻ thì  $5p+7$  là số chẵn (loại).

Vậy  $p=2$ .

**Bài 8.** Các cặp số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 100 là

$(3;5), (5;7), (11;13), (17;19), (41;43), (71;73)$ .

**Bài 9.** Vì tổng ba số nguyên tố là 1012 là số chẵn nên trong ba số sẽ có một số chẵn. Mà 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất. Vậy số nguyên tố nhất trong ba số nguyên tố là 2.

**Bài 10.** Mọi số tự nhiên  $m$  lớn hơn 2 đều có thể viết được dưới một trong các dạng  $4n-1; 4n; 4n+1; 4n+2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Vì  $m$  là số nguyên tố lớn hơn 2, do đó  $m$  không có dạng

$4n; 4n+2$ . Vậy số nguyên tố  $m$  được viết dưới dạng  $4n-1; 4n+1$ .

**Bài 11.** Vì  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3, nên  $p=3k+1$  hoặc  $p=3k+2$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ).

Nếu  $p=3k+1$  thì  $2p+1=2(3k+1)+1=6k+3:3$  và  $6k+3>3$  nên  $2p+1$  là hợp số (loại).

Vậy  $p=3k+2$ . Khi đó  $4p+1=4(3k+2)+1=12k+9:3$  và  $12k+9>3$  nên là hợp số.

**Bài 12.** Vì  $n$  không chia hết cho 3 nên  $n$  có thể được viết dưới dạng  $n=3k+1$  hoặc  $n=3k+2$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ )

Nếu  $n=3k+1$  thì  $n^2=(3k+1)(3k+1)=3k(3k+1)+3k+1$ . Suy ra  $n^2$  chia cho 3 dư 1.

Nếu  $n=3k+2$  thì  $n^2=(3k+2)(3k+2)=3k(3k+2)+6k+4$ . Suy ra  $n^2$  chia cho 3 dư 1.

Vậy:  $n^2$  chia cho 3 dư 1.

**Bài 13.** Gọi hai số nguyên tố sinh đôi là  $p$  và  $p+2$ . Có  $p$  là số lẻ thì  $p+1$  là số chẵn thì  $p+1:2$ .

Nếu  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $p$  có dạng  $3k+1$  hoặc  $3k+2$ .

Nếu  $p=3k+1$  thì  $p+2=3k+3$  là số chia hết cho 3. Trái với giả thiết  $p+2$  là số nguyên tố.

Vậy  $p$  có dạng  $3k+2$ . Ta có  $p+1=3k+3:3$ . Vậy:  $p+1:6$

**Bài 14.** Ta có  $abcd=59007$ ,  $c+d=102$ ,  $1 \leq a \leq 31$ ,  $1 \leq b \leq 12$ . Phân tích ra thừa số nguyên tố:  $abcd=3.13.17.89$ . Trong các ước của 59007 chỉ có hai số 13 và 89 có tổng là 102. Tuổi của Long không thể là 89 nên  $d=13, c=89 \Rightarrow a=17; b=3$ .

Vậy: Long sinh ngày 17-3-1989.

**Bài 15.** Năm 1903.

**Bài 16.**

a) Có  $F = \overline{abcabc} + 7 = \overline{abc}.1001 + 7 = \overline{abc}.43.7 + 7$ . Ta có  $F:7; F > 7$ . Suy ra  $F$  là hợp số.

b) Có  $G = \overline{abcabc} + 22 = \overline{abc}.1001 + 22 = \overline{abc}.11.91 + 2.11$ . Ta có  $G:11; G > 11$ . Suy ra  $G$  là hợp số.

c) Có  $H = \overline{abcabc} + 39 = \overline{abc}.1001 + 39 = \overline{abc}.13.77 + 3.13$ . Ta có  $H:13; H > 13$ . Suy ra  $H$  là hợp số.

**Bài 17.**

a) Để  $3p+5$  là số nguyên tố. Mà  $3p+5 \geq 5$  Suy ra  $3p+5$  là số lẻ. Vì 5 là số lẻ nên  $3p$  là số chẵn hay  $p$  là số chẵn. Mà số nguyên tố chẵn duy nhất là 2. Vậy  $p=2$ .

b) Khi  $p=2$  Khi đó,  $p+8=10, p+10=12$  là hợp số (không thỏa mãn)

Khi  $p > 2$  nên  $p$  có một trong ba dạng:  $3k, 3k+1, 3k+2 (k \in \mathbb{N}^*)$

Nếu  $p=3k$  thì  $p=3$  (vì  $p$  là số nguyên tố), khi đó  $p+8=11; p+10=13$  đều là các số nguyên tố

Nếu  $p=3k+1$  thì  $p+8=3k+9:3$  và lớn hơn 3 nên  $p+8$  là hợp số (trái gt)

Nếu  $p=3k+2$  thì  $p+10=3k+12:3$  và lớn hơn 3 nên  $p+10$  là hợp số (trái gt)

Vậy  $p=3$  là giá trị cần tìm.

## 122 | PHẦN ĐÁP ÁN

c) Khi  $p=2$  khi đó,  $p+2=4, p+4=6$  là hợp số ( không thỏa mãn)

Khi  $p>2$  nên số  $p$  có một trong ba dạng :  $3k, 3k+1, 3k+2(k \in \mathbb{N}^*)$

Nếu  $p=3k$  thì  $p=3$  ( vì  $p$  là số nguyên tố ), khi đó  $p+2=5; p+4=7$  đều là các số nguyên tố

Nếu  $p=3k+1$  thì  $p+2=3k+3:3$  và lớn hơn  $3$  nên  $p+2$  là hợp số ( trái với gt)

Nếu  $p=3k+2$  thì  $p+4=3k+6:3$  và lớn hơn  $3$  nên  $p+4$  là hợp số ( trái với gt)

Vậy  $p=3$  là giá trị cần tìm.

**Bài 18.** Do  $p$  là số nguyên tố lớn hơn  $3$  nên  $p$  không chia hết cho  $3$  thì  $4p$  không chia hết cho  $3$ .

Do  $2p+1$  là số nguyên tố lớn hơn  $3$  nên  $2p+1$  không chia hết cho  $3$

Suy ra:  $2(2p+1)$  không chia hết cho  $3$  hay  $4p+2$  không chia hết cho  $3$ .

Mặt khác trong ba số tự nhiên liên tiếp  $4p, 4p+1, 4p+2$  luôn có một số chia hết cho  $3$ . Mà  $4p$  và  $4p+2$  không chia hết cho  $3$  thì  $4p+1$  chia hết cho  $3$  hay  $4p+1$  là hợp số.

**Bài 19.**

Số  $579$  là một số lẻ vậy nó phải là tổng của một số nguyên tố chẵn và một số nguyên tố lẻ. số nguyên tố chẵn duy nhất là  $2$ . Khi đó  $579=2+577$ . Mà  $577$  là số nguyên tố. Do đó số  $579$  viết được dưới dạng tổng của  $2$  số nguyên tố

Số  $1997$  là một số lẻ vậy nó phải là tổng của một số nguyên tố chẵn và một số nguyên tố lẻ. số nguyên tố chẵn duy nhất là  $2$ . Khi đó  $1997=2+1995$ . Mà  $1995$  là hợp số. Do đó số  $1997$  không viết được dưới dạng tổng của  $2$  số nguyên tố

**Bài 20.**

a)  $2^6 \cdot 6^{101} + 1 = 64 \cdot (\dots 6) + 1 = (\dots 4) + 1 = (\dots 5)$  chia hết cho  $5$  nên  $2^6 \cdot 6^{101} + 1$  là hợp số

b)  $2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 - 10$ . Ta có  $2025 : 5$  nên  $2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 : 5$

Mà  $10 : 5$ . Do đó  $(2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 - 10) : 5$

Vậy  $2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 - 10$  là hợp số

c)  $1991 \cdot 1992 \cdot 1993 \cdot 1994 + 1$

1991.1992.1993.1994 có tận cùng là 4 . Do đó  $1991.1992.1993.1994+1$  có tận cùng là 5 nên  $1991.1992.1993.1994+1$  chia hết cho 5 . Vậy  $1991.1992.1993.1994+1$  là hợp số

d) Có 10 chia 3 dư 1 nên  $10^{100}$  chia 3 dư 1

7 chia 3 dư 1

Do đó  $10^{100} - 7$  chia 3 dư 0 hay  $10^{100} - 7$  chia hết cho 3 . Vậy  $10^{100} - 7$  là hợp số

e) 111...111 (có 2022 chữ số 1)

Ta có tổng các chữ số 111...111 (có 2022 chữ số 1)

$$\underbrace{1+1+1+\dots+1}_{2022} = 2022 : 3$$

Vậy 111...111 (có 2022 chữ số 1) là hợp số.

f) Theo quy ước ta có:

$2^7$  có chữ số tận cùng là 8

$3^{11}$  có chữ số tận cùng là 7

$5^{13}$  luôn có chữ số tận cùng là 5

$7^{17}$  có chữ số tận cùng là 7

$11^{19}$  luôn có chữ số tận cùng là 1

Ta có:  $2^7 + 3^{11} + 5^{13} + 7^{17} + 11^{19}$  có chữ số tận cùng là 8

Suy ra  $2^7 + 3^{11} + 5^{13} + 7^{17} + 11^{19}$  chia hết cho 2 .

Vậy: đây là hợp số.

### Bài 21.

\* xét  $n=0$  thì  $n+9=9$  không nguyên tố

\* Xét  $n=1$  thì  $n+3=4$  không nguyên tố

\* Xét  $n=2$  thì  $n+7=9$  không nguyên tố

\* Xét  $n=3$  thì  $n+9=12$  không nguyên tố

\* Xét  $n=4$  thì  $n+1=3; n+3=7; n+9=13; n+13=17; n+15=19$  là các số nguyên tố

\* Xét các số lớn hơn 4 . Các số đó đều  $\geq 5$  ta có các dạng:

$$n = 5k; n = 5k + 1; n = 5k + 2; n = 5k + 3; n = 5k + 4 \quad (k \in \mathbb{N})$$

TH1:  $n=5k$  thì  $n+15=5k+15$  chia hết cho 5 không là số nguyên tố

TH2:  $n=5k+1$  thì  $n+9=5k+10$  chia hết cho 5 không là số nguyên tố

## 124 | PHẦN ĐÁP ÁN

TH3:  $n=5k+2$  thì  $n+13=5k+15$  chia hết cho 5 không là số nguyên tố

TH4:  $n=5k+3$  thì  $n+7=5k+10$  chia hết cho 5 không là số nguyên tố

TH5:  $n=5k+4$  thì  $n+1=5k+5$  chia hết cho 5 không là số nguyên tố

Vậy  $n=4$  thì các số  $n+1; n+3; n+7; n+9; n+13; n+15$  là các số nguyên tố

**Bài 22.** Do  $p$  nguyên tố lớn hơn 3 nên có dạng:  $p=3k+1; p=3k+2 (k \in \mathbb{N})$

Xét  $p=3k+2$  thì  $p+4=3k+2+4=3k+6$  chia hết cho 3 nên  $p+4$  là hợp số (trái với giả thiết)

Vậy  $p$  có dạng  $p=3k+1$  khi đó:  $p+8=3k+1+8=3k+9$  chia hết cho 3 nên  $p+4$  là hợp số

Vậy  $p+8$  hợp số

**Bài 23.**

\*Xét  $p=2$  thì  $8p-1=15$  là hợp số

\* Xét  $p=3$  thì  $8p-1$  là số nguyên tố

\* Xét  $p$  nguyên tố lớn hơn 3 nên có dạng:  $p=3k+1; p=3k+2 (k \in \mathbb{N})$

TH1: Xét  $p=3k+2$

$8p-1=24k+15=3k$  chia hết cho 3 nên  $8p-1$  là hợp số (trái với giả thiết)

Vậy  $p$  chỉ có dạng  $p=3k+1$  khi đó:

$8p+1=24k+1+8=24k+9$  chia hết cho 3 nên  $8p+1$  là hợp số

Vậy  $8p+1$  hợp số

**Bài 24.**

a) Ta có:  $p=42k+r=2 \cdot 3 \cdot 7k+r (k, r \in \mathbb{N}, 0 < r < 42)$

Vì  $p$  là số nguyên tố nên  $r$  không chia hết cho 2, 3, 7

Các hợp số nhỏ hơn 42 và không chia hết cho 2 là : 9; 15; 21; 25; 27; 33; 35; 39

Loại bỏ đi các số chia hết cho 3, cho 7 chỉ còn 25

Vậy  $r=25$

b) Gọi  $r$  là số nguyên tố phải tìm

Ta có:  $p=60k+r=2^2 \cdot 3 \cdot 5k+r (k, r \in \mathbb{N}, 0 < r < 42)$

Vì  $p$  là số nguyên tố nên  $r$  không chia hết cho 2, 3, 5



Các hợp số nhỏ hơn 60 và không chia hết cho 2 là :

9;15;21;25;27;33;35;39;45;49;51;55;57

Loại bỏ đi các số chia hết cho 3 , cho 5 chỉ còn 49

Vậy  $r=49$

c) Gọi  $p$  là số nguyên tố phải tìm

Ta có:  $p = 30k + r = 2.3.5k + r$  ( $k, r \in \mathbb{N}, 0 < r < 42$ )

Vì  $p$  là số nguyên tố nên  $r$  không chia hết cho 2,3,5

Có  $r$  không nguyên tố nên  $r$  là hợp số

Các hợp số nhỏ hơn 30 và không chia hết cho 2 là : 9;15;21;25;27

Loại bỏ đi các số chia hết cho 3 , cho 5 không còn số nào

Vậy  $r$  chỉ có thể bằng 1.

**Bài 25.** Do  $a, a+k, a+2k$  đều là nguyên tố lớn hơn 3 nên đều là số lẻ và không chia hết cho 3 .

• Vì  $a$  và  $a+k$  cùng lẻ nên  $a+k-a=k:2$ . (1)

• Vì  $a, a+k, a+2k$  đều không chia hết cho 3 nên khi chia cho 3 ít nhất hai số có cùng số dư, khi đó:

+ Nếu  $a$  và  $a+k$  có cùng số dư, thì suy ra:  $(a+k)-a=k:3$

+ Nếu  $a+k$  và  $a+2k$  có cùng số dư, thì suy ra:  $(a+2k)-(a+k)=k:3$

+ Nếu  $a$  và  $a+2k$  có cùng số dư, thì suy ra:  $(a+2k)-a=2k:3$  nhưng  $(2,3)=1$  nên  $k:3$

Vậy, ta luôn có  $k$  chia hết cho 3 (2)

Từ (1),(2) và do  $(2,3)=1$  ta suy ra  $k:6$  đpcm.

Nhận xét: Trong lời giải trên, ta đã định hướng được rằng để chứng minh  $k:6$  thì cần chứng minh  $k:2$  và  $k:3$  và ở đó:

• Việc chứng minh  $k:2$  được đánh giá thông qua nhận định  $a, a+k, a+2k$  đều là nguyên tố lẻ hơn kém nhau  $k$  đơn vị.

## 126 | PHẦN ĐÁP ÁN

• Việc chứng minh  $k:3$  được đánh giá thông qua nhận định “ba số lẻ không chia hết cho 3 thì có ít nhất hai số có cùng số dư” và như vậy hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 3.

**Bài 26.** Ta thấy trong 25 số nguyên tố có 1 số chẵn còn lại là 24 số lẻ. Tổng của 24 số lẻ là một số chẵn nên tổng của 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100 là số chẵn.

**Bài 27.** Vì tổng của 3 số nguyên tố bằng 1012, nên trong 3 số nguyên tố đó tồn tại một số nguyên tố chẵn. Mà số nguyên tố chẵn duy nhất là 2 và là số nguyên tố nhỏ nhất. Vậy số nguyên tố nhỏ nhất trong 3 số nguyên tố đó là 2.

**Bài 28.** Ta có  $x^2 + 45 = y^2$  thì  $y^2$  là số tự nhiên lớn hơn 45. Mà  $y$  là số nguyên tố vậy  $y$  là số lẻ thì  $y^2$  là số lẻ.

Có  $x^2 + 45 = y^2$  thì  $x$  là số nguyên tố chẵn. Vậy  $x=2$ . Suy ra  $y^2 = 45 + 2^2 = 49$  thì  $y=7$ .

Vậy: hai số nguyên tố cần tìm là 2; 7.

**Bài 29.** Ta có  $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1000 + \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$

Lại có  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ . Vì 7; 11; 13 là 3 số nguyên tố. Vậy  $\overline{abcabc}$  có ít nhất 3 ước là số nguyên tố.

**Bài 30.** Tìm số tự nhiên  $n$  để  $3^n + 18$  là số nguyên tố.

Khi  $n=0$  thì  $3^n + 18 = 3^0 + 18 = 19$  là số nguyên tố. Vậy  $n=0$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu  $n > 0$  thì  $3^n : 3$  và  $18 : 3$  thì  $(3^n + 18) : 3$  trái với giả thiết  $3^n + 18$  là số nguyên tố..

Vậy khi  $n > 0$  không có số nào thỏa mãn.

Vậy:  $n=0$ .

---

## BÀI 11. ƯỚC CHUNG. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

### VD 1.

a) Vì 40 không chia hết cho 12 nên 12 không là ước chung của 24 và 40.

b) Vì 65; 117 và 130 đều chia hết cho 13. Vậy 13 có là ước chung của 65; 117 và 130.

### VD 2.1.

a)  $Ư(8) = \{1; 2; 4; 8\}$ ;  $Ư(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ ;  $ƯC(8; 12) = \{1; 2; 4\}$ .

b)  $Ư(5) = \{1; 5\}$ ;  $Ư(15) = \{1; 3; 5; 15\}$ ;  $ƯC(5; 15) = \{1; 5\}$

c)  $U(40)=\{1;2;4;5;8;10;20;40\}$ ;  $U(60)=\{1;2;3;4;5;6;10;12;15;20;30;60\}$ ;  $UC(40;60) = \{1;2;4;5;10;20\}$

d)  $UC(36;60;72) = \{1;2;3;4;6\}$

**VD 2.2.**

a)  $UC(16; 24) = \{1; 2; 4; 8\}$   
30}

b)  $UC(60; 90) = \{1; 2; 3; 5; 6; 15;$

c)  $UC(24; 84) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

d)  $UC(16; 60) = \{1; 2; 4\}$

e)  $UC(18; 77) = \{1\}$

f)  $UC(18; 90) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

g)  $UC(15; 30; 42) = \{1; 3\}$

h)  $UC(26; 39; 48) = \{1\}$

**VD 2.3.**

a)  $a \in \{10; 14; 15; 21; 30\}$

b)  $a \in \{60\}$

c)  $a \in \{32; 64; 128\}$

d)  $a \in \{0; 5\}$

e)  $a \in \{3; 23\}$

f)  $a \in \{7; 35\}$ .

**VD 2.4.**

a) Gọi a là số tổ dự định chia thì  $a \in UC(28; 24) = \{1; 2; 4\}$

Có ba cách chia đều số nam, số nữ vào các tổ. Khi chia thành 4 tổ thì mỗi tổ có ít học sinh nhất: mỗi tổ có 13 học sinh, trong đó có 7 học sinh nam và 6 học sinh nữ.

b) Gọi a là số học sinh được thưởng

Ta có  $(100 - 4) : a$ ;  $(90 - 18) : a$  với  $a > 18$ . Khi đó  $a \in UC(96; 72) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 24\}$

Vì  $a > 18$  nên  $a = 24$ . Vậy có 24 học sinh được thưởng.

**VD 2.5.**

a) Gọi a là ước chung của  $n + 3$  và  $2n + 5$

a là ước chung của  $2(n + 3) = 2n + 6$  và  $2n + 5$

a là ước của  $(2n + 6) - (2n + 5) = 1$

Vậy  $a = 1$ .

b) Gọi a là ước chung của  $n + 1$  và  $2n + 5$

a là ước chung của  $2(n + 1) = 2n + 2$  và  $2n + 5$

a là ước của  $(2n + 5) - (2n + 2) = 3$

$a = 1$  hoặc  $a = 3$ .

Vậy 4 không là ước chung của hai số  $n+1$  và  $2n+5$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

c) Chia 39 cho a thì dư 4 nên a là ước của  $39 - 4 = 35$  và  $a > 4$ .

## 128 | PHẦN ĐÁP ÁN

Chia 48 cho a thì dư 6 nên a là ước của  $48 - 6 = 42$  và  $a > 6$ .

Do đó a là ước chung của 35 và 42; đồng thời  $a > 6$ .

Vậy  $a = 7$ .

### VD 3.1.

a)  $ƯCLN(42; 58) = 2$

b)  $ƯCLN(18; 30; 42) = 6$

c)  $ƯCLN(26; 39; 48) = 1$

d)  $ƯCLN(85; 161) = 1$

### VD 3.2.

a)  $ƯCLN(301; 508) = 127$

b)  $ƯCLN(15661; 5291; 4292) = 1$

c)  $ƯCLN(11111; 1111) = 1$

d)  $ƯCLN(215; 216) = 1$

**VD 3.3.** Số tự nhiên a lớn nhất, mà 60 và 504 cùng chia hết cho a thì  $a = ƯCLN(60; 504) = 12$ .

**VD 4.**  $\frac{30}{12} = \frac{30:6}{12:6} = \frac{5}{2}$      $\frac{45}{18} = \frac{45:9}{18:9} = \frac{5}{2}$      $\frac{105}{95} = \frac{105:5}{95:5} = \frac{21}{19}$   
 $\frac{280}{168} = \frac{280:56}{168:56} = \frac{5}{3}$

**VD 5.1.**  $ƯCLN(450; 1500) = 150$

$ƯCLN(450; 1500) = U(150) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 25; 30; 50; 75; 150\}$

Vì các ước là số có hai chữ số nên  $\{10; 15; 25; 30; 50; 75\}$

**VD 5.2.**  $ƯCLN(108; 180) = 36$

$ƯCLN(108; 180) = U(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

Vì các ước là số lớn hơn 15 nên ước chung của 108 và 180 là  $\{18; 36\}$ .

**VD 5.3.**  $ƯCLN(90; 150) = 30$      $ƯCLN(90; 150) = U(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

Vì  $5 < x < 30$  nên  $x \in \{6; 10; 15\}$

**VD 5.4.**  $ƯCLN(100; 125; 150) = 25$      $ƯCLN(100; 125; 150) = U(25) = \{1; 5; 25\}$

Vì  $x < 10$  nên  $x \in \{1; 5\}$

**VD 6.1.** Ta có  $ƯCLN(90; 126) = 18$ . Có thể chia thành nhiều nhất 18 phần thưởng phát cho học sinh sao cho số vở và số bút ở mỗi phần là như nhau.

**VD 6.2.** Ta có  $ƯCLN(12; 18) = 6$

Suy ra  $ƯC(12;18) = Ư(6) = \{1;2;3;6\}$ . Vì mỗi hộp đều có từ 5 bút trở lên nên mỗi hộp có 6 chiếc bút.

**VD 6.3.** Ta có  $ƯCLN(60;72) = 12$ . Có thể chia nhiều nhất thành 12 tổ.

Số nam ở mỗi tổ:  $60 : 12 = 5$

Số nữ ở mỗi tổ:  $72 : 12 = 6$  U

**VD 6.4.** Ta có  $ƯCLN(36; 27; 54) = 9$        $ƯCLN(36;27;54) = Ư(9) = \{1;3;9\}$

Vì số chậu cần tìm là một số nguyên tố nên số chậu là 3

Số cây hoa màu hồng mỗi chậu là:  $36 : 3 = 12$  cây

Số cây hoa màu trắng mỗi chậu là:  $27 : 3 = 9$  cây

Số cây hoa màu tím mỗi chậu là:  $54 : 3 = 18$  cây

**VD 6.5.**  $ƯCLN(18; 34) = 2$  Lớp có thể chia được nhiều nhất thành 2 nhóm.

Số nam ở mỗi nhóm:  $18 : 2 = 9$

Số nữ ở mỗi nhóm:  $34 : 2 = 17$

**VD 6.8.** Để chia hình chữ nhật thành các hình vuông có diện tích bằng nhau thì độ dài mỗi cạnh của hình vuông phải là ước chung của 150 và 90. Do đó độ dài cạnh hình vuông lớn nhất là  $ƯCLN(150, 90)$ .

Ta có:  $90 = 2.3^2.5; 150 = 2.3.5^2$ . Do đó  $ƯCLN(150, 90) = 2.3.5 = 30$ .

Vậy độ dài cạnh hình vuông lớn nhất là 30m.

**VD 7.1.**  $ƯCLN(14;5) = 1$  nên 14 và 5 là hai số nguyên tố cùng nhau.

$ƯCLN(22;5) = 1$  nên 22 và 5 là hai số nguyên tố cùng nhau.

**VD 7.2.** 4 và 9;                      10 và 27;                      4 và 27

**VD 7.3** Đặt  $ƯCLN(7n+10; 5n+ 7) = d$ .

Ta có:  $7n + 10 : d$  và  $5n + 7 : d$  thì  $5(7n + 10) - 7(5n + 7) : d$

Suy ra  $1 : d$  hay  $d = 1$ . Vậy  $7n + 10$  và  $5n + 7$  là hai số nguyên tố cùng nhau ( $n \in \mathbb{N}$ ).

### III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

#### Bài 1.

a)  $5 \notin ƯC(10, 12)$

b)  $3 \in ƯC(9, 15, 21)$

#### Bài 2.

a)  $Ư(15) = \{1;3;5;15\}$

$Ư(27) = \{1;3;9;27\}$

$ƯC(15; 27) = \{1;3\}$

130 | PHẦN ĐÁP ÁN

b) ƯC (16; 20; 30) = {1; 2}

**Bài 3.** Các cách thực hiện được là:.....2 cách.....

Cách chia	Số nhóm	Số nam ở mỗi nhóm	Số nữ ở mỗi nhóm
a	3	.....6...	...4.....
b	5	Không thực hiện được	.....
c	6	.....3...	...2.....

**Bài 4.** Số bút bi được chia đều cho các HS:  $90 - 18 = 72$  (bút)

Số quyển vở được chia đều cho các HS:  $100 - 4 = 96$  (quyển)

Số học sinh được thưởng là ƯC (96; 72) và số HS > 18

Vậy số HS được thưởng là 24 học sinh.

**Bài 5.** Số HS lớp 6A giỏi ít nhất một trong 2 môn Văn hoặc Toán là:  $(8 + 10) - 5 = 13$  (học sinh)

**Bài 7.**

a) Có  $16 = 2^4; 18 = 2.3^2; 176 = 2^4.11$  . Nên ƯCLN (16,18,176) = 2

b) Có  $18 = 2.3^2; 30 = 2.3.5; 72 = 2^3.3^2$  . Nên ƯCLN (18,30,72) =  $2.3 = 6$

c) Có  $26 = 2.13; 39 = 3.13; 48 = 2^4.3$  Nên ƯCLN (26,39,48) = 1

d) Có  $150 = 2.3.5^2; 84 = 2^2.3.7; 30 = 2.3.5$  . Nên ƯCLN (150,84,48) =  $2.3 = 6$

**Bài 7.**

a) Có  $16 = 2^4; 24 = 2^3.3$  nên ƯCLN (16,24) =  $2^3 = 8$  . Vậy ƯC (16,24) = {1; 2; 4; 8}

b) Có  $180 = 2^2.3^2.5; 234 = 2.3^2.13$  nên ƯCLN (180,234) =  $2.3 = 6$  .

Vậy ƯC (180,234) = {1; 2; 3; 6}

c) Có  $60 = 2^2.3.5; 90 = 2.3^2.5; 135 = 3^3.5$  nên ƯCLN .

Vậy ƯC

**Bài 8.**

a) Tìm các ước chung lớn hơn của và

Ta có nên

Các ước lớn hơn của và là

b) Tìm số tự nhiên lớn nhất biết rằng , và

Vì ; ; nên

mà là lớn nhất nên

c) Tìm số tự nhiên biết , và

Vì , nên và

Ta có

Nên mà nên

d) Tìm các số tự nhiên sao cho chia cho dư và chia cho dư

Vì chia cho  $n$  dư nên hay

$85$  chia cho  $n$  dư nên hay

Suy ra và

Có nên và

Vậy

e) Vì nên ƯC

Ta có: .ƯCLN

ƯC  $U$  .Mặt khác: . Vậy

**Bài 9.** Ta có  $a = \text{ƯC}(35; 42)$  mà  $a > 6$ . Vậy  $a = 7$

**Bài 10.** Gọi  $d$  là ước chung của  $n + 7$  và  $2n + 3$

Ta có:  $n + 7 : d$  và  $2n + 3 : d$  thì  $2(n + 7) - 2n - 3 : d$

Suy ra  $11 : d$ . Vậy  $d \in \{1; 11\}$

**Bài 11.**

a) Trong các số  $28; 81; 44$  các số nào là nguyên tố cùng nhau

Ta có .

Nên các số nguyên tố cùng nhau là  $28$  và  $81$ ;  $81$  và  $44$

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $2n + 3$  và  $4n + 8$  là nguyên tố cùng nhau

Gọi  $d = \text{UCLN}(2n + 3, 4n + 8)$

Suy ra  $2n + 3 : d$  và  $4n + 8 : d$

Ta có  $2n + 3 : d \Rightarrow 2.(2n + 3) : d \Rightarrow 4n + 6 : d$

## 132 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vì  $4n+8:d$  và  $4n+6:d$  nên  $(4n+8)-(4n+6):d \Rightarrow 2:d \Rightarrow d \in \{1;2\}$

Vì  $2n+3$  là số lẻ nên  $d=2$  là không thỏa mãn. Vậy  $d=1$

Vậy với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $2n+3$  và  $4n+8$  là nguyên tố cùng nhau

c) Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho  $7n+13$  và  $2n+4$  là số nguyên tố cùng nhau

Vì  $7n+13$  và  $2n+4$  nguyên tố cùng nhau

nên ta gọi  $d = UCLN(7n+13, 2n+4)$

$$\Rightarrow 7n+13:d \quad \text{và} \quad 2n+4:d$$

$$\text{Có } 7n+13:d \Rightarrow 2.(7n+13):d \Rightarrow 14n+26:d$$

$$2n+4:d \Rightarrow 7.(2n+4):d \Rightarrow 14n+28:d$$

$$\text{Suy ra } (14n+28)-(14n+26):d \Rightarrow 2:d \Rightarrow d \in \{1;2\}$$

Nếu  $d=1$  thì  $7n+13$  và  $2n+4$  là nguyên tố cùng nhau

Nếu  $d=2 \Rightarrow 7n+13:2 \Rightarrow 7.(n+1)+6:2$  Vì  $6:2$  nên  $7.(n+1):2$  mà

$$(7,2)=1 \Rightarrow n+1:2$$

$$\text{Để } n+1:2 \text{ thì } n=2k+1$$

Vậy để  $7n+13$  và  $2n+4$  là số nguyên tố cùng nhau thì  $n \neq 2k+1$

e) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên khác 0 thì  $3n+1$  và  $4n+1$  là hai số nguyên tố cùng nhau.

Gọi  $d$  là UCLN của  $3n+1$  và  $4n+1$

$$\text{Có } 3n+1:d \text{ thì } 12n+4:d$$

$$\text{Có } 4n+1:d \text{ thì } 12n+3:d$$

$$\text{Suy ra } (12n+4)-(12n+3):d \text{ hay } 1:d. \text{ Vậy } d=1$$

Vậy  $3n+1$  và  $4n+1$  là hai số nguyên tố cùng nhau.

f) Gọi  $(a+b, ab) = d$ , ta có  $ab:d$  và  $(a+b):d$

Nếu  $a:d$  thì từ  $a+b:d$  suy ra  $b:d$  vậy  $d$  là ƯC của  $a$  và  $b$  mà  $(a,b)=1$  nên  $d=1$

Nếu  $b:d$  thì từ  $a+b:d$  suy ra  $a:d$  vậy  $d$  là ƯC của  $a$  và  $b$  mà  $(a,b)=1$  nên  $d=1$

### Bài 12.

a) Một đội sinh viên tình nguyện có 54 nữ và 36 nam. Có thể chia đội nhiều nhất thành mấy tổ để được số nam và nữ chia đều cho các tổ.



Gọi số tổ có thể chia được là  $x$  ( $x > 1$ )

Vì số nam và nữ được chia đều vào các tổ nên  $54 : x$  và  $36 : x$

Hay  $x \in UC(54, 36)$  mà số tổ là nhiều nhất nên  $x = UCLN(54, 36) = 18$

Vậy có thể chia đội nhiều nhất thành 18 tổ để số nam và số nữ chia đều vào các tổ

b) Gọi số đĩa là  $x$  ( $x > 1$ )

Vì các đĩa đựng đủ các loại quả nên  $24 : x; 36 : x; 160 : x$

Hay  $x \in UC(24, 36, 160)$

Có  $UCLN(24, 36, 160) = 2^2 = 4$

Nên  $x \in U(4) = \{1; 2; 4\}$

Nếu chia thành 2 đĩa thì mỗi đĩa sẽ có  $24 : 2 = 12$  quả cam;  $36 : 2 = 18$  quả quýt và  $160 : 2 = 80$  quả nhãn.

Nếu chia thành 4 đĩa thì mỗi đĩa sẽ có  $24 : 4 = 6$  quả cam;  $36 : 4 = 9$  quả quýt và  $160 : 4 = 40$  quả nhãn.

c) Gọi số tổ là  $x$  ( $x > 1$ )

Vì số nam và số nữ chia đều vào các tổ nên  $24 : x; 28 : x$

Hay  $x \in UC(24, 28)$

Có  $UCLN(24, 28) = 2^2 = 4$

Nên  $x \in U(4) = \{1; 2; 4\}$

Có hai cách để chia đều số học sinh là chia thành 2 tổ và 4 tổ

Nếu chia thành 2 tổ thì mỗi tổ sẽ có  $28 : 2 = 14$  nam và  $24 : 2 = 12$  nữ

Chia thành 4 tổ thì mỗi tổ sẽ có  $28 : 4 = 7$  nam và  $24 : 4 = 6$  nữ

Vậy chia thành 4 tổ thì mỗi tổ sẽ có ít học sinh nhất.

d) Gọi khoảng cách giữa hai cây liên tiếp là  $a$

Ta có  $105 : a$  và  $60 : a$  hay  $a \in UC(105, 60)$

Mà  $a$  lớn nhất nên  $a = UCLN(105, 60) = 15$

Vậy khoảng cách lớn nhất giữa hai cây liên tiếp là 15 m.

Chu vi khu vườn là  $(105 + 60) \cdot 2 = 330$  (m)

Tổng số cây trồng được là  $330 : 15 = 22$  cây.

## 134 | PHẦN ĐÁP ÁN

e) Gọi  $x$  là số phần (tập và bút chì) mỗi người mua thì  $x \in U(91) = \{1; 7; 13; 91\}$ .

Số học sinh phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 91 (vì không có lớp nào nhiều đến 91 em).

Nếu nhóm có 13 học sinh thì mỗi gói hàng giá  $91:13=7$ .

Không chọn được kết quả này ( $5+3 > 7$ ).

Nếu nhóm có 7 học sinh thì mỗi gói hàng giá  $91:7=13$ .

Theo giá bán tập và bút thì có mỗi gói hàng gồm 2 tập và 1 bút. ( $2.5+3=13$ )

Vậy nhóm có 7 em.

f) Gọi  $a$  (cm) là độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông. Theo đề bài thì  $a = \text{ƯCLN}(60,90)$

Vậy  $a = 30$  cm

g) Gọi  $a$  (tổ) là số tổ nhiều nhất có thể chia. Ta có  $a = \text{ƯCLN}(24,108)$

Vậy  $a = 12$  tổ

h) Gọi  $a$  (m) là độ dài lớn nhất của cạnh ô vuông. Ta có  $a = \text{ƯCLN}(112,40)$

Suy ra  $a = 8$  m

Ta có  $112:8=14$  và  $40:8=5$

Vậy với cách chia chiều dài thành 14 phần và chiều rộng thành 5 phần thì ta chia được

$14.5=70$  ô vuông bằng nhau và cạnh mỗi ô vuông là lớn nhất bằng 8m

i) Gọi  $a$  (đĩa) là số đĩa nhiều nhất phải có. Ta có  $a = \text{ƯCLN}(840,560,2352)$

Suy  $a = 56$

Mỗi đĩa có số bánh là  $840:56=15$  (cái)

Số kẹo là  $2352:56=42$  (cái)

Số quýt là  $560:56=10$  (quả)

k) Gọi  $a$  (hàng) là số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được. Ta có  $a = \text{ƯCN}(45,42,48)$

Suy ra  $a = 3$

Vậy số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được là 3 hàng.

### Bài 13.

a) Ta có  $264:n$  dư 24 nên  $(264-24):n$  hay  $240:n$  suy ra  $n \in U(240); n > 24$

$363:n$  dư 43 nên  $(363-43):n$  hay  $320:n$  Suy ra  $n \in U(320); n > 43$

Suy ra  $n \in U(240,320)$

Có  $240 = 2^4.3.5$ ;  $320 = 2^6.5$   $\text{ƯCLN}(240,320) = 2^4.5 = 80$

Mà  $n > 43$  thì  $n = 80$ .

Tương tự câu a ta có b)  $n = 72$       c)  $n = 42$

**Bài 14.**

a) Giả sử  $(n; n+1) = d$  thì  $\begin{cases} n:d \\ n+1:d \end{cases}$ . Suy ra  $1:d$  hay  $d = 1$

Vậy  $n; n+1$  là hai số nguyên tố cùng nhau

b) Giả sử  $(2n+1; 2n+3) = d$  thì  $\begin{cases} 2n+1:d \\ 2n+3:d \end{cases}$ . Suy ra  $2:d$ . Mà  $d$  là số lẻ vì  $2n+1; 2n+3$

là hai số lẻ thì  $d = 1$ . Vậy  $2n+1; 2n+3$  là hai số nguyên tố cùng nhau

c) Giả sử  $(2n+3; 4n+8) = d$  thì  $\begin{cases} 2n+3:d \\ 4n+8:d \end{cases}$  hay  $\begin{cases} 4n+6:d \\ 4n+8:d \end{cases}$ . Suy ra  $2:d$ . Mà  $d$  là số lẻ

vì  $2n+3$  là số lẻ thì  $d = 1$

Vậy  $2n+3; 4n+8$  là hai số nguyên tố cùng nhau

d) Giả sử  $(3n+2; 5n+3) = d$  thì  $\begin{cases} 3n+2:d \\ 5n+3:d \end{cases}$  hay  $\begin{cases} 15n+10:d \\ 15n+9:d \end{cases}$ . Suy ra  $1:d$  hay  $d = 1$

Vậy  $3n+2; 5n+3$  là hai số nguyên tố cùng nhau

e) Giả sử  $(7n+8; 6n+7) = d$  thì  $\begin{cases} 7n+8:d \\ 6n+7:d \end{cases}$  hay  $\begin{cases} 42n+48:d \\ 42n+49:d \end{cases}$ . Suy ra  $1:d$  hay  $d = 1$

Vậy  $7n+8; 6n+7$  là hai số nguyên tố cùng nhau

**Bài 15.**

a) Vì  $a$  và  $b$  là các số nguyên tố cùng nhau nên  $(a; b) = 1$

Giả sử  $(a; a+b) = d \Rightarrow \begin{cases} a:d \\ a+b:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a:d \\ b:d \end{cases} \Rightarrow d = 1$ . Vậy:  $(a; a+b) = 1$

b) Giả sử  $(ab; a+b) = d \Rightarrow \begin{cases} ab:d \\ a+b:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a:d \\ b:d \end{cases} \Rightarrow d = 1$ . Vậy:  $(ab; a+b) = 1$

**Bài 16.** Giả sử  $\begin{cases} k:7n+10 \\ k:5n+7 \end{cases}$ . Gọi  $d$  là ước chung của  $7n+10$  và  $5n+7$

Có  $\begin{cases} 7n+10:d \\ 5n+7:d \end{cases}$  thì  $\begin{cases} 35n+50:d \\ 35n+49:d \end{cases}$  Suy ra  $1:d$  hay  $d = 1$

## 136 | PHẦN ĐÁP ÁN

Khi đó  $k:(7n+10).(5n+7)$  hay  $k:35n^2 + 99n + 70$ .

### Bài 17.

a) Vì  $18n+3=14n+4n+3=14n+7+4(n-1)$ . Mà  $(14n+7):7$  và  $(4;7)=1$

Để  $18n+3:7$  thì  $n-1:7$  hay  $n=7k+1(k \in N)$

Vậy  $n$  là số tự nhiên chia 7 dư 1.

b) Vì  $4n-5=4n+8-13=4(n+2)-13$ . Mà  $13:13$  và  $(4;13)=1$

Để  $(4n-5):13$  thì  $(n+2):13$  hay  $n=13k+11(k \in N)$

Vậy  $n$  là số tự nhiên chia 13 dư 11.

c) Vì  $5n+1=5n+15-14=5(n+3)-14$ . Mà  $14:7$  và  $(3;7)=1$

Để  $(5n+1):7$  thì  $n+3:7$  hay  $n=7k+4(k \in N)$

Vậy  $n$  là số tự nhiên chia 7 dư 4.

d) Vì  $25n+3=25n-50+53=25(n-2)+53$ . Mà  $53:53$  và  $(53;25)=1$

Để  $25n+3:53$  thì  $n-2:53$  hay  $n=53k+2(k \in N)$

Vậy  $n$  là số tự nhiên chia 53 dư 2.

---

## BÀI 12. BỘI CHUNG. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

### VD 1.1.

- a) Số 124 có là bội chung của 31; 62 và 4 vì 124 chia hết cho 3 số đó
- b) Số 99 không là bội chung của 33 và 30 vì 99 không chia hết cho 30

VD 1.2. Điền kí hiệu  $\in$  hoặc  $\notin$  vào ô trống cho đúng:

- a)  $36 \notin BC(6;21)$
- b)  $42 \in BC(6;21);$
- b)  $30 \notin BC(5;12;15)$
- d)  $60 \in BC(5;12;15).$

### VD 2.1.

a)  $A = BC(4,3)$  với  $x \in A$  thì  $12 < x \leq 60$

Vậy:  $x \in \{24; 36; 48; 60\}$

b)  $x \in BC(12, 18)$  và  $x < 200$

Ta có:

$$B(12) = \{0; 12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108; 120; 132; 144; 156; 168; 180; 192\}$$

$$B(18) = \{0; 18; 36; 54; 72; 90; 108; 126; 144; 162; 180; 198\}$$

Vậy:  $BC(12, 18) = \{0; 36; 72; 144; 180\}$

c)  $x \in BC(12, 3)$  và  $20 < x < 100$

$$BC(12, 3) = B(12) \cap B(3) = \{24; 36; 48; 60; 72; 84; 96\}$$

d)  $x \in BC(10; 15)$  và  $x < 200$

$$B(10) = \{0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190\}$$

$$B(15) = \{0; 15; 30; 45; 60; 75; 90; 105; 120; 135; 150; 165; 180; 195\}$$

$$BC(10, 5) = B(10) \cap B(15) = \{0; 30; 60; 90; 120; 150; 180\}$$

e)  $x \in BC(3, 4, 5)$  và  $x < 500$

$$x \in B(60) = \{0; 60; 120; 180; 240; 300; 360; 420; 480\}$$

f)  $F = BC(4, 5, 6)$  và  $100 < F < 500$

$$x \in B(60) = \{120; 180; 240; 300; 360; 420; 480\}$$

**VD 2.2.**

a) Ta có  $30 = 2.3.5$ ;  $45 = 3^2.5$

$$BCNN(30, 45) = 2.3^2.5 = 90$$

Suy ra:  $x \in BC(30, 45) = B(90) = \{0, 90, 180, 270, 360, 450, 540, \dots\}$

Mà  $x < 500 \Rightarrow x \in \{0, 90, 180, 270, 360, 450\}$

b) Ta có  $34 = 2.17$ ;  $85 = 5.17$

$$BCNN(34, 85) = 2.5.17 = 170$$

Suy ra:  $x \in BC(34, 85) = B(170) = \{0, 170, 340, 510, 680, 850, 1020, \dots\}$

Mà  $500 < x < 1000 \Rightarrow x \in \{510; 680, 850\}$

### 138 | PHẦN ĐÁP ÁN

c) Ta có  $12 = 2^2 \cdot 3$ ;  $21 = 3 \cdot 7$ ;  $28 = 2^2 \cdot 7$

$$BCNN(12, 21, 28) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

Suy ra:  $x \in BC(12, 21, 28) = B(84) = \{0, 84, 168, 252, 336, \dots\}$

Mà  $150 < x < 300 \Rightarrow x \in \{168, 252\}$

d) Ta có  $65 = 5 \cdot 13$ ;  $45 = 3^2 \cdot 5$ ;  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

$$BCNN(65, 45, 105) = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 = 4095$$

Suy ra:  $x \in BC(65, 45, 105) = B(4095) = \{0, 4095, 8190, 12285, \dots\}$

Mà  $x$  có bốn chữ số  $\Rightarrow x \in \{4095, 8190\}$

e) Vì  $x:39$ ,  $x:65$ ,  $x:91$  nên  $x \in BC(39, 65, 91)$

Ta có  $39 = 3 \cdot 13$ ;  $65 = 5 \cdot 13$ ;  $91 = 7 \cdot 13$

$$BCNN(39, 65, 91) = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 = 1365$$

Suy ra  $x \in BCNN(39, 65, 91) = B(1365) = \{0, 1365, 2730, \dots\}$

Mà  $400 < x < 2600 \Rightarrow x = 1365$

#### VD 3.1.

a) Ta có  $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ ;  $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$

$$BCNN(60; 280) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

b) Ta có:  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ ;  $108 = 2^2 \cdot 3^3$

$$BCNN(84; 108) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 756$$

c) Ta có:  $13 = 13$ ;  $15 = 3 \cdot 5$

$$BCNN(13; 15) = 13 \cdot 3 \cdot 5 = 195.$$

d) Ta có;  $10 = 2 \cdot 5$ ;  $12 = 2^2 \cdot 3$ ;  $15 = 3 \cdot 5$

$$BCNN(10; 12; 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

e) Ta có:  $8 = 2^3$ ;  $9 = 3^2$ ;  $11 = 11$

$$BCNN(8; 9; 11) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 = 792$$

f) Ta có:  $24 = 3 \cdot 2^3$ ;  $40 = 2^3 \cdot 5$ ;  $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

$$BCNN(24; 40; 168) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840.$$

#### VD 3.2

a)

a	14	120	15	30
b	5	30	21	30
$ƯCLN(a, b)$	1	30	3	30
$BCNN(a, b)$	70	120	105	30
$ƯCLN(a,b).BCNN(a,b)$	70	360	315	900
ab	70	360	315	900

b)  $ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = ab$ .

**VD 4.1.** Vì  $a:15$  và  $a:18$  nên  $a \in BC(15,18)$

Mà a nhỏ nhất. Suy ra  $a = BCNN(15,18)$

Ta có:  $15 = 3.5$ ;  $18 = 2.3^2$

$a = BCNN(15,18) = 2.3^2.5 = 90$

Vậy  $a = 90$ .

**VD 4.2.** Gọi số phải tìm là  $a$ ,  $a \in \mathbb{N}$

Vì a chia cho 3, 4, 5 được số dư lần lượt là 1, 2, 3 nên  $(a+2)$  chia hết cho 3,4,5.

Suy ra  $(a+2) \in BC(3,4,5)$

Mà a là số tự nhiên nhỏ nhất

Suy ra  $(a+2) = BCNN(3,4,5) = 3.4.5 = 60 \Rightarrow a+2 = 60 \Rightarrow a = 58$ .

Vậy số phải tìm là 58.

**VD 4.3.** Gọi số phải tìm là  $a$ ,  $a \in \mathbb{N}$

Vì a chia cho 8,12,15 được số dư lần lượt là 6,10,13 nên  $(a+2)$  chia hết cho 8,12,15.

Suy ra  $(a+2) \in BC(8,12,15)$

Ta có :  $8 = 2^3$ ;  $12 = 2^2.3$ ;  $15 = 3.5$

Suy ra:  $BCNN(8,12,15) = 2^3.3.5 = 120$

Suy ra  $a+2 \in BC(8,12,15) = B(120)$

Do đó  $a+2 = 120k \Rightarrow a = 120k - 2$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ )

Lần lượt cho  $k=1,2,3,\dots$  đến  $k=5$  thì được  $a = 598:23$

Vậy số phải tìm là 598.

**VD 4.4.**

a) Ta có:  $x:15$ ,  $x:35$ ,  $x:42$  và  $250 < x < 850$ .

## 140 | PHẦN ĐÁP ÁN

Suy ra  $x \in BC(15;35;42)$

Có:  $15 = 3.5$ ;  $35 = 5.7$ ;  $42 = 2.3.7$

$BCNN(15; 35; 42) = 2.3.5.7 = 210$ . Mà  $x \in BC(15;35;42)$  và  $250 < x < 850$ .

Vậy:  $x \in \{420; 630; 840\}$ .

b) Ta có:  $x$  là số nhỏ nhất khác 0 thỏa mãn  $x:15$  và  $x:115$

Suy ra  $x \in BCNN(15;115)$

Có  $15 = 3.5$                        $115 = 23.5$

$BCNN(15;115) = 3.23.5 = 345$

Vậy:  $x = 345$

c) Có  $(x-1):52$ ,  $(x-1):35$  và  $1000 < x < 2000$ .

Suy ra  $x-1 \in BC(52;35)$

Có  $BCNN(52;35) = 1820$

Mà  $1000 < x < 2000$  nên  $x-1 = 1820$

Vậy  $x = 1821$ .

**VD 5.1.** Gọi  $a$  là số học sinh của trường ( $a \in \mathbb{N}, 900 < a < 1000$ )

Vì khi xếp hàng 3 hàng 4, hàng 5 vừa đủ nên  $a:3, a:4, a:5$

Suy ra:  $a \in BC(3;4;5)$

$BC(3,4,5) = \{0; 60; 120; 180; 240; 300; \dots; 900; 960; 1020; \dots\}$

Mà  $900 < a < 1000$  nên  $a = 960$

Vậy số học sinh của trường là 960 học sinh.

**VD 5.2.** Gọi số học sinh là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}, x < 400$ )

Vì xếp hàng 4, hàng 5, hàng 6 thì dư 1 học sinh nên  $(x-1):4, (x-1):5, (x-1):6$

Suy ra:  $x-1 \in BC(4;5;6)$

Ta có:  $BCNN(4.5.6) = 2.2.5.3 = 60$

$BC(4,5,6) = BC(60) = \{0; 60; 120; 180; 240; 300; 360; 420; \dots\}$

Mà số học sinh chưa đến 400 nên  $x < 400$  và Vì  $x:7$  nên  $x = 301$  thỏa mãn.

Vậy số học sinh khối 7 là 301 học sinh.



**VD 5.3.** Gọi số học sinh lớp 6A là  $a$  (học sinh) với  $a \in \mathbb{N}; 35 \leq a \leq 60$ .

Vì xếp hàng 2, hàng 3, hàng 4 hoặc hàng 8 đều vừa đủ nên:  $a:2, a:3, a:4, a:8$  hay  $a \in BC(2,3,4,8)$

Ta có  $BCNN(2,3,4,8) = 24$

Suy ra  $a \in BC(2,3,4,8) = B(24) = \{0, 24, 48, 72, \dots\}$

Mà  $35 \leq a \leq 60 \Rightarrow a = 48(TM)$

Vậy số học sinh lớp 6A là 48 học sinh.

**VD 5.4.** Gọi số ngày ít nhất để hai bạn lại cùng làm là  $a$  (ngày)  $a \in \mathbb{N}$ .

Theo đầu bài ta có :  $a:10; a:12$  thì  $a \in BC(10,12)$

Vì  $a$  là ít nhất nên  $a = BCNN(10,12) = 2^2.3.5 = 60$

Vậy sau ít nhất 60 ngày thì hai bạn lại dọn phòng cùng nhau.

**VD 5.5.** Gọi số giờ tiếp theo để hai xe cùng rời bến là  $a$  (phút)

Theo đầu bài ta có :  $a:10; a:12$  thì  $a \in BC(10,12)$

Vì  $a$  là ít nhất nên  $a = BCNN(10,12) = 2^2.3.5 = 60 = 1h$

Vậy lúc  $6+1 = 7h$  thì hai xe lại cùng rời bến.

## II. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

### Bài 1.

a)  $60 = 2^2.3.5$

$225 = 3^2.5^2$

$BCNN(60;225) = 2^2.3^2.5^2 = 900$

b)  $18 = 2.3^2$

$75 = 3.5^2$

$BCNN(18;75) = 2.3^2.5^2 = 450$

c)  $45 = 3^2.5$

$105 = 3.5.7$

$BCNN(45;105) = 3^2.5.7 = 315$

d) 100 và 147

$BCNN(100;147) = 100.147 = 14700$

## 142 | PHẦN ĐÁP ÁN

### Bài 2.

a)  $BCNN(20;30;80) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

b)  $BCNN(25;40;120) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$

c)  $BCNN(30;48;150) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 = 1200$

d)  $BCNN(36;78;256) = 89856$

### Bài 3.

a) Ta có  $BCNN(a; b) \cdot UCLN(a; b) = a \cdot b = 12 \cdot 336 = 4032$

Vì  $UCLN(a; b) = 12$ . Đặt  $a = 12x$ ;  $b = 12y$  với  $UCLN(x; y) = 1$  và  $x > y$

Ta có  $a \cdot b = 12x \cdot 12y = 4032$

Suy ra:  $x \cdot y = 28$

Các cặp nguyên tố cùng nhau có tích bằng 28 là (28; 1) và (7; 4)

Khi  $x = 28$ ;  $y = 1$  thì  $a = 336$ ;  $b = 12$

Khi  $x = 7$ ;  $y = 4$  thì  $a = 84$ ;  $b = 48$

Vậy hai số cần tìm là 336;12 hoặc 84;48

b) Gọi  $d$  là  $UCLN(a; b)$

Ta có  $a = d \cdot m$ ;  $b = d \cdot n$  với  $(m; n) = 1$

$$\text{Ta có } BCNN(a;b) = \frac{a \cdot b}{UCLN(a;b)} = \frac{d \cdot m \cdot d \cdot n}{d} = m \cdot n \cdot d$$

Do  $BCNN(a; b) + UCLN(a; b) = 19$

$$m \cdot n \cdot d + d = 19$$

$$d \cdot (m \cdot n + 1) = 19$$

Do  $m \cdot n + 1 > 1$  và  $19 = 19 \cdot 1$

Thì  $m \cdot n + 1 = 19$  và  $d = 1$

$$m \cdot n = 18 \text{ và } d = 1$$

m	1	2	18	9
n	18	9	1	2
a	1	2	18	9
b	18	9	1	2

Vậy  $a = 1$  thì  $b = 18$

$$a = 2 \text{ thì } b = 9$$

$$a = 18 \text{ thì } b = 1$$

$$a = 9 \text{ thì } b = 2$$

**Bài 4.** Ta có  $a.b = \text{ƯCLN}(a,b) \cdot \text{BCNN}(a, b)$

$$\text{Nên } \text{ƯCLN}(a, b) = 2940 : 210 = 14$$

$$\text{Vậy } a = 14m; b = 14n \text{ (} m > n \text{)}$$

$$\text{Ta có } a \cdot b = 2940$$

$$14m \cdot 14n = 2940$$

$$m \cdot n = 15$$

$$\text{Vì } m > n \text{ nên } 15 = 5.3 = 15.1$$

$$\text{Với } m = 5; n = 3 \text{ thì } a = 70; b = 42$$

$$\text{Với } m = 15; n = 1 \text{ thì } a = 210; b = 14$$

**Bài 5.** Gọi số tự nhiên cần tìm là  $a$  ( $a < 400$ )

Vì  $a$  chia cho 4; 5; 6 đều dư 1 và  $a$  chia hết cho 7

$(a - 1)$  chia hết cho 4; 5; 6 và  $a$  chia hết cho 7

$$\text{Ta có } 4 = 2^2; 5 = 5; 6 = 2.3$$

$$\text{BCNN}(4; 5; 6) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$$

$$\text{BC}(4; 5; 6) = \text{B}(60) = \{0; 60; 120; 180; 240; 300; 360\} \text{ (Vì } a < 400 \text{ nên } \text{B}(60) < 400)$$

Ta có bảng sau:

$a - 1$	0	60	120	180	240	300	360
$a$	1	61	121	181	241	301	361

Vì  $a$  chia hết cho 7 nên  $a = 301$

Vậy số cần tìm là 301

**Bài 6.** Gọi số tự nhiên cần tìm là  $a$

Ta có  $a$  chia 11 dư 5 nên  $a + 6$  chia hết cho 11

$$a + 6 + 77 \text{ chia hết cho } 11 \Rightarrow a + 83 \text{ chia hết cho } 11$$

Ta có  $a$  chia 13 dư 8 nên  $a + 5$  chia hết cho 13

$$a + 5 + 78 \text{ chia hết cho } 13 \Rightarrow a + 83 \text{ chia hết cho } 13$$

$a + 83$  chia hết cho 11 và 13

$$\text{BCNN}(11; 13) = 143$$

$$\text{BC}(143) = \{0; 143; 286; \dots\}$$

$$a + 83 = 286$$

$$a = 203$$

## 144 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vậy số cần tìm là 203

**Bài 7.** Gọi số tự nhiên cần tìm là  $a$

Ta có  $a$  chia cho 9 dư 5 nên  $a - 3$  chia hết cho 5

$2a - 6$  chia hết cho 5 hay  $2a - 1$  chia hết cho 5

Ta có  $a$  chia cho 7 dư 4 nên  $a - 4$  chia hết cho 7

$2a - 8$  chia hết cho 7 hay  $2a - 1$  chia hết cho 7

Ta có  $a$  chia cho 9 dư 5 nên  $a - 5$  chia hết cho 9

$2a - 10$  chia hết cho 9 hay  $2a - 1$  chia hết cho 9

$2a - 1$  chia hết cho 5; 7; 9

Mà  $a$  là số tự nhiên nhỏ nhất nên  $2a - 1 = \text{BCNN}(5; 7; 9) = 315$

$a = 158$

Vậy số cần tìm là 158

**Bài 8.** Có :  $x:15 ; x:35 ; x:42$  và  $250 < x < 850$

$x \in \text{BC}(15; 35; 42)$  và  $250 < x < 850$

Ta có  $\text{BCNN}(15; 35; 42) = 210$

$x \in \{0; 210; 420; 630; 840; 1050; \dots\}$

Vì và  $250 < x < 850$  nên  $x \in \{420; 630; 840\}$

**Bài 9.**

a) Gọi sau  $a$  ngày thì cả 3 bạn cùng trực một lần

Theo đề bài ta có  $a$  chia hết cho 6; 7; 4

$\text{BCNN}(6; 7; 4) = 84$

Vậy sau 84 ngày thì ba bạn lại cùng trực.

Khi đó, Mai trực nhật 14 lần, An trực được 12 lần và Bình trực được 21 lần

b) Gọi số đội viên của liên đội là  $a$  ( $160 < a < 190$ )

Khi xếp hàng 3, 4, 5 đều thừa 2 người nên  $a - 2 \in \text{BC}(3; 4; 5)$  và  $158 < a - 2 < 188$

$\text{BCNN}(3; 4; 5) = 60$

$\text{BC}(3; 4; 5) = \text{B}(60) = \{0; 60; 120; 180; 240; \dots\}$

Mà  $a - 2 \in \text{BC}(3; 4; 5)$  và  $158 < a - 2 < 188$

Nên  $a - 2 = 180 \Rightarrow a = 182$

Vậy số đội viên của liên đội là 182 đội viên

c) Gọi số ngày ít nhất để hai bạn lại cùng dọn phòng là  $a$  (ngày),  $a \in \mathbb{N}^*$

Theo đầu bài ta có :  $a:6$ ;  $a:4$  nên  $a \in BC(4,6)$

Mà  $a$  là ít nhất nên  $a = BCNN(4,6) = 12$  (tmdk)

Vậy sau ít nhất 12 ngày thì hai bạn lại dọn phòng cùng nhau.

d) Gọi số học sinh khối 6 là  $a$ , với  $a \in \mathbb{N}; 200 \leq a \leq 300$

Vì nếu xếp hàng 4, hàng 5 hoặc hàng 7 đều dư 1 em nên suy ra:

$$\left. \begin{array}{l} a-1:4 \\ a-1:5 \\ a-1:7 \end{array} \right\} \Rightarrow a-1 \in BC(4,5,7)$$

Ta có:  $BCNN(4,5,7) = 4.5.7 = 140$

Suy ra:  $a-1 \in BC(4,5,7) = B(140) = \{0, 140, 280, 420, \dots\}$

Mà  $200 \leq a \leq 300 \Rightarrow 199 \leq a-1 \leq 299 \Rightarrow a-1 = 280 \Rightarrow a = 281$  (tmdk)

Vậy số học sinh khối 6 là 281 học sinh.

e) Gọi số sách là  $a$  với  $a \in \mathbb{N}; 200 \leq a \leq 300$

Vì khi xếp thành từng bó 12 cuốn hay 21 cuốn đều vừa đủ bó nên suy ra:

$$a:12, a:21 \Rightarrow a \in BC(12,21)$$

Ta có:  $BCNN(12,21) = 84$

Suy ra  $a \in BC(12,21) = B(84) = \{0, 84, 168, 252, 336, \dots\}$

Mà  $200 \leq a \leq 300 \Rightarrow a = 252$  (tmdk).

Vậy số sách là 252 cuốn.

f) Gọi số học sinh lớp 6B là  $a$  (học sinh) với  $a \in \mathbb{N}; 40 \leq a \leq 50$ .

Vì xếp hàng 3 hoặc hàng 5 đến dư 2 em nên suy ra

$$a-2:3, a-2:5 \Rightarrow a-2 \in BC(3,5)$$

Ta có  $BCNN(3,5) = 15$

Suy ra:  $a-2 \in BC(3,5) = B(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, \dots\}$

Mà  $40 \leq a \leq 50 \Rightarrow 38 \leq a-2 \leq 48 \Rightarrow a-2 = 45 \Rightarrow a = 47$  (tmdk)

Vậy số học sinh lớp 6B là 47 học sinh.

**Bài 10.** Gọi số cần tìm là  $a$ , ta có :  $(a-1):2, 3, 4, 5, 6$  và  $a:7$

Suy ra :  $a \in BC(2;3;4;5;6)$

Ta có :  $(a-1) \in \{0;60;120;180;240;300;\dots\}$

$a \in \{1;61;121;181;241;301;\dots\}$

## 146 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vì  $a:7$  và  $a$  bé nhất  $\Rightarrow a=301$

Vậy số cần tìm là 301

### Bài 11.

a) Tìm  $a, b$  biết  $a + b = 42$  và  $[a, b] = 72$

Ta có:  $72 = 2^3 \cdot 3^2 \Rightarrow$  Trong hai số có ít nhất 1 số chia hết cho 2

Giả sử  $a:2 \Rightarrow b = (42 - a):2$  (1)

Lập luận tương tự, ta có  $a:3; b:3$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow a:6; b:6$

Ta có:  $42 = 6 + 36 = 12 + 30 = 18 + 24$

Trong các cặp trên chỉ có duy nhất  $(a, b) \in \{(18; 24), (24; 18)\}$  thỏa mãn đề bài.

b) Tìm  $a, b$  biết  $a - b = 7$ ,  $[a, b] = 140$

Gọi ƯCLN  $(a; b) = d$ , khi đó:  $a = dm, b = dn; (m, n) = 1, m > n$

Ta có:  $a - b = 7 \Rightarrow d \cdot (m - n) = 7 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 7 \end{cases}$

TH1:  $d = 1 \Rightarrow m - n = 7 \Rightarrow a = m, b = n \Rightarrow BCNN(a, b) = m \cdot n = 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Ta có:  $140 = 4 \cdot 35 = 20 \cdot 7 = 140 \cdot 1$  ( $m$  hoặc  $n$  là số chẵn do  $a - b = 7$ )

$\Rightarrow$  Không có số nào thỏa mãn.

TH2:  $d = 7 \Rightarrow m - n = 1 \Rightarrow a = 7m, b = 7n \Rightarrow BCNN(a, b) = 7 \cdot m \cdot n = 140$

$\Rightarrow m \cdot n = 20 \Rightarrow m = 5, n = 4 \Rightarrow a = 35, b = 28$

c) Tìm hai số nguyên dương  $a, b$  biết  $ab = 180$ ,  $[a, b] = 60$ .

Ta có:  $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b] \Rightarrow (a, b) = 180 : 60 = 3$

$\Rightarrow a = 3m, b = 3n, (m, n) = 1$

$\Rightarrow [a, b] = 3m \cdot n = 60 \Rightarrow m \cdot n = 20 \Rightarrow (m; n) \in \{(4; 5), (5; 4)\}$

Vậy  $(a; b) \in \{(12; 15), (15; 12)\}$ .

### Bài 12. Chứng tỏ rằng:

a) Giá trị của biểu thức  $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^8$  là bội của 30.

b) Giá trị của biểu thức  $B = 3 + 3^3 + 3^5 + 3^7 + \dots + 3^{29}$  là bội của 273

**Bài 13.** Đặt  $(x; y) = d$  nên  $x = d.m; y = d.n$  với  $(m;n) = 1$ . Giả sử  $x \leq y$  thì  $m \leq n$ .

Ta có:  $x.y = dm.dn = d^2.mn$

$$BCNN(x; y) = \frac{xy}{(x; y)} = \frac{d^2.m.n}{d} = d.m.n$$

Ta có:  $BCNN(x; y) = 10$  và  $x.y = 20$  nên  $d = \frac{xy}{BCNN(x; y)} = \frac{20}{10} = 2$

$2.m.n = 10$  nên  $m.n = 5$

Bảng giá trị

m	n	x	y
1	5	2	10

Vậy: hai số cần tìm là 2 và 10.

**Bài 14.** Đặt  $(x; y) = d$  nên  $x = d.m; y = d.n$  với  $(m;n) = 1$ . Giả sử  $x \leq y$  thì  $m \leq n$ .

Ta có:  $x.y = dm.dn = d^2.mn$

$$BCNN(x; y) = \frac{xy}{(x; y)} = \frac{d^2.m.n}{d} = d.m.n$$

$$BCNN(x; y) + UCLN(x; y) = d.m.n + d = d(mn + 1) = 19$$

Bảng giá trị

d	mn+1	mn	m	n	x	y
1	19	18	1	18	1	18
			2	9	2	9

Vậy hai số cần tìm là 1 và 18 hoặc 2 và 9.

**Bài 15.**

a) Gọi số phải tìm là  $a, a \in \mathbb{N}^*$

Vì  $a$  chia cho 6, 7, 9 được số dư lần lượt là 2, 3, 5 nên  $(a+4)$  chia hết cho 6, 7, 9.

Suy ra  $(a+4) \in BC(6, 7, 9)$

Mà  $a$  là số tự nhiên nhỏ nhất

$$\text{Suy ra } (a+4) = BCNN(6, 7, 9) = 3^2 \cdot 2 \cdot 7 = 126 \Rightarrow a+4 = 126 \Rightarrow a = 122.$$

Vậy số phải tìm là 126

b) Gọi số phải tìm là  $a, a \in \mathbb{N}^*$

Vì  $a$  chia cho 17, 25 được các số dư theo thứ tự là 8 và 16 nên  $(a+9)$  chia hết cho 7; 25.

## 148 | PHẦN ĐÁP ÁN

Suy ra  $(a+9) \in BC(17;25)$

Suy ra  $BCNN(17;25) = 425$  nên  $a+7 \in B(425)$ .

Mà  $a$  là số có ba chữ số thì  $a+7 \in \{425;850\}$  hay  $a \in \{418;843\}$

Vậy:  $a \in \{418;843\}$

**Bài 16.** Đặt  $\overline{517^{**}} = \overline{517ab}$

Vì  $\overline{517^{**}}$  chia hết cho cả ba số 6,7,9 nên  $\overline{517^{**}} \in BC(6,7,9)$

Ta có:  $BCNN(6,7,9) = 126$

Suy ra :  $\overline{517ab} : 126$

$51700 + \overline{ab} : 126$

$126.410 + 40 + \overline{ab} : 126$

$40 + \overline{ab} : 126$

$\overline{ab} = 126k - 40$

Với  $k = 1 \Rightarrow \overline{ab} = 86$

Với  $k \geq 2 \Rightarrow \overline{ab} \geq 212$  (loại)

Vậy số phải tìm là 51786.

**77\*)** Một bộ phận của máy có 2 bánh xe răng cưa khớp với nhau. Bánh thứ nhất có 18 răng, bánh thứ hai có 12 răng. Hỏi mỗi bánh xe phải quay bao nhiêu vòng để cho hai răng cưa đã khớp với nhau lần đầu sẽ khớp với nhau lần 2. Khi đó mỗi bánh đã quay được mấy vòng?

**78\*)** Tìm số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất sao cho khi chia  $n$  cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự 2; 3; 4.

**79\*)** Tìm số tự nhiên  $n$  lớn nhất có ba chữ số sao cho khi chia  $n$  cho 8 thì dư 7, chia  $n$  cho 31 thì dư 28.

**80\*)** Tìm số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất biết rằng khi chia  $n$  cho 8 thì dư 6, chia cho 12 thì dư 10, chia cho 15 thì dư là 13 và chia hết cho 23

**81\*)** Tìm số tự nhiên  $n$  lớn nhất có ba chữ số sao cho khi chia  $n$  cho 2; 3; 4; 5; 6 thì ta được số dư theo thứ tự là 1; 2; 3; 4; 5.

**82\*)** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5, cho 7, cho 9, có số dư theo thứ tự là 3; 4; 5.



**83\*)** Tìm số tự nhiên có ba chữ số sao cho chia số đó cho 17 ,cho 25 ta được các số dư theo thứ tự là 8 và 16.

**84\*)** Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500 sao cho chia số đó cho 15 , cho 35 ta được các số dư theo thứ tự là 8 và 13.

**85\*)** Trên đoạn đường dài 4800 m có các cột điện trồng cách nhau 60 m .Nay trồng lại cách nhau 80 m. Hỏi có bao nhiêu cột không phải trồng lại?

**86\*)** Cho  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3. CMR  $(a-1)(a+4):6$

**87\*)** CMR : Tích của 4 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 24 .

**88\*)** CMR : Tích của ba số tự nhiên chẵn liên tiếp chia hết cho 48.

**89 \* )** Tìm hai số  $a$  và  $b$  ( $a \geq b$ ) biết :

a)  $a+b=270$  và  $ƯCLN(a;b)=45$

b)  $a+b=128$  và  $ƯCLN(a;b)=16$

c)  $a+b=192$  và  $ƯCLN(a;b)=24$

d)  $a+b=72$  và  $ƯCLN(a;b)=9$

e)  $a.b=300$  và  $ƯCLN(a;b)=5$

f)  $a.b=720$  và  $ƯCLN(a;b)=6$

**90\*\*)** Tìm hai số biết rằng BCNN và ƯCLN của chúng có:

a) Tổng bằng 19.

b) Hiệu bằng 5.

c) Hiệu bằng 18.

**Bài 17.**  $BCNN(18;12)=36$ . Vậy bánh thứ nhất quay hai vòng, bánh thứ hai quay ba vòng thì hai răng cưa khớp với nhau lần hai.

**Bài 18.** Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} n-2:3 \\ n-3:5 \\ n-4:7 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 35(n-2):105 \\ 21(n-3):105 \\ 15(n-4):105 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 21(n-3)+15(n-4)-35(n-2):105$$

$$\Rightarrow n-53:105$$

## 150 | PHẦN ĐÁP ÁN

$n$  là số tự nhiên nhỏ nhất  $\Rightarrow n = 158$

Vậy  $n = 158$ .

**Bài 19.** Ta có:

$$\begin{cases} n = 8x + 7 \\ n = 31y + 28 \end{cases}, x, y \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 8x + 7 = 31y + 28$$

$$\Rightarrow 8x = 24y + 7y + 21$$

$$\Rightarrow 7y + 21 \vdots 8$$

Vì  $n$  là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số nên  $100 \leq 31y + 28 \leq 999 \Rightarrow 2 \leq y \leq 31$

$n$  là số tự nhiên lớn nhất nên  $y$  là số tự nhiên lớn nhất

$$\text{Do đó } y = 29 \Rightarrow n = 927$$

Vậy  $n = 927$ .

**Bài 20.** Ta có:

$$\begin{cases} n+2 \vdots 8 \\ n+2 \vdots 12 \\ n+2 \vdots 15 \\ n \vdots 23 \end{cases} \quad BCNN(8; 10; 13) = 520$$

$$(n+2) \in B(520); n \vdots 23 \text{ và } n \text{ là số tự nhiên nhỏ nhất} \Rightarrow n = 5198$$

Vậy  $n = 5198$ .

**Bài 21.** Ta có:

$$\begin{cases} n+1 \vdots 2 \\ n+1 \vdots 3 \\ n+1 \vdots 4 \Rightarrow (n+1) \in BC(2; 3; 4; 5; 6) \\ n+1 \vdots 5 \\ n+1 \vdots 6 \end{cases}$$

$$BCNN(2; 3; 4; 5; 6) = 60$$

$$(n+1) \in B(60) \text{ và } n \text{ là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số nên } n = 959$$

Vậy  $n = 959$ .

**Bài 22.** Ta có:

Gọi  $n$  là số tự nhiên cần tìm

Do  $n$  chia cho 5 dư 3 nên  $n$  có chữ số tận cùng là 3 hoặc 8.

Ta lại có:

$$\begin{cases} n = 7x + 4 \\ n = 9y + 5 \end{cases}, x, y \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 7x + 4 = 9y + 5$$

$$\Rightarrow 7x = 9y + 1$$

$$\Rightarrow 2y + 1 : 7$$

Với điều kiện  $n$  là số tự nhiên nhỏ nhất và có chữ số tận cùng là 3 hoặc 8.

$$+) y = 2 \Rightarrow n = 32 \text{ (ktm)}$$

$$+) y = 10 \Rightarrow n = 95 \text{ (ktm)}$$

$$+) y = 17 \Rightarrow n = 158 \text{ (tm)}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 158.

**Bài 23.** Ta có:

$$\begin{cases} n = 17x + 8 \\ n = 25y + 16 \end{cases}, x, y \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 17x + 8 = 25y + 16$$

$$\Rightarrow 17x = 25y + 8$$

$$\Rightarrow 8y + 8 : 17$$

Vì  $n$  là số tự nhiên có ba chữ số nên  $100 \leq 25y + 16 \leq 999 \Rightarrow 4 \leq y \leq 39$

$$\Rightarrow y \in \{16; 33\} \Rightarrow n \in \{416; 841\}$$

Vậy  $n \in \{416; 841\}$ .

**Bài 24**

$$\begin{cases} n = 15x + 8 \\ n = 35y + 13 \end{cases}, x, y \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 15x + 8 = 35y + 13$$

$$\Rightarrow 15x = 35y + 5$$

$$\Rightarrow 5y + 5 : 15$$

Vì  $n$  là số tự nhiên nhỏ hơn 500 nên  $35y + 13 \leq 500 \Rightarrow y \leq 13$

$$\Rightarrow y \in \{2; 5; 8; 11\} \Rightarrow n \in \{83; 188; 293; 398\}$$

Vậy  $n \in \{83; 188; 293; 398\}$ .

**Bài 25.** Ta có:  $BCNN(60; 80) = 240$

Dãy 0 ; 240 ; 480 ; ... ; 4800 có 21 số

## 152 | PHẦN ĐÁP ÁN

Nên có 21 cây không phải trồng lại.

**Bài 26.**  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $a$  là số lẻ  $\Rightarrow (a-1):2$

Ta có  $a$  là số lẻ nên  $a; a+2; a+4$  là ba số lẻ liên tiếp  $\Rightarrow a.(a+2).(a+4):3$

Mà  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $a \not\vdots 3$

Nên  $(a+2).(a+4):3$

+) Nếu  $(a+4):3 \Rightarrow (a-1)(a+4):6$

+) Nếu  $(a+4) \not\vdots 3 \Rightarrow (a+2):3 \Rightarrow (a-1+3):3 \Rightarrow (a-1):3$

Ta có  $\begin{cases} (a-1):2 \\ (a-1):3 \end{cases} \Rightarrow (a-1):6 \Rightarrow (a-1).(a+4):6$

Vậy  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì  $(a-1).(a+4):6$ .

**Bài 27.** Gọi bốn số tự nhiên liên tiếp là  $a; a+1; a+2; a+3$  ( $a \in \mathbb{N}$ )

Xét  $A = a(a+1)(a+2)(a+3)$

$a; (a+1)$  là hai số tự nhiên liên tiếp  $\Rightarrow a(a+1):2 \Rightarrow A:2$

$a; (a+1); (a+2)$  là ba số tự nhiên liên tiếp  $\Rightarrow a(a+1)(a+2):3 \Rightarrow A:3$

$a; (a+1); (a+2); (a+3)$  là bốn số tự nhiên liên tiếp nên trong đó có hai số chẵn liên tiếp nên  $A:4$

Ta có  $\begin{cases} A:2 \\ A:3 \\ A:4 \end{cases} \Rightarrow A:24$

Vậy tích của bốn số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 24.

**Bài 28.** Gọi ba số chẵn liên tiếp là  $2a; 2a+2; 2a+4$  ( $a \in \mathbb{N}$ )

Ta có  $2a.(2a+2).(2a+4) = 8a(a+1)(a+2)$

Do  $a; (a+1); (a+2)$  là ba số tự nhiên liên tiếp

$\Rightarrow \begin{cases} a(a+1)(a+2):2 \\ a(a+1)(a+2):3 \end{cases} \Rightarrow a(a+1)(a+2):6$

$$\Rightarrow 8a(a+1)(a+2):24$$

**Bài 29.**

$$a) (a, b) = 45 \Rightarrow \begin{cases} a = 45m \\ b = 45n \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*, (m, n) = 1, m \geq n)$$

$$\Rightarrow a + b = 45 \cdot (m + n) = 270$$

$$\Rightarrow m + n = 6$$

m	n	a	b
5	1	225	45
3	3	135	135

Vậy các cặp số (a, b) cần tìm là (225; 45); (135; 135)

b) Giải tương tự ý a)

Các cặp số (a, b) cần tìm là (80; 48); (112; 16)

c.) Giải tương tự ý a)

Các cặp số (a, b) cần tìm là (168; 24); (120; 72)

d) Giải tương tự ý a)

Các cặp số (a, b) cần tìm là: (63; 9); (45; 27)

e) Ta có:

$$(a, b) = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 5m \\ b = 5n \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*, (m, n) = 1, m \geq n)$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 25 \cdot mn = 300$$

$$\Rightarrow mn = 12$$

m	n	a	b
12	1	60	5
4	3	20	15

Vậy các cặp số (a, b) cần tìm là: (60; 5), (20; 15)

f) Ta có:

$$(a, b) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 6m \\ b = 6n \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*, (m, n) = 1, m \geq n)$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 36 \cdot mn = 720$$

$$\Rightarrow mn = 20$$

m	n	a	b

154 | PHẦN ĐÁP ÁN

20	1	120	6
5	4	30	24

Vậy các cặp số  $(a, b)$  cần tìm là:  $(120;6), (30;24)$

**Bài 30.** Gọi 2 số cần tìm là  $a, b$ ; Đặt ƯCLN

$$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} a = dm \\ b = dn \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*; (m, n) = 1)$$

a)

$$\begin{aligned} [a, b] + (a, b) &= 19 \\ \Rightarrow dmn + d &= 19 \\ \Rightarrow d(mn + 1) &= 19 \quad ((mn + 1) \geq 2) \\ \Rightarrow \begin{cases} mn + 1 = 19 \\ d = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} mn = 18 \\ d = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

m	n	a	B
18	1	18	1
9	2	9	2
1	18	1	18
2	9	2	9

Vậy các cặp số  $(a, b)$  cần tìm là:  $(1; 18); (2; 9); (18; 1); (9; 2)$

b)

$$\begin{aligned} [a, b] - (a, b) &= 5 \\ \Rightarrow d.(mn - 1) &= 5 \end{aligned}$$

d	mn-1	mn	m	n	a	b
1	5	6	6	1	6	1
1	5	6	3	2	3	2
1	5	6	1	6	1	6
1	5	6	2	3	2	3
5	1	2	1	2	5	10
5	1	2	2	1	10	5

Vậy các cặp số  $(a, b)$  cần tìm là  $(a, b) \in \{(6, 1); (3, 2); (2, 3); (1, 6); (5, 10); (10, 5)\}$

c)

$$[a, b] - (a, b) = 18$$

$$\Rightarrow d(mn - 1) = 18$$

d	mn-1	mn	m	n	a	b
1	18	19	19	1	19	1
1	18	19	1	19	1	19
9	2	3	3	1	27	9
9	2	3	1	3	9	27
6	3	4	4	1	24	6
6	3	4	1	4	6	24
18	1	2	1	2	18	36
18	1	2	2	1	36	18
2	9	10	1	10	2	20
2	9	10	10	1	20	2
2	9	10	2	5	4	10
2	9	10	5	2	10	4
3	6	7	1	7	3	21
3	6	7	7	1	21	3

Vậy các cặp số  $(a, b)$  cần tìm là:  $(19, 1)$ ;  $(1, 19)$ ;  $(27, 9)$ ;  $(9, 27)$ ;  $(24, 6)$ ;  $(6, 24)$ ;  $(18, 36)$ ;  $(36, 18)$ ;  $(2, 20)$ ;  $(20, 2)$ ;  $(4, 10)$ ;  $(10, 4)$ ;  $(3, 21)$ ;  $(21, 3)$

## ÔN TẬP CHƯƠNG II

### Bài 1.

a) 240; 204; 740; 704; 720; 702; 420; 402; 270; 470 ; 472; 742; 274 .

b) 240; 270; 740; 720; 470; 420 .

c) 240; 204; 420; 402; 270; 207; 720; 702 .

d) 207; 270; 720; 702 .

e) 240; 204; 420; 402 .

f) 204; 704; 702; 402 ; 472; 742; 274 .

**Bài 2.** Các số chia hết cho 2 là: 2540 ; 1638 ; 2356

Các số chia hết cho 3 là: 1347; 1638

Số chia hết cho cả 2 và 3 là: 1638

## 156 | PHẦN ĐÁP ÁN

### Bài 3.

a) Vì  $423^*$  chia hết cho 5 nên  $* \in \{0; 5\}$

Với  $* = 0$  thì  $4230:3$

Với  $* = 5$  thì  $4235$  không chia hết cho 3.

Vậy  $* = 0$ .

b) Vì  $613^*$  chia hết cho 9 nên  $6+1+3+* = (10+*):9$  thì  $* = 8$

Có  $6138:2$ .

Vậy  $* = 8$

### Bài 4.

a) Ta có  $24 = 2^3 \cdot 3$ ;  $10 = 2 \cdot 5$

$$ƯCLN(24; 10) = 2$$

$$BCNN(24; 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120.$$

b) Ta có  $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ ;  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$$ƯCLN(150; 84) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$BCNN(150; 84) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2100.$$

c) Ta có  $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ ;  $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ;  $56 = 2^3 \cdot 7$

$$ƯCLN(140; 210; 56) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$BCNN(140; 210; 56) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840.$$

d) Ta có  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ ;  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ ;  $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$$ƯCLN(105; 84; 30) = 3$$

$$BCNN(105; 84; 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420.$$

### Bài 5.

a) Có  $35:(x+3)$  thì  $(x+3) \in U(35) = \{1; 5; 7; 35\} \Rightarrow x \in \{2; 4; 32\}$

b) Vì  $(x+7):25$  thì  $x+7 \in B(25) = \{0; 25; 50; 75; \dots\}$

Mà  $x < 100$  Suy ra:  $x+7 \in \{0; 25; 50; 75\}$

Vậy:  $x \in \{18; 43; 68\}$



c) Ta có  $x+13=x+1+12$

Vì  $(x+1):(x+1)$  nên để  $(x+13):(x+1)$  thì  $12:(x+1)$

$(x+1) \in U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$  thì  $x \in \{0; 1; 2; 3; 5; 11\}$

d) Vì  $91:x, 26:x$   $x \in UC(26; 91)$

Tìm UCLN(26; 91)

Ta có  $26=2.13; 91=7.13$

$UCLN(26; 91)=13$

$x \in U(13) = \{1; 13\}$

Mà  $10 < x < 30$ . Vậy:  $x=13$ .

e)  $(x+2):10, (x+2):15, (x+2):25$  và  $x < 200$

Vì  $(x+2):10, (x+2):15, (x+2):25$  nên  $(x+2) \in BC(10; 15; 25)$

Tìm BCNN(10; 15; 25)

Ta có  $10 = 2.5; 15 = 3.5; 25 = 5^2$

$BCNN(10; 15; 25) = 2^2.3.5^2 = 150$

$(x+2) \in B(150) = \{0; 150; 300; \dots\}$

Mà  $x < 200$  thì  $x \in \{150\}$ .

### **Bài 6.**

a) Gọi số phần thưởng chia được là  $a$  ( $a \in \mathbb{N}^*$ )

Ta có:  $210:a, 270:a, 420:a$  thì  $a \in UC(210, 270, 420)$

Vì số phần thưởng chia được là lớn nhất nên  $a \in UCLN(210, 270, 420)$

Ta có:  $210=2.3.5.7; 270=2.3^3.5; 420=2^2.3.5.7$

$a = UCLN(210, 270, 420) = 2.3.5 = 30$

Vậy, chia được nhiều nhất là 30 phần thưởng. Trong đó

Số bút bi là:  $210:30=7$  (cái)

Số bút chì là:  $270:30=9$  (cái)

## 158 | PHẦN ĐÁP ÁN

Số cây là:  $420:30=14$  (cái)

b) Gọi số cây mỗi đội phải trồng là  $a$  ( $a \in \mathbb{N}^*, 100 < a < 200$ )

Vì đội I trồng 7 cây, đội II trồng 8 cây, đội III trồng 6 cây nên  
 $a:7, a:6, a:8 \Rightarrow a \in BC(6, 7, 8)$

Ta có:  $BCNN(6, 7, 8) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168 \Rightarrow a \in BC(6, 7, 8) = B(168) = \{0; 168; 336; \dots\}$

Mà  $100 < a < 200$  thì  $a = 168$ .

Số cây mỗi đội phải trồng là 168 cây.

Tổ I có số công nhân là:  $168:7=24$  (người)

Tổ II có số công nhân là:  $168:8=21$  (người)

Tổ III có số công nhân là:  $168:6=28$  (người)

c) Gọi số nhóm chia được là  $x$

Theo đề bài ta có  $18:x; 24:x$  nên  $x \in UC(18; 24)$

Mà  $x$  lớn nhất  $x = UCLN(18; 24)$

Tìm  $UCLN(18; 24)$

Ta có  $18 = 2 \cdot 3^2; 24 = 2^3 \cdot 3$

$UCLN(18; 24) = 2 \cdot 3 = 6$ .

Vậy có thể chia được nhiều nhất thành 6 nhóm.

Khi đó mỗi nhóm có  $18:6=3$  bạn nam,  $24:6=4$  bạn nữ.

d) Gọi chiều cao của ba chồng sách là  $x$

Theo đề bài ta có  $x:15; x:6; x:8$  nên  $x \in BC(15; 6; 8)$

Mà  $x$  nhỏ nhất thì  $x = BCNN(15; 6; 8)$

Tìm  $BCNN(15; 6; 8)$

Ta có  $15 = 3 \cdot 5; 6 = 2 \cdot 3; 8 = 2^3$

$BCNN(15; 6; 8) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Vậy chiều cao nhỏ nhất của ba chồng sách là 120mm.

e) Gọi số học sinh lớp 6C là  $x$

Theo đề bài ta có  $(x-1):2; (x-1):3; (x-1):4; (x-1):8$  nên  $(x-1) \in BC(2;3;4;8)$

$$BCNN(2;3;4;8) = 2^3 \cdot 3 = 24.$$

Suy ra:  $(x-1) \in B(24) = \{0; 24; 48; 72; \dots\}$

Mà  $35 < x < 60$  thì  $x = 49$

Vậy lớp 6C có 49 học sinh

f) Nhận thấy 13 học sinh thích cả hai môn Toán và Văn vừa được tính trong số học sinh thích môn Toán, vừa được tính trong số học sinh thích Văn, tức là được tính 2 lần

Vậy số học sinh của lớp 6A là:  $25 + 24 - 13 + 9 = 45$  (học sinh)

### Bài 7.

a) Gọi  $d \in UC(n, n+1)$  thì  $(n+1) - n : d$  hay  $1 : d$  Vậy:  $d = 1$ . Vậy,  $n, n+1$  là hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Gọi  $d \in UC(2n+1, 2n+3)$  suy ra  $(2n+3) - (2n+1) : d$  hay  $2 : d$ . Suy ra:  $d \in \{1; 2\}$

Vì  $d \neq 2$ .

Vậy:  $d = 1$ .

c) Gọi  $d \in UC(2n+1, 3n+1)$  suy ra  $3 \cdot (2n+1) - 2 \cdot (3n+1) : d$  hay  $1 : d$ . Vậy:  $d = 1$ .

d) Gọi  $d$  là ước chung của  $n+1$  và  $3n+4$

Ta có  $n+1 : d; 3n+4 : d$

Suy ra  $(3n+4) - (3n+1) : d$  hay  $3 : d$ . Vậy:  $d = 1$

Vậy hai số  $n+1$  và  $3n+4$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) là hai số nguyên tố cùng nhau

### Bài 8.

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } A &= 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{97} + 3^{98} \\ &= (1 + 3 + 3^2) + (3^3 + 3^4 + 3^5) + \dots + (3^{96} + 3^{97} + 3^{98}) \\ &= 1 \cdot (1 + 3 + 3^2) + 3^3 \cdot (1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{96} \cdot (1 + 3 + 3^2) \\ &= 1 \cdot 13 + 3^3 \cdot 13 + \dots + 3^{96} \cdot 13 \\ &= 13 \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^{96}). \end{aligned}$$

Vậy  $A : 13$ .

b) Ta có  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$

160 | PHẦN ĐÁP ÁN

$$\begin{aligned}
 &= (2+2^2) + (2^3+2^4) + \dots + (2^{59}+2^{60}) \\
 &= 2 \cdot (1+2) + 2^3 \cdot (1+2) + \dots + 2^{59} \cdot (1+2) \\
 &= 2 \cdot 3 + 2^3 \cdot 3 + \dots + 2^{59} \cdot 3 \\
 &= 3 \cdot (2 + 2^3 + \dots + 2^{59}) : 3
 \end{aligned}$$

Vậy:  $A:3$

Ta có  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$

$$\begin{aligned}
 &= (2+2^2+2^3) + (2^4+2^5+2^6) + \dots + (2^{58}+2^{59}+2^{60}) \\
 &= 2 \cdot (1+2+4) + 2^4 \cdot (1+2+4) + \dots + 2^{58} \cdot (1+2+4) \\
 &= 2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 7 + \dots + 2^{58} \cdot 7 \\
 &= 7 \cdot (2 + 2^4 + \dots + 2^{58}) : 7
 \end{aligned}$$

Vậy:  $A:7$

Có  $A:2; A:3; A:7$  và  $2;3;7$  đôi một nguyên tố cùng nhau nên  $A:42$

c) Ta có :  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$  có số số hạng là :  $(100-1):1+1=100$  (số hạng)

Số cặp số gồm 2 phần tử là :  $100:2=50$  (cặp số)

Nên tổng  $S = 2 \cdot (1+2) + 2^3(1+2) + 2^5(1+2) + \dots + 2^{99}(1+2)$

$$= (1+2) \cdot \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50} = 3 \cdot \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50} : 3$$

Ta có :  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$  có số số hạng là :  $(100-1):1+1=100$  (số hạng)

Số cặp số gồm 4 phần tử là :  $100:4=25$  (cặp số)

Nên tổng

$$\begin{aligned}
 S &= 2 \cdot (1+2+2^2+2^3) + 2^5(1+2+2^2+2^3) + 2^9(1+2+2^2+2^3) + \dots + 2^{97}(1+2+2^2+2^3) \\
 &= (1+2+2^2+2^3) \cdot \underbrace{(2+2^5+2^9+\dots+2^{99})}_{25} = 15 \cdot \underbrace{(2+2^5+2^9+\dots+2^{99})}_{25} : 15
 \end{aligned}$$

Ta có:  $S:15$  và  $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$  là số chẵn thì  $S:10$ . Vậy  $S$  có số tận cùng là 0.

d) Ta có :  $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99}$  có số số hạng là :  $(99-0):1+1=100$  (số hạng)

Số cặp số gồm 2 phần tử là :  $100:2=50$  (cặp số)

$$\begin{aligned} \text{Nên tổng } S &= (1+3) + 3^2(1+3) + 3^5(1+3) + \dots + 3^{99}(1+3) \\ &= (1+3) \cdot \underbrace{(1+3^2+3^5+\dots+3^{99})}_{50} = 4 \cdot \underbrace{(2+2^3+2^5+\dots+2^{99})}_{50} : 4 \end{aligned}$$

Số cặp số gồm bốn phần tử là:  $100:4=25$  (cặp số)

Nên tổng

$$\begin{aligned} S &= (1+3+3^2+3^3) + 3^4(1+3+3^2+3^3) + 3^8(1+3+3^2+3^3) + \dots + 3^{96}(1+3+3^2+3^3) \\ &= (1+2+2^2+2^3) \cdot \underbrace{(1+3^4+3^8+\dots+3^{96})}_{25} = 40 \cdot \underbrace{(1+3^4+3^8+\dots+3^{96})}_{25} : 40 \end{aligned}$$

Vậy :  $S:4$  và  $S:40$ .

e) Ta có :  $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{96}$  có số số hạng là :  $(96-1):1+1=96$  (số hạng)

Số cặp số gồm 2 phần tử là :  $96:2=48$  (cặp số)

$$\begin{aligned} \text{Nên tổng } S &= (5+5^4) + (5^2+5^5) + (5^3+5^6) + \dots + (5^{91}+5^{94}) + (5^{92}+5^{95}) + (5^{93}+5^{96}) \\ &= 5(1+5^3) + 5^2(1+5^3) + 5^3(1+5^3) + \dots + 5^{91}(1+5^3) + 5^{92}(1+5^3) + 5^{93}(1+5^3) \\ &= 126 \cdot \underbrace{(5+5^2+5^3+5^7+5^8+5^9+\dots+5^{91}+5^{92}+5^{93})}_{48} \\ &= 126 \cdot \underbrace{(5+5^2+5^3+5^7+5^8+5^9+\dots+5^{91}+5^{92}+5^{93})}_{48} : 126 \end{aligned}$$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} 5^1 = 5; 5^2 = \dots 5 \\ 5^3 = \dots 5; 5^4 = \dots 5 \\ \dots \end{array} \right\} \Rightarrow 126 \cdot \underbrace{(5+5^2+5^3+\dots+5^{93})}_{\dots 0}$$

Vậy  $S$  có số tận cùng là  $0$ .

**Cách khác:** Vì  $S:126$  thì  $S$  là số chẵn.  $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{96}$  thì  $S:5$ .

Vậy  $S$  có số tận cùng là  $0$ .

### Bài 9.

a) Gọi  $n$  là số tự nhiên chia cho 5 dư 1, chia cho 7 dư 5 thì

$$n = 5x + 1 = 7y + 5 \quad (x, y \in \mathbb{N}^*)$$

Ta có:  $5x = 7y + 4$  thì  $2 \cdot (y+2) : 5$ . Mà  $2 \not\equiv 5$ . Vậy:  $y + 2 : 5$

## 162 | PHẦN ĐÁP ÁN

Giá trị nhỏ nhất của  $y$  bằng 3, giá trị nhỏ nhất của  $n$  là  $n = 7 \cdot 3 + 5 = 26$ . Vậy số cần tìm là  $n = 26$ .

b) Gọi số cần tìm là  $n$ . Ta có 
$$\begin{cases} n-2:3 & \begin{cases} 35(n-2):105 \\ 21(n-3):105 \\ 15(n-4):105 \end{cases} \\ n-3:5 \\ n-4:7 \end{cases} \text{ hay}$$

Suy ra:  $21(n-3) + 15(n-4) - 35(n-2) : 105$  hay  $n - 53 : 105$

Vì  $n$  là số tự nhiên nhỏ nhất  $n - 53 = 105$  hay  $n = 158$ .

Vậy  $n = 158$ .

c)  $n = 927$ .                      d)  $n = 5198$ .                      e)  $n = 959$ .                      f)

158.

g)  $n \in \{416; 841\}$ .                      h)  $n \in \{83; 188; 293; 398\}$ .

### Bài 10.

a) Có  $10 : 3a + 1$  nên  $3a + 1 \in U(10)$ .

Có  $3a + 1 \in \{1; 2; 5; 10\}$  Suy ra:  $a \in \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 3\right\}$ . Vì  $a \in \mathbb{N}$  nên  $a \in \{0; 3\}$ .

Vậy:  $a \in \{0; 3\}$ .

b) Có  $a + 6 : a + 1$ . Mà  $a + 6 = a + 1 + 5$  suy ra  $5 : a + 1$  hay  $a + 1 \in U(5) = \{1; 5\}$ .

Vậy:  $a \in \{0; 4\}$

c) Có  $2 \cdot (3a + 7) = 6a + 14 = 6a + 9 + 5 = 3(2a + 3) + 5$

Có  $3a + 7 : 2a + 3$  thì  $5 : 2a + 3$  thay  $2a + 3 \in U(5) = \{1; 5\}$ . Vậy:  $a = 1$

d) Có  $6a + 11 = 3 \cdot (2a + 3) + 2$ . Mà  $6a + 11 : 2a + 3$  thì  $2 : 2a + 3$  hay  $2a + 3 \in U(2) = \{1; 2\}$ .  
Vậy  $a \in \emptyset$ .

### Bài 11.

a) Gọi hai số phải tìm là  $a, b (a \leq b)$ . Ta có ƯCLN của chúng bằng 6 thì  $a = 6a', b = 6b'$  với  $(a', b') = 1 (a, b, a', b' \in \mathbb{N})$

Do đó:  $a + b = 84$  thì  $6 \cdot (a' + b') = 84$  hay  $a' + b' = 14$

Chọn cặp số  $a', b'$  là hai số nguyên tố cùng nhau có tổng bằng 14 ( $a' \leq b'$ ) ta được:

$a'$	1	3	5
$b'$	13	11	9

Do đó

$a$	6	18	30
$b$	78	66	54

b) Gọi hai số phải tìm là  $a, b (a \leq b)$ . Ta có ƯCLN bằng 5 thì  $a = 5a', b = 5b'$  với  $(a', b') = 1 (a, b, a', b' \in \mathbb{N})$

Do  $ab = 300$  thì  $25a'b' = 300$  hay  $a'b' = 12 = 4.3$ .

Chọn cặp số  $a', b'$  nguyên tố cùng nhau có tích bằng 12 ( $a' \leq b'$ ) ta được:

$a' = 1, b' = 12$  thì  $a = 5, b = 60$

$a' = 3, b' = 4$  thì  $a = 15, b = 20$

Vậy:  $a = 5, b = 60$  hoặc  $a = 15, b = 20$ .

c) Gọi hai số phải tìm là  $a, b (a \leq b)$ . Ta có ƯCLN  $(a, b) = 10$  thì  $a = 10a', b = 10b'$  với  $(a', b') = 1 (a, b, a', b' \in \mathbb{N}, a' < b')$  Do đó:  $ab = 100a'b' \quad (1)$

Mặt khác:  $ab = [a, b] \cdot (a, b) = 900 \cdot 10 = 9000 \quad (2)$

- $a' = 1, b' = 90$  thì  $a = 10, b = 900$
- $a' = 2, b' = 45$  thì  $a = 20, b = 450$
- $a' = 5, b' = 18$  thì  $a = 50, b = 180$
- $a' = 9, b' = 10$  thì  $a = 90, b = 100$

Vậy:  $a = 10, b = 900$ ;  $a = 20, b = 450$ ;  $a = 50, b = 180$ ;  $a = 90, b = 100$ .

### Bài 12.

a)  $2^n + 22$  là một số nguyên tố.

Nếu  $n = 0$  thì  $A = 2^n + 22 = 2^0 + 22 = 23$  là số nguyên tố.

Nếu  $n \neq 0$  thì  $2^n : 2; 22 : 2$  suy ra  $A = 2^n + 22 : 2$ . Vậy  $A$  là hợp số.

Vậy  $n = 0$  thì  $A = 23$  là số nguyên tố.

## 164 | PHẦN ĐÁP ÁN

b)  $13n$  là một số nguyên tố.

Đề  $B=13n$  là số nguyên tố thì  $n=1$  vì nếu  $n=0$  thì  $B=0$  không là số nguyên tố ; nếu  $n>1$  thì  $B$  có hai ước là  $13$  và  $n$  đều nhỏ hơn  $B$  nên nó là hợp số.

Vậy  $n=1$  thì  $B=13$  là số nguyên tố.

**Bài 13.** Vì  $a$  chia cho  $19$  dư  $3$  nên  $a=19.q+3$ , ( $q \in N$ ).  $b$  chia cho  $38$  dư  $5$  nên  $b=38.k+5$ , ( $k \in N$ )

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 3a+2b &= 3(19.q+3) + 2(38.k+5) = 3.19.q+9+2.38.k+10 \\ &= 3.19.q+2.2.19.k+19 = 19.(3.q+4.k+1) \end{aligned}$$

Vậy  $3a+2b$  chia hết cho  $19$ .

**Bài 14.**

- Nếu  $p=2$  ta có  $p+8=2+8=10$  không phải là số nguyên tố,  $p=2$  không thoả mãn đề bài.

- Nếu  $p=3$  ta có  $p+2=3+2=5$ ;  $p+16=3+16=19$  đều là số nguyên tố,  $p=3$  thoả mãn đề bài.

- Nếu  $p>3$ ,  $p$  là số nguyên tố nên  $p \neq 3$ ,  $p$  sẽ có dạng  $3k+1$  hoặc  $3k+2$  ( $k \in N$ )

+Nếu  $p=3k+1$  ta có  $p+8=3k+1+8=3k+9=3.(k+3)$  nên  $p+8 \div 3$ . Vì  $p>3$  nên  $p+8>3$  suy ra  $p+8$  không phải là số nguyên tố.

+Nếu  $p=3k+2$  ta có  $p+16=3k+2+16=3.k+18=3.(k+6)$  nên  $p+16 \div 3$ . Vì  $p>3$  nên  $p+16>3$  suy ra  $p+16$  có nhiều hơn 2 ước nên  $p+16$  không phải là số nguyên tố

Vậy  $p=3$  thì  $p+8$  và  $p+16$  đều là số nguyên tố.

**Bài 15.**

a) Ta có:  $\overline{aaa} = a.111 = a.3.37$ . Mà  $37 \div 37$  thì  $\overline{aaa} \div 37$

b) Ta có:  $\overline{aaaa} = a.11111 = a.111.1001 = a.3.37.1001$ . Mà  $37 \div 37$  Suy ra:  $\overline{aaaaa} \div 37$

c) Ta có:  $\overline{abcabc} = \overline{abc}.1001 = \overline{abc}.11.91 = \overline{abc}.11.13.7$ . Mà  $11.13 \div 11$  và  $11.13 \div 13$ .

Suy ra  $\overline{abcabc} \div 11$  và  $\overline{abcabc} \div 13$ .

$$\begin{aligned} \text{d) Ta có: } (\overline{ab} + \overline{ba}) \div 11 &= (a.10 + b + b.10 + a) = (a.10 + a + b.10 + b) \\ &= (11.a + 11.b) = 11.(a + b) \end{aligned}$$

Mà  $11.(a+b) \div 11$ . Vậy:  $(\overline{ab} + \overline{ba}) \div 11$



e) Ta có:  $(\overline{abc} - \overline{cba}) : 99 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - c \cdot 100 - b \cdot 10 - a = a \cdot 99 - c \cdot 99 = (a - c) \cdot 99$

Mà  $(a - c) \cdot 99 : 99 = \overline{abc} - \overline{cba} : 99$ .

f) Ta có:  $\overline{abcd} : 99 = (\overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd}) : 99 = (\overline{ab} \cdot 99 + \overline{ab} + \overline{cd}) : 99$ . Mà  $\overline{ab} \cdot 99 : 99 = \overline{ab}$ . Vậy:

$$(\overline{ab} + \overline{cd}) : 99$$

Ta lại có:  $\overline{ab} + \overline{cd} : 99 = (\overline{ab} \cdot 99 + \overline{ab} + \overline{cd}) : 99 = (\overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd}) : 99 = \overline{abcd} : 99$

g) Ta có:  $\overline{abcd} = \overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd} = \overline{ab} \cdot 101 - \overline{ab} + \overline{cd} = \overline{ab} \cdot 101 - (\overline{ab} - \overline{cd})$ . Vì  $\overline{ab} \cdot 101 : 101 = \overline{ab}$  nên

$$(\overline{ab} - \overline{cd}) : 101$$

Lại có:  $\overline{ab} - \overline{cd} = 0$  thì  $\overline{ab} \cdot 101 = \overline{ab} \cdot 101 - (\overline{ab} - \overline{cd}) = \overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd} = \overline{abcd}$  mà  $\overline{ab} \cdot 101 : 101 = \overline{ab}$  nên  $\overline{abcd} : 101 = \overline{ab}$ .

### Bài 16

a) Ta có:  $12^{1980} - 2^{1600} = 12^{5 \cdot 396} - 2^{5 \cdot 320}$

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 = 2; 2^2 = 4 \\ \text{Mà: } 2^3 = 8; 2^4 = 16 \\ 2^5 = 32 \dots \dots \dots \end{array} \right\} \Rightarrow 12^{5 \cdot 396} \text{ có chữ số tận cùng là } 2 \text{ và } 2^{5 \cdot 320} \text{ cũng có chữ số tận cùng là } 2$$

cùng là 2

Vậy:  $(12^{5 \cdot 396} - 2^{5 \cdot 320})$  có chữ số tận cùng là 0 nên  $(12^{5 \cdot 396} - 2^{5 \cdot 320}) : 10$  hay

$$(12^{1980} - 2^{1600}) : 10$$

b) Ta có:  $19^{2005} + 11^{2006} = 19^{2 \cdot 1002} \cdot 19 + 11^{2006}$

$$\left. \begin{array}{l} 9^1 = 9; 9^2 = 81 \\ \text{Mà: } 9^3 = \dots 9; \dots 9^4 = \dots 1 \\ 11^1 = 11; \dots 11^2 = \dots 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 19^{2 \cdot 1002} \cdot 19 \text{ có chữ số tận cùng là } 9 \text{ và } 11^{2006} \text{ có chữ số tận cùng là } 1$$

cùng là 1

Vậy:  $(19^{2 \cdot 1002} + 11^{2006})$  có chữ số tận cùng là 0 nên  $(19^{2 \cdot 1002} + 11^{2006}) : 10$  hay

$$(19^{2005} + 11^{2006}) : 10$$

### Bài 17.

a) Có ƯCLN  $(a; b) = 45$  thì  $a = 45m; b = 45n$  với  $(m; n) = 1$  và  $m \geq n$

Vì  $a + b = 720$  ta có  $45(m + n) = 720$  hay  $m + n = 16$ .

## 166 | PHẦN ĐÁP ÁN

Vì  $(m;n)=1$  và  $m \geq n$ . Vậy:  $m=5;n=1$  thì  $a=135;b=45$ .

Vậy:  $a=135;b=45$

b); c) và d) tương tự câu a) ta có

b)  $a=80;b=48$  hoặc  $a=168;b=16$

c)  $a=120;b=72$  hoặc  $a=168;b=24$

d)  $a=63;b=9$  hoặc  $a=45;b=72$

e) Có ƯCLN  $(a;b)=5$  thì  $a=5m;b=5n$  với  $(m;n)=1$  và  $m \geq n$

Vì  $a.b=300$  ta có  $25(mn)=300$  hay  $mn=12$ .

Vì  $(m;n)=1$  và  $m \geq n$ . Vậy:  $m=4;n=3$  thì  $a=20;b=15$  hoặc  $m=12;n=1$  thì

$a=60;b=5$

Vậy:  $a=20;b=15$  hoặc  $a=60;b=5$ .

f) tương tự câu e ta có:  $a=120;b=6$  hoặc  $a=30;b=24$

### Bài 18

a) Có  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $a$  là số lẻ thì  $a-1:2$

Suy ra  $(a-1)(a+4):2$

Lại có  $a-1;a;a+1$  là 3 số tự nhiên liên tiếp. Có  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì  $a \not\equiv 3$ .

Vậy một trong hai số  $a-1;a+1$  sẽ chia hết cho 3.

Nếu  $a-1:3$  thì  $(a-1)(a+4):3$ . Vậy:  $(a-1)(a+4):6$ .

Nếu  $a+1:3$  thì  $a;a+1;a+2;a+3$  hay  $a+4:3$  thì  $(a-1)(a+4):3$ . Vậy:  $(a-1)(a+4):6$ .

Vậy  $a$  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì  $(a-1)(a+4):6$ .

b) Gọi bốn số tự nhiên liên tiếp là  $a;a+1;a+2;a+3$  với  $a \in \mathbb{N}$

Ta có:  $a;a+1;a+2$  là 3 số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 3. Thì  $a;a+1;a+2$  chia hết cho 3.

Lại có  $a;a+1;a+2;a+3$  là bốn số tự nhiên liên tiếp sẽ có một số chia hết cho 4. Trong bốn số tự nhiên liên tiếp có hai số chẵn. Thì một số chia hết cho 4 và 1 số chia hết cho 2. Thì  $a;a+1;a+2;a+3$  chia hết cho 8.

Vậy tích của bốn số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 24.

c) Gọi ba số chẵn liên tiếp là  $2a;2a+2;2a+4(a \in \mathbb{N})$

Ta có  $2a.(2a+2).(2a+4) = 8.a.(a+1).(a+2)$

Vì  $8.a.(a+1).(a+2) : 8$  nên  $2a.(2a+2).(2a+4) : 8$

Lại có  $a; a+1; a+2$  là 3 số tự nhiên liên tiếp sẽ chia hết cho 3 nên

$$2a.(2a+2).(2a+4) : 3$$

Vậy:  $2a.(2a+2).(2a+4) : 24$

Vậy: Tích của ba số tự nhiên chẵn liên tiếp chia hết cho 48.

---