

Lê Hải Trung – Nguyễn Công Trần Mạnh Linh

TỰ HỌC
NÂNG CAO KIẾN THỨC
TOÁN 6
TẬP 2

- PHẦN LỜI GIẢI -

CHƯƠNG VI: PHÂN SỐ

BÀI 23. MỞ RỘNG PHÂN SỐ. PHÂN SỐ BẰNG NHAU.

PHẦN I: KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

VD 1.1. Cách viết: C. $\frac{5}{0}$

VD 1.2. Cách viết: B. $\frac{-11}{-4}$ và D. $\frac{5}{2,5}$

VD 2.1.

a) $\frac{5}{7}$

b) $-\frac{3}{5}$

c) $\frac{11}{15}$

d) $\frac{16}{3}$

VD 2.2.

a)

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{5}{9}$

d) $\frac{a}{7}$

VD 3.1.

a) Các số nguyên là $\frac{m}{n}; \frac{n}{m}$

b) Số nguyên là $\frac{0}{-4}$

VD 3.2.

a) Các số nguyên là $\frac{-2}{1}; \frac{-2}{2}; \frac{1}{-2}; \frac{1}{2}; \frac{2}{-2}; \frac{2}{1}$

b) Có 19 phân số có tử số là 1. Có 19 phân số có tử số là 2...19 phân số có tử số là 20. Vậy có $19 \cdot 20 = 380$ phân số có tử và mẫu khác nhau thuộc tập hợp M .

c) Cách 1: Có 19 phân số có tử số là 0. Có 18 phân số có tử số là 1 (vì số 0 không thể ở mẫu). Tương tự với các số còn lại

Vậy: có $19 + 18 \cdot 19 = 361$ phân số có tử và mẫu khác nhau thuộc tập hợp N .

Cách 2: Tương tự câu b ta có 380 số nhưng trừ đi 19 phân số có mẫu là số 0 (vì phân số mẫu số khác 0). Vậy có $380 - 19 = 361$ phân số có tử và mẫu khác nhau thuộc tập hợp N .

VD4.

a) $3dm = \frac{3}{10}m$; $11cm = \frac{11}{100}m$; $213mm = \frac{213}{1000}m$.

b) Đổi $7dm^2 = \frac{7}{100}m^2$; $129cm^2 = \frac{129}{10000}m^2$.

c) Đổi $521dm^3 = \frac{521}{1000}m^3$.

VD 5.1.

a) Để M là phân số thì $n \neq 0$

b) Khi $n = 2$ thì $M = \frac{-2}{2} = -1$

Khi $n = 5$ thì $M = \frac{-3}{7} = \frac{-2}{5}$.

Khi $n = -4$ thì $M = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$.

VD 5.2.

a) Để M là phân số thì $n \neq 1$

b) Khi $n = 3$ thì $M = \frac{2}{3-1} = 1$

Khi $n = 5$ thì $M = \frac{2}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Khi $n = -4$ thì $M = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3}$.

VD 6.1

a) Để $\frac{3}{n}$ là số nguyên thì $n \in U(3)$ hay $n \in \{\pm 1; \pm 3\}$. Vậy: $n \in \{\pm 1; \pm 3\}$.

b) Để $\frac{-3}{n-1}$ là số nguyên thì $n-1 \in U(-3)$ hay $n-1 \in \{\pm 1; \pm 3\}$

Có

n-1	-1	1	-3	3
n	0	2	-2	4

Vậy: $n \in \{0; 2; -2; 4\}$.

c) Để $\frac{6}{2n+1}$ là số nguyên thì $2n+1 \in U(6)$ hay $2n+1 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$

Có

2n+1	1	-1	2	-2	3	-3	6	-6
n	0	-1	1/2	-1/2	1	-2	5/2	-7/2
Nhận định kết quả	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Loại	Loại	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Loại	Loại

Vậy: $n \in \{0; -1; 1; -2\}$.

Cách khác: Có $2n+1$ là số lẻ vậy $2n+1$ thuộc các ước lẻ của 6 thì $2n+1 \in \{\pm 1; \pm 3\}$

VD 6.2. Tìm các số nguyên n sao cho các phân số sau có giá trị là số nguyên:

a) Có $\frac{n+1}{n-1} = 1 - \frac{2}{n-1}$. Vậy để $\frac{n+1}{n-1}$ có giá trị nguyên thì $\frac{2}{n-1}$ nhận giá nguyên hay $n-1 \in \{\pm 1; \pm 2\}$.

Vậy: $n \in \{0; 2; 3; -1\}$.

b) Có $\frac{3n}{-n+2} = \frac{3n-6+6}{-n+2} = -3 + \frac{6}{n-2}$. Vậy $\frac{3n}{-n+2}$ nhận giá trị nguyên thì $\frac{6}{n-2}$ nhận giá trị nguyên hay $n-2 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$.

Có

n-2	-1	1	2	-2	-3	3	-6	6
n	1	3	4	0	-1	5	-4	8

Vậy: $n \in \{1; 3; 4; 0; -1; 5; -4; 8\}$.

c) Để $\frac{-3n}{2n-1}$ nhận giá trị nguyên thì $\frac{-6n}{2n-1}$ nhận giá trị nguyên.

Mà $\frac{-6n}{2n-1} = \frac{-6n+3-3}{2n-1} = -3 - \frac{3}{2n-1}$. Để $\frac{-6n}{2n-1}$ nhận giá trị nguyên thì $\frac{3}{2n-1}$ nhận giá trị nguyên hay $2n-1 \in \{\pm 1; \pm 3\}$.

Có

2n-1	-1	1	3	-3
n	0	1	2	-1

Thử lại thấy các giá trị n đều thỏa mãn. Vậy $n \in \{0; 1; 2; -1\}$.

PHẦN 2. PHÂN SỐ BẰNG NHAU

Bài 1 : Đáp án C

Bài 2 : Đáp án D.

VD 2.1. Ta có : $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}; \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}; \frac{1}{-9} = \frac{-1}{9}; \frac{-4}{-13} = \frac{4}{13}; \frac{0}{-7} = \frac{0}{7}$.

VD 2.2. Ta có : $\frac{-2}{-9} = \frac{2}{9}; \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}; \frac{1}{-12} = \frac{-1}{12}; \frac{8}{-17} = \frac{-8}{17}; \frac{0}{-3} = \frac{0}{3}$.

VD 3.1.

a) Ta có : $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{2}{1} = \frac{8}{4}$; $\frac{4}{1} = \frac{8}{2}$; $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

b) Ta có : $\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}$; $\frac{-2}{-4} = \frac{3}{6}$; $\frac{6}{3} = \frac{-4}{-2}$; $\frac{6}{-4} = \frac{3}{-2}$

c) Ta có : $\frac{-18}{9} = \frac{10}{-5}$; $\frac{-18}{10} = \frac{9}{-5}$; $\frac{-5}{9} = \frac{-18}{10}$; $\frac{-5}{10} = \frac{9}{-18}$

VD 3.2. Các cặp phân số bằng nhau là : $\frac{2}{3} = \frac{-4}{6}$; $\frac{2}{-4} = \frac{3}{6}$; $\frac{6}{3} = \frac{-4}{2}$; $\frac{6}{-4} = \frac{3}{2}$
 $\frac{2}{-6} = \frac{3}{-9}$; $\frac{2}{3} = \frac{-6}{-9}$; $\frac{-9}{3} = \frac{-6}{2}$; $\frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$

VD 4.1.

a) Có $\frac{x}{2} = \frac{2}{4}$ thì $4 \cdot x = 2 \cdot 2$ hay $4x = 4$. Vậy $x = 1$.

b) Có $\frac{x}{6} = \frac{1}{-3}$ thì $-3 \cdot x = 6 \cdot 1$ hay $-3x = 6$. Vậy $x = -2$.

c) Có $\frac{-1}{5} = \frac{2}{x}$ thì $-1 \cdot x = 2 \cdot 5$ hay $-1x = 10$. Vậy $x = -10$.

d) Có $\frac{8}{3} = \frac{-16}{x}$ thì $8 \cdot x = -16 \cdot 3$ hay $8x = -48$. Vậy $x = -6$.

e) Có $\frac{x}{5} = \frac{5}{x}$ thì $x \cdot x = 5 \cdot 5$ hay $x^2 = (5)^2 = (-5)^2$. Vậy $x = \pm 5$.

f) Có $\frac{x}{-6} = \frac{-6}{x}$ thì $x \cdot x = (-6) \cdot (-6)$ hay $x^2 = (-6)^2 = (6)^2$. Vậy $x = \pm 6$.

VD 4.2.

a) Có $\frac{x+2}{4} = \frac{3}{6}$ thì $6 \cdot (x+2) = 3 \cdot 4$ hay $x+2 = 2$. Vậy $x = 0$.

b) Có $\frac{x-1}{6} = \frac{1}{-3}$ thì $-3 \cdot (x-1) = 1 \cdot 6$ hay $x-1 = -2$. Vậy $x = -1$.

c) Có $\frac{-1}{5} = \frac{4}{10x}$ thì $-1 \cdot 10x = 4 \cdot 5$ hay $-10x = 20$. Vậy $x = -2$.

d) Có $\frac{3}{5} = \frac{-12}{9-x}$ thì $3(9-x) = -12 \cdot 5$ hay $9-x = -20$. Vậy $x = 29$.

e) Có $\frac{x+2}{3} = \frac{3}{x+2}$ thì $(x+2)^2 = 3^2 = (-3)^2$ hay $x+2 = 3$ hoặc $x+2 = -3$. Vậy:
 $x = 1; x = -5$

f) Có $\frac{x-4}{-5} = \frac{-5}{x-4}$ thì $(x-4)^2 = 5^2 = (-5)^2$ hay $x-4 = 5$ hoặc $x-4 = -5$. Vậy:
 $x = -1; x = 9$.

VD 4.3.

a) Có $\frac{3}{4} = \frac{x}{x+1}$ thì $3(x+1) = 4x$ hay $3x+3 = 4x$ suy ra $x = 3$. Vậy: $x = 3$.

b) Có $\frac{2}{3} = \frac{x+1}{2x}$ thì $4x = 3.(x+1)$ hay $3x+3 = 4x$ suy ra $x = 3$. Vậy: $x = 3$.

c) Có $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+3}$ thì $x+3 = 2.(x+1)$ hay $x+3 = 2x+2$ suy ra $x = 1$. Vậy: $x = 1$.

d) Có $\frac{5}{4x-2} = \frac{-1}{5-x}$ thì $5.(5-x) = -1(4x-2)$ hay $25-5x = -4x+2$ suy ra

$25-2 = -4x+5x$. Vậy: $x = 23$.

VD 4.4.

a) Có $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$ thì $xy = 6$.

Suy ra: $x, y \in U(6) = \{(1;6);(6;1);(2;3);(3;2);(-1;-6);(-6;-1);(-2;-3);(-3;-2)\}$

Vậy: $(x; y) = \{(1;6);(6;1);(2;3);(3;2);(-1;-6);(-6;-1);(-2;-3);(-3;-2)\}$

b) Có $\frac{-3}{x} = \frac{y}{2}$ thì $xy = -6$

Suy ra: $x, y \in U(6) = \{(-1;6);(-6;1);(-2;3);(-3;2);(1;-6);(6;-1)(2;-3);(3;-2)\}$

Vậy: $(x; y) = \{(-1;6);(-6;1);(-2;3);(-3;2);(1;-6);(6;-1)(2;-3);(3;-2)\}$.

VD 4.5.

a) Vì $3x = 2y$ thì x chiếm 2 phần và y chiếm 3 phần. Suy ra tổng $x + y$ là 5 phần. Mà $x + y = 10$. Vậy 1 phần là 2 đơn vị. Suy ra $x = 4; y = 6$

Các khác: Có $x + y = 10$ thì $y = 10 - x$. Mà $3x = 2y$ thì $3x = 2(10 - x)$. Suy ra $x = 4; y = 6$.

b) Có $y - x = -4$ thì $y = x - 4$

Vì $\frac{x-2}{y+3} = \frac{8}{12}$ ta có $\frac{x-2}{x-4+3} = \frac{8}{12}$ thì $\frac{x-2}{x-1} = \frac{8}{12}$ suy ra $12x - 24 = 8x - 8$. Vậy:

$x = 4; y = 0$

c) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $x + 2y = 12$

Có $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ thì $5x = 2y$. Thì 2y chiếm 5 phần và x chiếm 1 phần, Thì $x + 2y = 12$ là 6 phần. Mà $x + 2y = 12$. Vậy 1 phần là 2. Ta có $x=2$ và $2y=10$ hay $y=5$
 Vậy: $x = 2; y = 5$

PHẦN III. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

VD 1.1. Các phân số bằng nhau trong các phân số sau: $\frac{4}{-8} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}; \frac{4}{10} = \frac{-6}{-15}$

VD 1.2. Phân số không bằng phân số nào trong các phân số còn lại là $\frac{-4}{-9}$

VD 2.1.

a) $\frac{11}{25} = \frac{44}{100}$ b) $\frac{-7}{8} = \frac{-28}{32}$ c) $\frac{5}{-7} = \frac{-20}{28}$ d) $\frac{6}{-18} = \frac{18}{-54}$

VD 2.2. $\frac{2}{2} = \frac{-3}{-3} = \frac{-5}{-5} = \frac{7}{7} = \frac{-9}{-9} = 1$

VD 3.1. $\frac{30}{78}$

VD 3.2. $\frac{-4}{-9}; \frac{8}{18}; \frac{-8}{18}; \frac{12}{27}; \frac{16}{36}$

VD 3.3.

a) $\frac{-7}{10} = \frac{-14}{20} = \frac{-21}{30} = \frac{-28}{40} = \frac{-35}{50} = \frac{-42}{60} = \frac{-49}{70}$.

b) $\frac{5}{-8} = \frac{15}{-24} = \frac{25}{-40} = \frac{35}{-56} = \frac{45}{-72} = \frac{55}{-88} = \frac{65}{-104} = \frac{75}{-120} = \frac{85}{-136} = \frac{95}{-152}$.

VD 4.1.

a) $\frac{a}{-b} = \frac{a \cdot (-1)}{-b \cdot (-1)} = \frac{-a}{b}$ b) $\frac{-a}{-b} = \frac{-a \cdot (-1)}{-b \cdot (-1)} = \frac{a}{b}$

VD 4.2.

a) $\frac{-21}{28} = \frac{-21:7}{28:7} = \frac{-3}{4} = \frac{-3 \cdot 13}{4 \cdot 13} = \frac{-39}{52}$

b) $\frac{-1313}{1717} = \frac{-1313:101}{1717:101} = \frac{-13}{17} = \frac{-13 \cdot 10101}{17 \cdot 10101} = \frac{-131313}{171717}$

VD 4.3. Giải thích tại sao các phân số sau đây bằng nhau:

a) $\frac{\overline{ab0ab}}{\overline{cd0cd}} = \frac{\overline{ab000} + \overline{ab}}{\overline{cd000} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab \cdot 1000} + \overline{ab}}{\overline{cd \cdot 1000} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab \cdot 1001}}{\overline{cd \cdot 1001}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$

$$b) \frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ab00} + \overline{ab}}{\overline{cd00} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab.101}}{\overline{cd.101}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$$

$$c) \frac{\overline{ab}}{\overline{abab}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{ab00} + \overline{ab}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{ab.100}} = \frac{1}{100}$$

$$d) \frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ab00} + \overline{ab}}{\overline{cd00} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab.100}}{\overline{cd.100}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$$

$$\frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}} = \frac{\overline{ab0000} + \overline{ab00} + \overline{ab}}{\overline{cd0000} + \overline{cd00} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab.10000} + \overline{ab.100} + \overline{ab}}{\overline{cd.10000} + \overline{cd.100} + \overline{cd}} = \frac{\overline{ab.10101}}{\overline{cd.10101}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$$

$$\text{Vậy } \frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}.$$

VD 6.1. Đổi 5 giờ = 300 phút

Khi chảy trong 1 giờ thì lượng nước đã chảy chiếm $\frac{1}{5}$ bể

Khi chảy trong 50 phút thì lượng nước đã chảy chiếm $\frac{50}{300}$ bể

Khi chảy trong 120 phút thì lượng nước đã chảy chiếm $\frac{120}{300}$ bể

VD 6.2. Đổi 1 ngày = 24 giờ. Thời gian bạn ngủ chiếm $\frac{9}{24}$ ngày.

PHẦN IV. RÚT GỌN PHÂN SỐ

VD 1.1. Phân số tối giản là : $\frac{-5}{36}$; $\frac{-18}{43}$; $\frac{7}{-118}$; $\frac{15}{132}$.

VD 1.2. Phân số tối giản là : $\frac{-16}{25}$; $\frac{-27}{-125}$.

VD 2.1.

$$a) \frac{36}{-48} = \frac{-3}{4}$$

$$b) \frac{-15}{50} = \frac{-3}{10}$$

$$c) \frac{-18}{-81} = \frac{2}{9}$$

$$d) \frac{145}{215} = \frac{29}{43}$$

VD 2.2.

$$a) \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{3^5}{3^4} = 3$$

$$c) \frac{4^7}{4^{10}} = \frac{1}{4^3}$$

$$d) \frac{6^2}{4^2} = \frac{9}{4}$$

VD 2.3.

$$a) \frac{121212}{313131} = \frac{12}{31}$$

$$b) \frac{(-3).5.(-7)}{6.7.10} = \frac{1}{4}$$

$$c) \frac{(-7) \cdot 3 + 4 \cdot (-6)}{(-5) \cdot 3 + 2 \cdot 3} = 5$$

$$d) \frac{3 \cdot 6 + 2 \cdot 9 \cdot 5 - 18 \cdot (-4)}{7 \cdot (-7) + 12 \cdot (-7) + 7} = \frac{-10}{7}$$

VD 2.4.

$$a) \frac{6}{8} = \frac{18}{24} = \frac{36}{48}; \frac{-12}{15} = \frac{-24}{30} = \frac{40}{-50}.$$

$$b) \frac{-6}{-10} = \frac{36}{60}; \frac{15}{-21} = \frac{-25}{35}; \frac{10}{12} = \frac{30}{36}.$$

VD 2.5.

a) Có $\frac{-7}{21} = \frac{-8}{24} = \frac{10}{-30}; \frac{-6}{-12} = \frac{21}{42}$. Vậy phân số không bằng các phân số còn lại là $\frac{9}{27}$.

b) Có $\frac{5}{10} = \frac{21}{42}; \frac{-3}{6} = \frac{10}{-20}; \frac{-12}{-36} = \frac{-1}{-3}$. Vậy phân số không bằng các phân số còn lại là $\frac{8}{24}$.

VD 3.1.

a) 18 phút = $\frac{3}{10}$ giờ. b) 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ. c) 80 phút = $\frac{4}{3}$ giờ.

VD 3.2. $36dm^2 = \frac{9}{25}m^2$; $45dm^2 = \frac{9}{20}m^2$, $250cm^2 = \frac{1}{40}m^2$, $475cm^2 = \frac{19}{400}m^2$

VD 4.1.

a) $A = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{2}{8}; \frac{3}{12}; \frac{4}{16} \right\}$

b) $B = \left\{ \frac{1}{-5}; \frac{2}{-10}; \frac{4}{-20}; \frac{5}{-15}; \frac{5}{-25} \right\}$

VD 4.2.

a) $\frac{2}{3}; \frac{4}{6}; \frac{6}{9}; \frac{8}{12}; \frac{10}{15}; \frac{12}{18}; \frac{14}{21}$

b) $\frac{-1}{3}; \frac{-2}{6}; \frac{-3}{9}; \frac{-4}{12}; \frac{-5}{15}$

VD 4.3.

a) $\frac{3}{5}; \frac{6}{10}; \frac{9}{15}; \frac{12}{20}$.

b) $\frac{-1}{3}; \frac{-2}{6}; \frac{-3}{9}; \frac{-4}{12}; \frac{-5}{15}; \frac{-6}{18}$

VD 5.1. Gọi ƯCLN $(2n+3; 3n+5) = d$. Ta có: $2n+3 : d$ thì $3 \cdot (2n+3) : d$ và $3n+5 : d$

$$\begin{aligned} & [3 \cdot (2n+3) - 2 \cdot (3n+5)] : d \\ \text{thì } & 2 \cdot (3n+5) : d \\ & (6n+9-6n-10) : d \\ & -1 : d \\ & d = 1 \end{aligned}$$

Vậy: phân số có dạng $\frac{2n+3}{3n+5}$ ($n \in \mathbb{N}$) đều là phân số tối giản.

VD 5.2. Gọi $\text{ƯCLN}(n-1; n-2) = d$. Ta có: $n-1 : d$ và $n-2 : d$ thì

$$[(n-1) - (n-2)] : d \text{ hay } 1 : d. \text{ Suy ra } d = 1.$$

Vậy A là phân số tối giản với mọi giá trị nguyên của $n \neq 1; n \neq 2$.

VD 5.3. Tương tự B là phân số tối giản với mọi giá trị nguyên của $n \neq 1; n \neq 0$.

IV. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

PHẦN I: MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

Bài 2. a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{10}{3}$ c) $\frac{-2}{9}$ d) $\frac{37}{5}$.

Bài 3. a) $\frac{3}{4}; \frac{4}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{3}; \frac{-4}{-3}; \frac{-3}{-4}$ b) $\frac{0}{-2}$ (vì mẫu $\neq 0$)

Bài 4. a) $n \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ b) $n \in \{3; 4; 5; 6\}$ c) $n \in \emptyset$.

Bài 5.

a) Có $\frac{x}{3} = \frac{5}{y}$ thì $x.y = 15$

$$\text{Mà } x.y = 1.15 = 15.1 = 3.5 = 5.3 = (-1).(-15) = (-15).(-1) = (-3).(-5) = (-5).(-3)$$

$$\text{Vậy: } (x; y) \in \{(1; 15); (15; 1); (3; 5); (5; 3); (-1; -15); (-15; -1); (-3; -5); (-5; -3)\}$$

b) Có $\frac{x}{y} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$. Do đó: $x = 4k; y = 5k$ với k là số nguyên tùy ý khác 0.

Bài 6.

a) Để $\frac{12}{3n-1} \in \mathbb{Z}$ thì $3n-1 \in U(12)$ hay $3n-1 \in \{-12; -6; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

Bảng

$3n-1$	-12	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6	12
n	loại	loại	-2	loại	loại	0	loại	1	loại	loại	loại	loại

Vậy: $n \in \{1; 0; -1\}$.

b) Để $\frac{2n+3}{7} \in \mathbb{Z}$ thì $2n+3 : 7$ hay $2(n-2) + 7 : 7$. Suy ra: $n-2 : 7$ hay

$$n = 7k + 2 (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy: $n = 7k + 2 (k \in \mathbb{Z})$

Bài 7.

a) Để $\frac{2n+3}{4n+1}$ tối giản thì $2n+3; 4n+1$ nguyên tố cùng nhau

Gọi d là ước nguyên tố của $2n+3$ và $4n+1$. Ta có:

$$2(2n+3) - (4n+1) : d \text{ hay } 5 : d. \text{ Mà } 5 \text{ là số nguyên tố thì } d = 5$$

Có: $2(n-1) + 5 : 5$. Mà $5 : 5$ thì $(n-1) : 5$. Vậy: $n \neq 5k + 1$.

b) Để $\frac{3n+2}{7n+1}$ tối giản thì $3n+2; 7n+1$ nguyên tố cùng nhau

Gọi d là ước nguyên tố của $3n+2$ và $7n+1$.

$$\text{Ta có: } 7(3n+2) - 3(7n+1) : d \text{ hay } 11 : d. \text{ Mà } 11 \text{ là số nguyên tố thì } d = 11$$

Có: $3n+2 = 3(n-3) + 11 : 11$. Mà $11 : 11$ thì $(n-3) : 11$. Vậy: $n \neq 11k + 3$.

b) Tương tự ta có: $n \neq 31k + 12 (k \in \mathbb{N})$

PHẦN II: PHÂN SỐ BẰNG NHAU

Bài 1. $\frac{-52}{-71} = \frac{52}{71}; \frac{4}{-17} = \frac{-4}{17}; \frac{5}{-29} = \frac{-5}{29}; \frac{31}{-33} = \frac{-31}{33}$.

Bài 2.

a) $\frac{-11}{-55} = \frac{11}{55}$ b) $\frac{3}{-11} = \frac{-3}{11}$ c) $\frac{-7}{-33} = \frac{7}{33}$ d) $\frac{41}{-47} = \frac{-41}{47}$

Bài 3. $\frac{30}{-50} = \frac{-3}{5}; \frac{1}{9} = \frac{-2}{18} = \frac{10}{-90}; \frac{3}{27}; \dots$

Bài 4.

a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ c) $\frac{-4}{9} = \frac{-16}{36}$ d) $\frac{7}{-13} = \frac{21}{-39}$

Bài 5.

a) Có $\frac{x}{5} = \frac{6}{-10}$ thì $x = \frac{6 \cdot 5}{-10} = -3$.

b) Có $\frac{3}{y} = \frac{-33}{77}$ thì $y = \frac{3 \cdot 77}{-33} = -7$.

Bài 6.

a) Có $\frac{x}{15} = \frac{3}{45}$ thì $x = 1$.

b) Có $\frac{-7}{y} = \frac{12}{24}$ thì $y = -14$.

c) Có $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$ thì $x \in \{-6; 6\}$.

d) Có $\frac{-16}{-4} = \frac{x}{5} = \frac{4}{y^2} = \frac{z^3}{2}$ thì $x = 20, y = \pm 1, z = 2$.

Bài 7. Phân số cần tìm là $\frac{-21}{15}$.

Bài 8.

a) $\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999}$ vì $23.9999 = 2323.99 = 99.23.101$.

$\frac{23}{99} = \frac{232323}{999999}$ vì $23.999999 = 232323.99 = 99.23.10101$.

b) và c) tương tự.

PHẦN III: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

Bài 1.

a) $\frac{-51}{-71} = \frac{51}{71}$ b) $\frac{4}{-17} = \frac{-4}{17}$ c) $\frac{5}{-29} = \frac{-5}{29}$ d) $\frac{31}{-33} = \frac{-31}{33}$

Bài 2.

$\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5} = \frac{-3.42}{5.42} = \frac{-126}{210}$; $\frac{1}{-6} = \frac{-1}{6} = \frac{-1.35}{6.35} = \frac{-35}{210}$;

$\frac{-4}{-7} = \frac{4}{7} = \frac{4.30}{7.30} = \frac{120}{210}$

Bài 3. Các phân số bằng nhau là: $\frac{3}{-5} = \frac{-27}{45}$; $\frac{11}{66} = \frac{3}{18}$; $\frac{13}{26} = \frac{17}{34}$; $\frac{-5}{-7} = \frac{25}{35}$.

Bài 4. Ta có: $\frac{-4}{-6} = \frac{-12}{-18} = \frac{6}{9} = \frac{36}{54}$; $\frac{-1}{3} = \frac{14}{-42} = \frac{-9}{27}$;

Vậy: phân số không bằng phân số nào trong các phân số còn lại là: $\frac{3}{18}$.

Bài 5. $\frac{-3}{5} = \frac{\boxed{-9}}{15} = \frac{\boxed{24}}{-40} = \frac{45}{\boxed{-75}} = \frac{\boxed{-81}}{135} = \frac{-36}{\boxed{60}} = \frac{57}{\boxed{-95}}$

Bài 6.

a) $\frac{26}{39} = \frac{2}{\boxed{3}}$

b) $\frac{120}{\boxed{-144}} = \frac{-5}{6}$

c) $\frac{\boxed{-108}}{162} = \frac{-2}{3}$

d) $\frac{11}{-17} = \frac{\boxed{143}}{221}$

Bài 7. $\frac{-36}{48} = \frac{-3}{4} = \frac{-27}{36}$; $\frac{-63}{81} = \frac{-7}{9} = \frac{-28}{36}$; $\frac{-143}{-156} = \frac{11}{12} = \frac{33}{36}$.

Bài 8. $\frac{-57}{133} = \frac{-3}{7} = \frac{-6}{14} = \frac{-9}{21} = \frac{-12}{28}$

Bài 9.

a) $\frac{-18}{-30} = \frac{-18:6}{-30:6} = \frac{3}{5}$; $\frac{-39}{65} = \frac{-39:13}{65:13} = \frac{3}{5}$. Vậy: $\frac{-18}{-30} = \frac{-39}{65}$

b) $\frac{23}{99} = \frac{23 \cdot 101}{99 \cdot 101} = \frac{2323}{9999}$

c) $\frac{132639}{173451} = \frac{132639:10203}{173451:10203} = \frac{13}{17}$

d) $\frac{16515}{20919} = \frac{16515:1101}{20919:1101} = \frac{15}{19}$

Bài 10.

a) $\frac{-12}{15} = \frac{-12:3}{15:3} = \frac{-4}{5}$ và $\frac{8}{-10} = \frac{8:(-2)}{-10:(-2)} = \frac{-4}{5}$. Vậy: $\frac{-12}{15} = \frac{8}{-10}$

b) $\frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$ và $\frac{-18}{-30} = \frac{-18:(-6)}{-30:(-6)} = \frac{3}{5}$. Vậy: $\frac{15}{20} \neq \frac{-18}{-30}$

c) $\frac{1234}{12341234} = \frac{1234:1234}{12341234:1234} = \frac{1}{10001}$ và $\frac{5678}{56785678} = \frac{5678:5678}{56785678:5678} = \frac{1}{10001}$

Vậy: $\frac{1234}{12341234} = \frac{5678}{56785678}$

Bài 11.

Phần của Lan: $\frac{4}{12} = \frac{4:4}{12:4} = \frac{1}{3}$ (chiếc bánh)

Phần của Huệ: $\frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$ (chiếc bánh)

Suy ra: $\frac{4}{12}$ (chiếc bánh) = $\frac{3}{9}$ (chiếc bánh). Vậy Lan nói đúng.

Bài 12.

Thời gian để An làm xong bài toán là: $\frac{5}{60} = \frac{5:5}{60:5} = \frac{1}{12}$ (giờ)

Thời gian để Bình làm xong bài toán là: $\frac{3}{30} = \frac{3:3}{30:3} = \frac{1}{10}$ (giờ)

Suy ra: $\frac{5}{60}$ (giờ) \neq $\frac{3}{30}$ (giờ). Vậy hai bạn không làm xong cùng một lúc.

PHẦN IV: RÚT GỌN PHÂN SỐ**Bài 1.** Ta có:

$$ƯCLN(-5,36) = ƯCLN(5,36) = 1$$

$$ƯCLN(42,30) = 6$$

$$ƯCLN(-18,43) = ƯCLN(18,43) = 1$$

$$ƯCLN(-7,118) = ƯCLN(7,118) = 1$$

$$ƯCLN(-15,132) = ƯCLN(15,132) = 3$$

Vậy các phân số tối giản là: $\frac{-5}{36}$; $\frac{-18}{43}$; $\frac{-7}{118}$

Bài 2. Ta có:

$$ƯCLN(-87,121) = ƯCLN(87,121) = 1$$

$$ƯCLN(235,216) = 1$$

$$ƯCLN(-808,303) = ƯCLN(808,303) = 101$$

$$ƯCLN(204,37) = 1$$

$$ƯCLN(49,707) = 7$$

$$ƯCLN(421,67) = 1$$

$$ƯCLN(49,707) = 7$$

Vậy các phân số tối giản là: $\frac{-87}{121}$; $\frac{235}{216}$; $\frac{204}{37}$; $\frac{421}{67}$

Bài 3.

$$\text{a) } \frac{4.7}{9.32} = \frac{4.7}{9.8.4} = \frac{7}{72}$$

$$\text{b) } \frac{3.21}{14.15} = \frac{3.7.3}{7.2.3.5} = \frac{3}{10}$$

$$\text{c) } \frac{5.2.13}{26.35} = \frac{5.2.13}{13.2.7.5} = \frac{1}{7}$$

Bài 4. $\frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$; $\frac{198}{126} = \frac{11}{7}$; $\frac{3}{243} = \frac{1}{81}$; $\frac{103}{3090} = \frac{1}{30}$

Bài 5.

a) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{2^{3-2} \cdot 3^{4-2}}{5} = \frac{18}{5}$ b) $\frac{2^4 \cdot 5^2 \cdot 11^2 \cdot 7}{2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11} = \frac{22}{35}$

c) $\frac{121 \cdot 75 \cdot 130 \cdot 169}{39 \cdot 60 \cdot 11 \cdot 198} = \frac{11^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 13^2}{3 \cdot 13 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 3^2} = \frac{11 \cdot 5^2 \cdot 13^2}{2^2 \cdot 3^3}$

d)

$$\frac{2023 \cdot 2022 + 4046}{2024 \cdot 2021 - 4044} = \frac{(2021 - 2) \cdot 2022 + 4046}{(2022 + 2) \cdot 2021 - 4044} = \frac{2021 \cdot 2022 - 4044 + 3978}{2021 \cdot 2022 + 4042 - 4044} = \frac{2021 \cdot 2022 - 2}{2021 \cdot 2022 - 2} = 1$$

Bài 6.

a) $\frac{-22}{55} = \frac{-22 : 11}{55 : 11} = \frac{-2}{5}$; $\frac{-26}{65} = \frac{-26 : 13}{65 : 13} = \frac{-2}{5}$. Vậy: $\frac{-22}{55} = \frac{-26}{65}$

b) $\frac{114}{122} = \frac{57 \cdot 2}{61 \cdot 2} = \frac{57}{61}$; $\frac{5757}{6161} = \frac{57 \cdot 101}{61 \cdot 101} = \frac{57}{61}$. Vậy: $\frac{114}{122} = \frac{5757}{6161}$

c) $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} \cdot \frac{101}{101} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$; $\frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} \cdot \frac{10101}{10101} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$. Vậy: $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$

Bài 7. $\frac{8}{18} = \frac{-12}{-27}$; $\frac{-35}{14} = \frac{-5}{2}$; $\frac{88}{56} = \frac{11}{7}$

Bài 8. a) 30 phút = $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ (h)

b) 25 phút = $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ (h)

c) 100 phút = $\frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ (h)

d) 135 phút = $\frac{135}{60} = \frac{27}{12}$ (h)

Bài 9.

a) 185 cm = $\frac{185}{100} = \frac{37}{10}$ (m)

b) 65 dm = $\frac{65}{10} = \frac{13}{2}$ (m)

c) 150 dm = $\frac{150}{100} = \frac{3}{2}$ (m)

d) 432 cm = $\frac{432}{100} = \frac{108}{25}$ (m)

Bài 10.

a) Ta có $\frac{a}{74} = \frac{a}{37 \cdot 2}$ là phân số tối giản khi a là số nguyên tố khác 2 và 37

b) $\frac{b}{225} = \frac{b}{3^2 \cdot 5^2}$ là phân số tối giản khi b là số nguyên tố khác 3 và 5

c) Gọi $ƯCLN(3n+1;3n)=d$ thì $\begin{cases} 3n+1:d \\ 3n:d \end{cases}$

Suy ra: $3n+1-3n:d$ hay $1:d$. Vậy: $d=1$

Vậy: $ƯCLN(3n+1;3n)=1$

Vậy $\frac{3n}{3n+1}$ ($n \in N$) là phân số tối giản (vì tử và mẫu là hai số nguyên tố cùng nhau)

Bài 11.

Tổng số phần bằng nhau là 12. Tổng của tử và mẫu bằng 4812

Do đó tử số bằng $4811:12.5 = 2005$. Mẫu số bằng $4812:12.7 = 2807$

Vậy: Số học sinh nam là 2807 học sinh. Số học sinh nữ là 2005 học sinh.

Bài 12. Ta có: $\frac{200}{520} = \frac{5}{13}$

Tổng số phần bằng nhau của chiều dài và chiều rộng là: $5+3=8$ (phần).

Tổng của chiều rộng và chiều dài là 306 m. Do đó:

Chiều rộng là: $306:8.5 = 85$ (m).

Chiều dài là: $306:8.13 = 221$ (m).

Diện tích khu đất là: $85.221 = 18785$ (m^2)

Bài 13.

a) Để A là phân số tối giản thì $ƯCLN(n+1,n)=1$.

Gọi $ƯCLN(n+1,n)=d$. Ta có $n+1:d; n:d$

Suy ra: $(n+1)-n:d$ thì $1:d$ hay $d=1$.

Vậy với mọi $n \in Z$ thì A là phân số tối giản.

Cách khác có $n+1$ và n là hai số nguyên liên tiếp. Vậy $ƯCLN(n+1,n)=1$.

b) Vậy với mọi $n \in Z$ thì B là phân số tối giản.

Bài 14. Rút gọn phân số $\frac{198}{234} = \frac{11}{13}$

Gọi tử và mẫu của phân số cần tìm lần lượt là a và b .

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{11}{13}$ và $a+b = -72$

Suy ra: $a=11k; b=13k$ và $11k+13k = -72 \Rightarrow k = -3$

Vậy $a = -33; b = -39$.

BÀI 24. SO SÁNH PHÂN SỐ. HỒ SỔ DƯƠNG**VD 1.1.**

a) $\frac{-12}{17} < \frac{-11}{17} < \frac{-10}{17} < \frac{-9}{17} < \frac{-8}{17}$

b) $\frac{5}{11} < \frac{6}{11} < \frac{7}{11} < \frac{8}{11} < \frac{9}{11}$.

VD 1.2.

a) $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4} < \frac{3}{2}$

c) $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} < \frac{3}{5}$

d) $\frac{7}{3} > \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{-7}{3} < \frac{-7}{4}$.

VD 2.1.

a) Có $\frac{12}{36} < \frac{11}{36} < \frac{10}{36} < \frac{9}{36}$ thì $\frac{1}{3} < \frac{11}{36} < \frac{5}{18} < \frac{1}{4}$

b) Có $\frac{-12}{24} < \frac{-11}{24} < \frac{-10}{24} < \frac{-9}{24}$ thì $\frac{-1}{2} < \frac{-11}{24} < \frac{-5}{12} < \frac{-3}{8}$

VD 2.2.

a) Có $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ thì $\frac{2}{6} < \frac{5}{6}$. Vậy: $\frac{1}{3} < \frac{5}{6}$.

b) Có $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$; $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ thì $\frac{28}{35} > \frac{15}{35}$. Vậy: $\frac{4}{5} > \frac{3}{7}$.

c) Có $\frac{-3}{11} = \frac{-39}{143}$; $\frac{-4}{13} = \frac{-44}{143}$ thì $\frac{-39}{143} > \frac{-44}{143}$. Vậy: $\frac{-3}{11} > \frac{-4}{13}$.

d) Có $\frac{-63}{70} = \frac{-9}{10}$ mà $\frac{-9}{10} = \frac{-27}{30}$; $\frac{-5}{6} = \frac{-25}{30}$. Vậy: $\frac{-5}{6} > \frac{-63}{70}$

VD 2.3. So sánh hai phân số bằng cách so sánh phần bù (hoặc phần hơn) với 1.

a) Ta có: $1 - \frac{26}{27} = \frac{1}{27}$; $1 - \frac{96}{97} = \frac{1}{97}$. Vì $\frac{1}{27} > \frac{1}{97}$ nên $\frac{26}{27} < \frac{96}{97}$.

b) Ta có: $1 - \frac{102}{103} = \frac{1}{103}$; $1 - \frac{103}{105} = \frac{2}{105}$. Vì $\frac{1}{103} = \frac{2}{206} < \frac{2}{105}$ nên $\frac{102}{103} > \frac{103}{105}$.

c) Ta có: $\frac{2017}{2016} = 1 + \frac{1}{2016}$; $\frac{2019}{2018} = 1 + \frac{1}{2018}$. Vì $\frac{1}{2016} > \frac{1}{2018}$ nên $\frac{2017}{2016} > \frac{2019}{2018}$.

d) Ta có: $\frac{73}{64} = 1 + \frac{9}{64}$; $\frac{51}{45} = 1 + \frac{6}{45}$. Vì $\frac{9}{64} = \frac{18}{128} > \frac{6}{45} = \frac{18}{135}$ nên $\frac{73}{64} > \frac{51}{45}$.

VD 2.4. So sánh hai phân số bằng cách dùng số trung gian

a) Có $\frac{16}{-19} < 0; \frac{15}{17} > 0$. Vậy: $\frac{16}{-19} < \frac{15}{17}$.

b) Có $\frac{419}{-723} < 0; \frac{-697}{-313} > 0$. Vậy: $\frac{419}{-723} < \frac{-697}{-313}$.

c) Có $\frac{311}{256} > 1; \frac{199}{203} > 1$. Vậy: $\frac{311}{256} > \frac{199}{203}$.

d) Có $\frac{30}{235} = \frac{6}{47}; \frac{8}{63} = \frac{168}{1323}$ mà $\frac{6}{47} > \frac{6}{48} = \frac{1}{8} = \frac{8}{64} > \frac{8}{63}$. Vậy: $\frac{30}{235} > \frac{168}{1323}$.

e) Có $\frac{19}{60} < \frac{20}{60} = \frac{30}{90} < \frac{31}{90}$. Vậy: $\frac{19}{60} < \frac{31}{90}$.

f) Có $\frac{15}{23} > \frac{14}{23} = \frac{70}{115} > \frac{70}{117}$. Vậy: $\frac{15}{23} > \frac{70}{117}$.

VD 2.5.

a) Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a(b+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+am}{b^2+bm}$; $\frac{a+m}{b+m} = \frac{b(a+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+bm}{b^2+bm}$

Vì $\frac{a}{b} < 1 \Rightarrow a < b \Rightarrow ab+am < ab+bm$. Từ đó ta thu được $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$.

b) Áp dụng câu a) Ta có $\frac{437}{564} < \frac{437+9}{564+9} = \frac{446}{573}$.

VD 2.6. Do $A = \frac{98^{99}+1}{98^{89}+1} > 1$ nên

$$A = \frac{98^{99}+1}{98^{89}+1} > \frac{98^{99}+1+97}{98^{89}+1+97} = \frac{98(98^{98}+1)}{98(98^{88}+1)} = \frac{98^{98}+1}{98^{88}+1} = B$$

Vậy $A > B$.

VD 2.7. Ta có: $\left(\frac{1}{243}\right)^9 = \left(\frac{1}{3^4}\right)^9 = \frac{1}{3^{36}}$; $\left(\frac{1}{83}\right)^{13} < \left(\frac{1}{81}\right)^{13} = \left(\frac{1}{3^4}\right)^{13} = \frac{1}{3^{52}}$

Mà $\frac{1}{3^{36}} < \frac{1}{3^{42}} \Rightarrow \left(\frac{1}{81}\right)^{13} < \left(\frac{1}{243}\right)^9$. Vậy $\left(\frac{1}{83}\right)^{13} < \left(\frac{1}{243}\right)^9$.

VD 3.1. Tìm số nguyên x thỏa mãn:

a) $x \in \{2; 3\}$.

b) $x \in \{-10; -9\}$.

c) Vì $\frac{3}{7} < \frac{x}{21} < \frac{2}{3}$ thì $\frac{9}{21} < \frac{x}{21} < \frac{14}{21}$ suy ra: $x \in \{10; 11; 12; 13\}$.

d) Vì $\frac{-67}{21} < \frac{x}{168} < \frac{-3}{8}$ nên $\frac{-536}{168} < \frac{x}{168} < \frac{-63}{168}$ suy ra: $x \in \{-535; -564; \dots; -65; -64\}$.

VD 3.2.

a) $x \in \{4; 3\}$.

b) Có $\frac{19}{-23} < \frac{-19}{x} < \frac{19}{-29}$ thì $\frac{-19}{23} < \frac{-19}{x} < \frac{-19}{29}$. Suy ra: $x \in \{24; 25; 26; 27; 28\}$.

c) Có $\frac{2}{3} < \frac{88}{x} < \frac{11}{16}$ thì $\frac{88}{132} < \frac{88}{x} < \frac{88}{128}$. Suy ra: $x \in \{131; 130; 129\}$.

d) Có $\frac{3}{-7} < \frac{-60}{x} < \frac{-15}{37}$ thì $\frac{-60}{140} < \frac{-60}{x} < \frac{-60}{148}$. Suy ra: $x \in \{141; \dots; 147\}$.

VD 4.1.

a) Ta có: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12} < \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$. Vậy: $\frac{3}{4}h < \frac{5}{6}h$.

b) Ta có: $1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$; $1 - \frac{13}{14} = \frac{1}{14}$ mà $\frac{1}{9} > \frac{1}{14}$ thì $\frac{8}{9} < \frac{13}{14}$. Vậy: $\frac{8}{9}m < \frac{13}{14}m$.

c) Ta có: $\frac{6}{7} < 1 < \frac{11}{10}$. Vậy: $\frac{6}{7}kg < \frac{11}{10}kg$

d) Ta có: $\frac{8}{15} = \frac{80}{150} < \frac{80}{136} = \frac{10}{17}$. Vậy: $\frac{8}{15}dm^2 < \frac{10}{17}dm^2$.

VD 4.2.

a) Có $36ph = \frac{3}{5}h$ mà $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$. Vậy: $\frac{2}{5}h < 36ph$

b) Có $7dm = \frac{7}{10}m$ mà $\frac{7}{10} < \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Vậy: $7dm < \frac{4}{5}m$.

c) Có $400g = \frac{2}{5}kg$ mà $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$. Vậy: $400g > \frac{2}{7}kg$

d) Có $75dm^2 = \frac{3}{4}m^2$. Vậy: $\frac{2500}{6}m^2 > 75dm^2$

IV. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1.**

a) Vì $\frac{23}{21} > 1 > \frac{21}{23}$. Vậy: $\frac{23}{21} > \frac{21}{23}$

b) Vì $\frac{311}{256} > 1 > \frac{199}{203}$. Vậy: $\frac{311}{256} > \frac{199}{203}$

c) Vì $\frac{-15}{-17} > 0 > \frac{16}{-19}$. Vậy: $\frac{-15}{-17} > \frac{16}{-19}$.

Bài 2.

a) $\frac{13}{21} = \frac{26}{42}; \frac{9}{14} = \frac{27}{42}$. Do $\frac{26}{42} < \frac{27}{42}$. Vậy: $\frac{13}{21} < \frac{9}{14}$.

b) $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}; \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Do $\frac{9}{6} > \frac{4}{6} > \frac{1}{6}$. Vậy: $\frac{3}{2} > \frac{2}{3} > \frac{1}{6}$.

c) $\frac{13}{57} = \frac{26}{114}; \frac{29}{38} = \frac{87}{114}$. Do $\frac{26}{114} < \frac{87}{114}$. Vậy: $\frac{13}{57} < \frac{29}{38}$.

Bài 3. Ta có $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}; \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Ba phân số lớn hơn $\frac{1}{5}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{3}{5}$ là: $\frac{3}{10}; \frac{4}{10}; \frac{5}{10}$ hay $\frac{3}{10}; \frac{2}{5}; \frac{1}{2}$.

Bài 4. Ta có $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}; \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Các phân số cần tìm là: $\frac{15}{34}; \frac{15}{33}; \dots; \frac{15}{25}$.

Bài 5. Ta có:

$$\frac{x}{9} < \frac{7}{x} < \frac{x}{6} \Leftrightarrow \frac{6x^2}{54x} < \frac{378}{54x} < \frac{9x^2}{54x} \Leftrightarrow 6x^2 < 378 < 9x^2 \Leftrightarrow 42 < x^2 < 63 \Rightarrow x = 7$$

Bài 6. Ta có $\frac{a+m}{b+m} = \frac{(a+m).b}{(b+m).b} = \frac{ab+mb}{(b+m).b}; \frac{a}{b} = \frac{a(b+m)}{(b+m).b} = \frac{ab+am}{(b+m).b}$.

Do $a > b$ thì $ab+mb > ab+am$. Vậy: $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$.

Bài 7. Ta có $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{n-n+1}{(n-1)n} = \frac{1}{n^2-n}$.

Do $n^2-n < n^2$ thì $\frac{1}{n^2-n} > \frac{1}{n^2}$ hay $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} > \frac{1}{n^2}$

Tương tự $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{(n+1)n} = \frac{1}{n^2+n}$.

Do $n^2+n > n^2$ thì $\frac{1}{n^2+n} < \frac{1}{n^2}$ hay $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n^2}$. Vậy: $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} > \frac{1}{n^2} > \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

Bài 8.

$$a) \frac{-17}{19} < \frac{\boxed{-16}}{19} < \frac{\boxed{-15}}{19} < \frac{\boxed{-14}}{19} < \frac{-12}{19}$$

$$b) \frac{5}{17} > \frac{\boxed{4}}{17} > \frac{\boxed{3}}{17} > \frac{\boxed{2}}{17} > \frac{\boxed{1}}{17}.$$

Bài 9.

$$a) \text{Ta có: } \frac{-17}{16} = \frac{-17 \cdot 17}{16 \cdot 17} = \frac{-17^2}{16 \cdot 17}; \quad \frac{-16}{17} = \frac{-16 \cdot 16}{17 \cdot 16} = \frac{-16^2}{16 \cdot 17}$$

$$\text{Vì } \frac{-17^2}{16 \cdot 17} < \frac{-16^2}{16 \cdot 17} \text{ nên } \frac{-17}{16} < \frac{-16}{17}.$$

$$b) \text{Vì } \frac{-3}{7} = \frac{(-3) \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{-24}{56} = \frac{24}{-56} \text{ nên } \frac{-3}{7} = \frac{24}{-56}.$$

$$c) \text{Vì } \frac{4}{-6} = \frac{-28}{42} = \frac{-14}{21} \text{ nên } \frac{4}{-6} = \frac{-14}{21}.$$

$$d) \text{Ta có: } \frac{-5}{11} = \frac{-30}{66}; \quad \frac{29}{-66} = \frac{-29}{66}. \text{ Vì } \frac{-30}{66} < \frac{-29}{66} \text{ nên } \frac{-5}{11} < \frac{29}{-66}.$$

$$e) \text{Ta có: } \frac{-13}{28} = \frac{-91}{196}. \text{ Vì } \frac{-91}{196} > \frac{-91}{159} \text{ nên } \frac{-13}{28} > \frac{-91}{159}.$$

$$f) \text{Vì } \frac{-19}{7} < 0 \text{ và } 0 < \frac{1}{6} \text{ nên } \frac{-19}{7} < \frac{1}{6}$$

Bài 10.

$$a) \text{Ta có: } \frac{333}{444} = \frac{333:111}{444:111} = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } \frac{3}{4} = \frac{333}{444}.$$

$$b) \text{Ta có: } \frac{-1212}{2323} = \frac{(-1212):101}{2323:101} = \frac{-12}{23}. \text{ Vậy } \frac{-1212}{2323} = \frac{-12}{23}.$$

$$c) \text{Ta có: } \frac{1717}{1919} = \frac{1717:101}{1919:101} = \frac{17}{19}. \text{ Vậy } \frac{1717}{1919} = \frac{17}{19}.$$

$$d) \text{Vì } \frac{-43}{47} < 0 \text{ và } 0 < \frac{4343}{4745} \text{ nên } \frac{-43}{47} < \frac{4343}{4745}$$

$$e) \text{Vì } 179 < 197 \text{ thì } \frac{179}{197} < 1; \text{ Vì } 971 > 917 \text{ thì } 1 < \frac{971}{917}. \text{ Nên } \frac{179}{197} < \frac{971}{917}$$

$$f) \text{Ta có: } \frac{173451}{214263} = \frac{17}{21} = \frac{1411}{1743}; \quad \frac{79}{83} = \frac{1659}{1743}$$

$$\text{Vì } \frac{1411}{1743} < \frac{1659}{1743} \text{ nên } \frac{173451}{214263} < \frac{79}{83}.$$

Bài 11.

a) $A = \left\{ \frac{-6}{8}; \frac{-5}{8}; \frac{-4}{8}; \frac{-3}{8}; \frac{-2}{8} \right\}$

b) $B = \left\{ \frac{3}{23}; \frac{3}{22} \right\}$

c) $C = \left\{ \frac{-17}{21}; \frac{-16}{21} \right\}$

d) $D = \left\{ \frac{-11}{21}; \frac{-10}{21} \right\}$.

Bài 12.

a) Ta có: $\frac{189}{1297} < \frac{189}{1136}$ vì $1297 > 1136$. Mà $\frac{189}{1136} < \frac{317}{1136}$ vì $189 < 317$. Vậy:

$$\frac{189}{1297} < \frac{317}{1136}.$$

b) Ta có: $\frac{189}{1297} < \frac{189}{1136}$ vì $1297 > 1136$ Mà $\frac{189}{1136} < \frac{317}{1136}$ vì $189 < 317$. Vậy:

$$\frac{189}{1297} < \frac{317}{1136}.$$

c) Ta có: $\frac{497}{1870} < \frac{497}{1869}$ vì $1870 > 1869$. Mà $\frac{213}{1870} < \frac{497}{1870}$ vì $213 < 497$. Vậy:

$$\frac{213}{1870} < \frac{497}{1869}.$$

d) Ta có: $\frac{-517}{2339} > \frac{-672}{2339}$ vì $-517 > -672$. Mà $\frac{-672}{2339} > \frac{-672}{2341}$ vì $2339 < 2341$. Vậy:

$$\frac{-517}{2339} > \frac{-672}{2341}.$$

Bài 13. Ta có: $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $b > 0, d > 0$.

a) Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$. Vậy: $ad = bc$.

Ngược lại: $ad = bc$ thì $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$. Vậy: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

b) Ta có: $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} > \frac{bc}{bd}$ (vì $b > 0, d > 0$). Suy ra: $ad > bc$.

Ngược lại: $ad > bc$ thì $\frac{ad}{bd} > \frac{bc}{bd}$ (vì $bd > 0$). Suy ra: $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ (đpcm).

c) Ta có: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd}$ (vì $b > 0, d > 0$). Suy ra: $ad < bc$

Ngược lại: $ad < bc$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd}$ (vì $bd > 0$). Vậy: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ (đpcm).

Bài 14.

$$\left. \begin{array}{l} 73.17 = 1241 \\ \text{a) Ta có: } 129.15 = 1935 \\ 1241 < 1935 \end{array} \right\} \text{ suy ra: } 73.17 < 129.15 . \text{ Vậy: } \frac{73}{129} < \frac{15}{17} .$$

$$\left. \begin{array}{l} 46.10 = 460 \\ \text{b) Ta có: } 123.3 = 369 \\ 460 > 369 \end{array} \right\} \text{ suy ra: } 46.10 > 123.3 \text{ thì } \frac{46}{123} > \frac{3}{10} . \text{ Vậy: } \frac{-46}{123} < \frac{-3}{10}$$

$$\left. \begin{array}{l} 24.35 = 840 \\ \text{c) Ta có: } 59.17 = 1003 \\ 840 < 1003 \end{array} \right\} \text{ suy ra: } 24.35 < 59.17 . \text{ Vậy: } \frac{24}{59} < \frac{17}{35}$$

$$\left. \begin{array}{l} 147.7 = 1029 \\ \text{d) Ta có: } 213.5 = 1065 \\ 1029 < 1065 \end{array} \right\} \text{ suy ra: } 147.7 < 213.5 \text{ thì } \frac{147}{213} < \frac{5}{7} . \text{ Vậy: } \frac{-147}{213} > \frac{-5}{7}$$

Bài 15.

a) Ta có: $\frac{x}{15} < \frac{5}{x}$ thì $x.x < 15.5$ hay $x^2 < 75$.

Lại có $\frac{5}{x} < \frac{x}{8}$ thì $5.8 < x.x$ hay $40 < x^2$

Suy ra $40 < x^2 < 75$ thì $x^2 \in \{49; 64\}$ mà $x > 0$. Suy ra : $x \in \{7; 8\}$.

Vậy: $x \in \{7; 8\}$.

b) Ta có $\frac{x}{23} < \frac{4}{x}$ thì $x.x < 4.23$ hay $x^2 < 92$.

Lại có $\frac{4}{x} < \frac{x}{13}$ thì $x.x > 4.13$ hay $52 < x^2$

Suy ra $52 < x^2 < 92$ thì $x^2 \in \{64; 81\}$ mà $x > 0$. Suy ra: $x \in \{8; 9\}$.

Vậy: $x \in \{8; 9\}$.

Bài 16.

Gọi phân số ban đầu là: $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Nếu $n=0$ thì ta luôn được phân số mới bằng phân số ban đầu. Khi n là số dương. Ta có:

Trường hợp 1: Khi $a = b$ thì $\frac{a+n}{a+n} = 1$. Vậy ta được phân số mới bằng phân số ban đầu.

Trường hợp 2: Khi $a > b$ thì $a.n > b.n$ hay $ab + a.n > ab + b.n$.

Suy ra: $a.(b+n) > b(a+n)$ hay $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$. Vậy ta được phân số bé hơn phân số ban đầu.

Trường hợp 3: Khi $a < b$ thì $a.n < b.n$ hay $ab + a.n < ab + b.n$.

Suy ra: $a.(b+n) < b(a+n)$ hay $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$. Vậy ta được phân số lớn hơn phân số ban đầu.

Bài 17.

$$\begin{aligned} \text{a) Có } A = \frac{17^{21} + 3}{17^{22} + 3} \quad \text{thì} \quad 17A &= \frac{17^{22} + 51}{17^{22} + 3} \\ 17A &= \frac{17^{22} + 3}{17^{22} + 3} + \frac{48}{17^{22} + 3} \\ 17A &= 1 + \frac{48}{17^{22} + 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Có } B = \frac{17^{20} + 3}{17^{21} + 3} \quad \text{thì} \quad 17B &= \frac{17^{21} + 51}{17^{21} + 3} \\ 17B &= \frac{17^{21} + 3}{17^{21} + 3} + \frac{48}{17^{21} + 3} \\ 17B &= 1 + \frac{48}{17^{21} + 3} \end{aligned}$$

Ta có: $17^{21} < 17^{22}$

$$17^{21} + 3 < 17^{22} + 3$$

$$\frac{48}{17^{21} + 3} > \frac{48}{17^{22} + 3}$$

$$1 + \frac{48}{17^{21} + 3} > 1 + \frac{48}{17^{22} + 3}$$

$$17B > 17A$$

Suy ra: $B > A$

$$\begin{aligned} \text{b) Có } C = \frac{10^{15} + 1}{10^{16} + 1} \quad \text{thì} \quad 10C &= \frac{10^{16} + 10}{10^{16} + 1} \\ 10C &= 1 + \frac{9}{10^{16} + 1} \end{aligned}$$

$$\text{Có } D = \frac{10^{16} + 1}{10^{17} + 1} \quad \text{thì} \quad 10D = \frac{10^{17} + 10}{10^{17} + 1}$$

$$10D = 1 + \frac{9}{10^{17} + 1}$$

Ta có: $10^{16} < 10^{17}$

$$10^{16} + 1 < 10^{17} + 1$$

$$\frac{9}{10^{16} + 1} > \frac{9}{10^{17} + 1}$$

$$1 + \frac{9}{10^{16} + 1} > 1 + \frac{1}{10^{17} + 1}$$

$$10C > 10D$$

Vậy: $C > D$.

$$\text{c) Có } E = \frac{2023^{2024} + 2}{2023^{2023} + 2} \text{ thì } \frac{1}{2023} \cdot E = \frac{1}{2023} \cdot \frac{2023^{2024} + 2}{2023^{2023} + 2}$$

$$\frac{1}{2023} E = \frac{2023^{2024} + 2}{2023^{2024} + 4046}$$

$$\frac{E}{2023} = \frac{2023^{2024} + 4046}{2023^{2024} + 4046} + \frac{2 - 4046}{2023^{2024} + 4046}$$

$$\frac{E}{2023} = 1 + \frac{-4044}{2023^{2024} + 4046}$$

$$\text{Có } F = \frac{2023^{2023} + 2}{2023^{2022} + 2} \text{ thì } \frac{1}{2023} \cdot F = \frac{1}{2023} \cdot \frac{2023^{2023} + 2}{2023^{2022} + 2}$$

$$\frac{1}{2023} \cdot F = \frac{2023^{2023} + 2}{2023^{2023} + 4046}$$

$$\frac{1}{2023} \cdot F = \frac{2023^{2023} + 4046}{2023^{2023} + 4046} + \frac{-4044}{2023^{2023} + 4046}$$

$$\frac{1}{2023} \cdot F = 1 + \frac{-4044}{2023^{2023} + 4046}$$

Ta có: $2023^{2023} < 2023^{2024}$ thì $2023^{2023} + 4046 < 2023^{2024} + 4046$

Suy ra: $\frac{-4044}{2023^{2023} + 4046} < \frac{-4044}{2023^{2024} + 4046}$ suy ra

$$1 + \frac{-4044}{2023^{2023} + 4046} < 1 + \frac{-4044}{2023^{2024} + 4046}$$

Hay $\frac{1}{2023} \cdot E < \frac{1}{2023} \cdot F$ suy ra: $E < F$

Vậy: $\left(\frac{1}{243}\right)^6$.

Bài 25. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

VD 1.1. Cộng các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\text{b) } \frac{5}{-4} + \frac{-18}{4} = \frac{-5 + (-18)}{4} = \frac{-23}{4}$$

$$\text{c) } \frac{3}{5} + \frac{-2}{7} = \frac{3 \cdot 7 + (-2) \cdot 5}{35} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

$$\text{d) } \frac{-2}{13} + \frac{-11}{26} = \frac{-2 \cdot 2 + (-11)}{26} = \frac{-15}{26}$$

$$\text{e) } \frac{15}{21} + \frac{1}{28} = \frac{15 \cdot 4 + 1 \cdot 3}{84} = \frac{63}{84} = \frac{3}{4}$$

$$\text{f) } 3 + \frac{-3}{5} = \frac{3 \cdot 5 + (-3)}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\text{g) } \frac{-1}{21} + \frac{-1}{14} = \frac{-1 \cdot 2 + (-1) \cdot 3}{42} = \frac{-5}{42}$$

$$\text{h) } \frac{-5}{12} + \frac{13}{18} = \frac{-5 \cdot 3 + 13 \cdot 2}{36} = \frac{11}{36}$$

VD 1.2. Tính các tổng sau:

$$\text{a) } 2 + \frac{8}{11} + \frac{3}{11} = \frac{2 \cdot 11 + 8 + 3}{11} = \frac{33}{11} = 3$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{30}{60} + \frac{40}{60} + \frac{45}{60} + \frac{48}{60} + \frac{50}{60} = \frac{71}{20}$$

$$\text{d) } \frac{4}{6} + \frac{27}{81} = \frac{4}{6} + \frac{2}{6} = 1$$

$$\text{e) } \frac{48}{96} + \frac{-135}{270} = \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0$$

$$\text{f) } \frac{30303}{80808} + \frac{303030}{484848} = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$$

VD 1.3.

$$\text{a) } \frac{1}{3} + \frac{3}{8} + \frac{-4}{3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{-4}{3}\right) + \frac{3}{8} = -1 + \frac{3}{8} = \frac{-5}{8}$$

$$b) \frac{-2}{15} + \frac{12}{13} + \frac{-13}{15} + \frac{-1}{13} = \left(\frac{-2}{15} + \frac{-13}{15} \right) + \left(\frac{12}{13} + \frac{-1}{13} \right) = -1 + \frac{11}{13} = \frac{-2}{13}$$

$$c) \frac{-6}{13} - \left(1 - \frac{-7}{13} \right) = \frac{-6}{13} - 1 + \frac{-7}{13} = \left(\frac{-6}{13} + \frac{-7}{13} \right) - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$d) \left(\frac{1}{9} + \frac{-5}{17} \right) + \frac{3}{6} + \left(\frac{-12}{17} + \frac{-1}{2} \right) + \frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{-5}{17} + \frac{3}{6} + \frac{-12}{17} + \frac{-1}{2} + \frac{5}{9}$$

$$= \left(\frac{-5}{17} + \frac{-12}{17} \right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \right) + \left(\frac{3}{6} + \frac{-1}{2} \right) = -1 + \frac{2}{3} + 0 = \frac{-1}{3}$$

$$e) \left(\frac{1}{4} + \frac{-5}{13} \right) + \left(\frac{2}{11} + \frac{-8}{13} + \frac{3}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{-5}{13} + \frac{2}{11} + \frac{-8}{13} + \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{-5}{13} + \frac{-8}{13} \right) + \frac{2}{11} = 1 + (-1) + \frac{2}{11} = \frac{2}{11}$$

$$f) \left(\frac{21}{31} + \frac{-16}{7} \right) + \left(\frac{44}{53} + \frac{10}{31} \right) + \frac{9}{53} = \left(\frac{21}{31} + \frac{10}{31} \right) + \left(\frac{44}{53} + \frac{9}{53} \right) + \frac{-16}{7} = 1 + 1 + \frac{-16}{7} = \frac{-2}{7}$$

VD 1.4.

$$a) \text{ Có } A = \frac{1}{45} + \frac{2}{45} + \frac{1}{15} + \frac{5}{45} + \frac{1}{9} + \frac{2}{15} + \frac{7}{45} + \frac{8}{45} + \frac{1}{5}$$

$$A = \frac{1}{45} + \frac{2}{45} + \frac{3}{45} + \frac{5}{45} + \frac{5}{45} + \frac{6}{45} + \frac{7}{45} + \frac{8}{45} + \frac{9}{45}$$

$$A = \frac{1+2+3+5+5+6+7+8+9}{45} = \frac{46}{45}$$

$$b) \text{ Có } B = \frac{1}{28} + \frac{-1}{14} + \frac{3}{28} + \frac{1}{7} + \frac{-5}{28} + \frac{3}{14} + \frac{-1}{4}$$

$$B = \frac{1}{28} + \frac{-2}{28} + \frac{3}{28} + \frac{4}{28} + \frac{-5}{28} + \frac{6}{28} + \frac{-7}{28}$$

$$B = \frac{1+(-2)+3+4+(-5)+6+(-7)}{28} = 0$$

VD 1.6.

$$a) A = \frac{-5}{7} + \frac{3}{4} + \frac{-1}{5} + \frac{-2}{7} + \frac{1}{4} = \left(\frac{-5}{7} + \frac{-2}{7} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) + \frac{-1}{5} = (-1) + 1 + \frac{-1}{5} = 0 + \frac{-1}{5} = \frac{-1}{5}.$$

$$b) B = -\frac{3}{31} + \frac{-6}{17} + \frac{1}{25} + \frac{-28}{31} + \frac{-11}{17} + \frac{-1}{5} = \left(-\frac{3}{31} + \frac{-28}{31} \right) + \left(\frac{-6}{17} + \frac{-11}{17} \right) + \left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{25} \right)$$

$$= (-1) + (-1) + \left(\frac{-4}{25} \right) = (-2) + \left(\frac{-4}{25} \right) = \frac{-54}{25}.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= \frac{-4}{12} + \frac{18}{45} + \frac{-6}{9} + \frac{-21}{35} + \frac{6}{30} = \frac{-1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{-2}{3} + \frac{-3}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \left(\frac{-1}{3} + \frac{-2}{3} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{-3}{5} + \frac{1}{5} \right) = -1 + 0 = -1 \end{aligned}$$

VD 2.1.

$$\text{a) } x = \frac{2}{3} + \frac{-6}{7}$$

$$x = \frac{14}{21} + \frac{-18}{21}$$

$$x = \frac{-4}{21}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{-4}{21}.$$

$$\text{b) } \frac{x}{6} = \frac{-7}{12} + \frac{-1}{4}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{-5}{6}$$

$$x = -5$$

$$\text{Vậy: } x = -5.$$

$$\text{c) } \frac{-11}{8} + \frac{-13}{6} = \frac{85}{x}$$

$$\frac{85}{x} = \frac{-85}{24}$$

$$\frac{85}{x} = \frac{85}{-24}$$

$$x = -24.$$

$$\text{Vậy: } x = -24.$$

VD 2.2.

$$\text{a) } x - \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \frac{-5}{9}$$

$$x - \frac{1}{3} = \frac{-4}{9}$$

$$x = \frac{1}{3} + \frac{-4}{9}$$

$$x = \frac{-1}{9}.$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{-1}{9}.$$

$$\text{b) } \frac{-5}{12} + \frac{x-2}{-4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2-x}{4} = \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

$$\frac{2-x}{4} = \frac{3}{4}$$

$$2-x=3$$

$$x=-1.$$

$$\text{Vậy: } x = -1.$$

$$\text{c) } \frac{5}{x-1} + \frac{4}{x-1} = \frac{-3}{7}$$

$$\frac{9}{x-1} = \frac{-3}{7}$$

$$x-1 = -21$$

$$x = -20.$$

$$\text{Vậy: } x = -20.$$

VD 2.3. Tìm các số nguyên x biết

$$\text{a) Ta có } \frac{-5}{19} + \frac{3}{19} < \frac{x}{19} \leq \frac{13}{19} + \frac{-11}{19} \Rightarrow \frac{-2}{19} < \frac{x}{19} \leq \frac{2}{19} \Rightarrow -2 < x \leq 2. \text{ Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên}$$

$$x \in \{-1; 0; 1; 2\}.$$

$$\text{b) Ta có } \frac{5}{3} + \frac{-14}{3} < x < \frac{8}{5} + \frac{18}{10} \Rightarrow \frac{-9}{3} < x < \frac{17}{5} \Rightarrow -3 < x < 3,4. \text{ Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên}$$

$$x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}.$$

VD 3.1.

a) Có $\frac{2}{5} + \frac{11}{33} + \frac{3}{5} = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} < 2$

b) Có $\frac{9}{27} + \frac{12}{36} + \frac{8}{16} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6} > 1$

VD 3.2.

a) Có $\frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{22} > \frac{11}{22}$

$$\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{22}\right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{22}\right) + \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{22}\right) + \dots + \left(\frac{1}{22} - \frac{1}{22}\right) > 0$$

Vì $\frac{1}{12} > 0, \frac{1}{13} > 0, \dots, \frac{1}{21} > \frac{1}{22}$ nên $\frac{1}{12} - \frac{1}{22} > 0, \frac{1}{13} - \frac{1}{22} > 0, \dots, \frac{1}{21} - \frac{1}{22} > 0, \frac{1}{22} - \frac{1}{22} = 0$

Suy ra $A > \frac{1}{2}$.

b) Có $\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{7}\right) + \dots + \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{7}\right) < 0$

Vì $\frac{1}{8} < \frac{1}{7}, \frac{1}{9} < \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{20} < \frac{1}{7}$ nên $\frac{1}{8} - \frac{1}{7} < 0, \frac{1}{9} - \frac{1}{7} < 0, \frac{1}{10} - \frac{1}{7} < 0, \dots, \frac{1}{19} - \frac{1}{7} < 0, \frac{1}{20} - \frac{1}{7} < 0$

Vậy $B < 0$.

c) Có $C = \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{20}\right) + \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{30}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{100}\right)$

$$C > \frac{1}{10} + \frac{10}{20} + \frac{10}{30} + \dots + \frac{10}{100} > \frac{10}{20} + \frac{10}{30} + \frac{10}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

VD 3.3. Có $A - B = 40 + \frac{3}{8} + \frac{7}{8^2} + \frac{5}{8^3} + \frac{32}{8^5} - \left(\frac{24}{8^2} + 40 + \frac{5}{8^2} + \frac{40}{8^4} + \frac{5}{8^4}\right)$

$$= 40 + \frac{3}{8} + \frac{7}{8^2} + \frac{5}{8^3} + \frac{32}{8^5} - \frac{24}{8^2} - 40 - \frac{5}{8^2} - \frac{40}{8^4} - \frac{5}{8^4}$$

$$= (40 - 40) + \left(\frac{3}{8} - \frac{24}{8^2}\right) + \left(\frac{7}{8^2} - \frac{5}{8^2}\right) + \left(\frac{5}{8^3} - \frac{40}{8^4}\right) + \left(\frac{32}{8^5} - \frac{5}{8^4}\right)$$

$$= 0 + 0 + \frac{2}{8^2} + 0 + \left(\frac{-1}{8^4}\right) = \frac{1}{8^4} > 0$$

Suy ra: $A - B > 0$. Vậy: $A > B$.

VD 4.1. Trong 3 giờ người đi xe máy đạp đi được $\frac{3}{5}$ quãng đường.

Trong 1 giờ người đi xe máy đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường.

Tổng quãng đường hai người đi là $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{11}{10}$ quãng đường.

Vì $\frac{11}{10} > 1$ nên hai người đã gặp nhau rồi.

VD 4.2. Trong 1 giờ vòi A chảy được $\frac{1}{6}$ bể, vòi B chảy được $\frac{1}{3}$ bể, vòi C chảy được $\frac{1}{2}$ bể.

Trong 1 giờ cả ba vòi chảy được $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$ bể.

Vậy cả ba vòi cùng chảy trong 1 giờ thì đầy bể.

VD 4.3.

Khi làm riêng, người thứ nhất làm trong 1 giờ được $\frac{1}{4}$ công việc.

Khi làm riêng, người thứ hai làm trong 1 giờ được $\frac{1}{3}$ công việc.

Vậy trong mỗi giờ làm chung cả hai người làm được $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$ công việc.

IV. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1.

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{5}{-8} = \frac{3}{8} + \frac{-5}{8} = \frac{3+(-5)}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{b) } \frac{-3}{7} + \frac{5}{-7} = \frac{-3}{7} + \frac{-5}{7} = \frac{(-3)+(-5)}{7} = \frac{-8}{7}$$

$$\text{c) } \frac{1}{-5} + \frac{9}{-5} = \frac{1+9}{-5} = \frac{10}{-5} = -2$$

$$\text{d) } \frac{5}{15} + \frac{-8}{24} = \frac{1}{3} + \frac{-1}{3} = \frac{1+(-1)}{3} = 0$$

$$\text{e) } \frac{7}{21} + \frac{8}{-40} = \frac{1}{3} + \frac{-1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{-3}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\text{f) } \frac{-12}{36} + \frac{-24}{40} = \frac{-1}{3} + \frac{-3}{5} = \frac{-5}{15} + \frac{-9}{15} = \frac{-14}{15}$$

$$\text{g) } -3 + \frac{10}{15} = -3 + \frac{2}{3} = \frac{-9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$\text{h) } \frac{7}{12} + \frac{13}{32} = \frac{56}{96} + \frac{39}{96} = \frac{95}{96}$$

Bài 2.

$$\text{a) } \frac{-2}{15} + \frac{12}{13} + \frac{-13}{15} + \frac{-1}{13} = \left(\frac{-2}{15} + \frac{-13}{15} \right) + \left(\frac{12}{13} + \frac{-1}{13} \right) = -1 + \frac{11}{13} = \frac{-2}{13}$$

$$b) \frac{5}{17} + \frac{-9}{15} + \frac{-2}{17} + \frac{2}{-5} = \left(\frac{5}{17} + \frac{-2}{17} \right) + \left(\frac{-3}{5} + \frac{-2}{5} \right) = \frac{3}{17} + (-1) = \frac{-14}{17}$$

$$c) \frac{4}{7} + \frac{-1}{9} + \frac{3}{7} + \frac{7}{10} + \frac{-8}{9} = \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{-1}{9} + \frac{-8}{9} \right) + \frac{7}{10} = 1 + (-1) + \frac{7}{10} = \frac{7}{10}$$

$$d) \frac{-1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{1}{-3} + \frac{4}{-5} + \frac{-5}{-8} = \left(\frac{-1}{5} + \frac{-4}{5} \right) + \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) + \frac{-1}{3} = (-1) + 1 + \frac{-1}{3} = \frac{-1}{3}$$

$$e) \frac{-6}{13} + \left(1 + \frac{-7}{13} \right) = \frac{-6}{13} + 1 + \frac{-7}{13} = \left(\frac{-6}{13} + \frac{-7}{13} \right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$f) \left(\frac{-1}{3} + \frac{5}{12} \right) + \frac{-1}{12} = \frac{-1}{3} + \frac{5}{12} + \frac{-1}{12} = \frac{-1}{3} + \left(\frac{5}{12} + \frac{-1}{12} \right) = \frac{-1}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

$$g) \frac{124}{125} + \left(\frac{-18}{15} + \frac{1}{125} \right) + \frac{3}{15} = \frac{124}{125} + \frac{-18}{15} + \frac{1}{125} + \frac{3}{15} = \left(\frac{124}{125} + \frac{1}{125} \right) + \left(\frac{-18}{15} + \frac{3}{15} \right) = 1 + (-1) = 0$$

$$h) \left(\frac{1}{9} + \frac{-5}{17} \right) + \frac{3}{6} + \left(\frac{-12}{17} + \frac{-1}{2} \right) + \frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{-5}{17} + \frac{3}{6} + \frac{-12}{17} + \frac{-1}{2} + \frac{5}{9}$$

$$= \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \right) + \left(\frac{-5}{17} + \frac{-12}{17} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} \right) = \frac{2}{3} + (-1) + 0 = \frac{-1}{3}$$

Bài 3.

a) Ta có $\frac{-4}{5} + \frac{-6}{7} = \frac{-28}{35} + \frac{-30}{35} = \frac{-58}{35} < \frac{-35}{35} = -1$. Vậy $\frac{-4}{5} + \frac{-6}{7} < -1$

b) Ta có: $\frac{1}{6} + \frac{-10}{15} = \frac{1}{6} + \frac{-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2} = \frac{-15}{30}$

$$\frac{1}{5} + \frac{-12}{36} = \frac{1}{5} + \frac{-1}{3} = \frac{3}{15} + \frac{-5}{15} = \frac{-2}{15} = \frac{-4}{30}$$

Vậy $\frac{1}{6} + \frac{-10}{15} < \frac{1}{5} + \frac{-12}{36}$

c) Ta có: $\frac{-5}{7} + \frac{-6}{8} = \frac{-5}{7} + \frac{-3}{4} = \frac{-20}{28} + \frac{-21}{28} = \frac{-41}{28} = \frac{-123}{84}$ và $\frac{-1}{3} = \frac{-28}{84}$.

Vậy $\frac{-5}{7} + \frac{-6}{8} < \frac{-28}{84}$

d) Ta có: $\frac{14}{20} + \frac{4}{-5} = \frac{7}{10} + \frac{-4}{5} = \frac{7}{10} + \frac{-8}{10} = \frac{-1}{10}$. Vậy $\frac{14}{20} + \frac{4}{-5} = \frac{-1}{10}$

Bài 4. Tìm x , biết rằng:

$$\text{a) } x = \frac{1}{4} + \frac{2}{13}$$

$$x = \frac{13}{52} + \frac{8}{52}$$

$$x = \frac{21}{52}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{21}{52}$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{-1}{7}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{14}{21} + \frac{-3}{21}$$

$$\frac{7x}{21} = \frac{11}{21}$$

$$7x = 11$$

$$x = \frac{11}{7}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{11}{7}$$

$$\text{c) } \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} = \frac{x}{70}$$

$$\frac{x}{70} = \frac{28}{70} + \frac{-30}{70}$$

$$\frac{x}{70} = \frac{-2}{70}$$

$$x = -2$$

$$\text{Vậy: } x = -2$$

$$\text{d) } \frac{1}{x} = \frac{5}{6} + \frac{-19}{30}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{25}{30} + \frac{-19}{30}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{6}{30}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$x = 5$$

$$\text{Vậy: } x = 5$$

Bài 5.

$$\text{a) } \frac{5}{3} + \frac{-14}{3} < x < \frac{8}{5} + \frac{4}{10}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{-14}{3} < x < \frac{16}{10} + \frac{4}{10}$$

$$\frac{-9}{3} < x < \frac{20}{10}$$

$$-3 < x < 2$$

$$x \in \{-2; -1; 0; 1\}$$

$$\text{Vậy: } x \in \{-2; -1; 0; 1\}$$

$$\text{b) } \frac{1}{5} + \frac{2}{35} < x < \frac{-3}{7} + \frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{35} + \frac{2}{35} < x < \frac{-15}{35} + \frac{28}{35}$$

$$\frac{9}{35} < x < \frac{13}{35}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ . Vậy: } x \in \{\emptyset\} \text{ .}$$

$$c) \frac{1}{2} + \frac{-3}{5} + \frac{1}{10} \leq x \leq \frac{8}{3} + \frac{14}{6}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{-6}{10} + \frac{1}{10} \leq x \leq \frac{16}{6} + \frac{14}{6}$$

$$0 \leq x \leq \frac{30}{6}$$

$$0 \leq x \leq 5$$

Mà $x \in Z$ thì $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy: $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

$$d) \frac{11}{3} + \frac{-19}{6} + \frac{-15}{2} \leq x \leq \frac{19}{12} + \frac{-5}{4} + \frac{-10}{3}$$

$$\frac{22}{6} + \frac{-19}{6} + \frac{-45}{6} \leq x \leq \frac{19}{12} + \frac{-15}{12} + \frac{-40}{12}$$

$$\frac{-42}{6} \leq x \leq \frac{-36}{12}$$

$$-7 \leq x \leq -3$$

Mà $x \in Z$ thì $x \in \{-7; -6; -5; -4; -3\}$

Vậy: $x \in \{-7; -6; -5; -4; -3\}$.

Bài 6.

$$a) \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \leq x \leq \frac{13}{4} + \frac{14}{8} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5 \Leftrightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$b) \frac{-5}{6} + \frac{8}{3} + \frac{29}{-6} \leq x \leq \frac{-1}{2} + 2 + \frac{5}{2} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$c) \frac{79}{15} + \frac{7}{5} + \frac{-8}{3} \leq x \leq \frac{10}{3} + \frac{15}{4} + \frac{23}{12} \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 9 \Leftrightarrow x \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$d) \frac{-2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{-1}{5} \leq x < \frac{-3}{4} + \frac{9}{7} + \frac{-1}{4} + \frac{5}{7} \Leftrightarrow \frac{-13}{30} \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in \{0; 1\}$$

$$e) \frac{5}{17} + \frac{-4}{9} + \frac{12}{17} < x \leq \frac{-3}{7} + \frac{7}{15} + \frac{4}{-7} + \frac{8}{15} + \frac{9}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{9} < x \leq 3 \Leftrightarrow x \in \{1; 2; 3\}$$

$$f) \frac{-6}{7} + \frac{-1}{60} + \frac{3}{35} < \frac{x}{35} + \frac{-1}{60} < \frac{-2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{60} \text{ thì}$$

$$\frac{-27}{35} < \frac{x}{35} < \frac{1}{35} \Rightarrow x \in \{-26; -25; -24; -23; \dots; -1; 0\}$$

Bài 7.

a) Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $1:4 = \frac{1}{4}$ (công việc).

Trong 1 giờ người thứ hai làm được $1:5 = \frac{1}{5}$ (công việc).

Trong 1 giờ cả hai người làm được $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$ (công việc).

b) Trong 1 giờ, tổ 1 sửa được số phần đoạn đường là: $\frac{1}{4}$ (đoạn đường)

Trong 1 giờ, tổ 2 sửa được số phần đoạn đường là: $\frac{1}{6}$ (đoạn đường)

Nếu cả 2 tổ cùng làm, trong 1 giờ sửa được số phần đoạn đường là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ (đoạn đường)

c) Trong cả ba giờ người đó đi được: $\frac{25}{100} + \frac{11}{48} + \frac{5}{24} = \frac{33}{48}$ phần quãng đường

d) Trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{5}$ công việc, người thứ hai làm được $\frac{1}{4}$ công việc, người thứ ba làm được $\frac{1}{6}$ công việc.

Vậy nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được: $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{37}{60}$ công việc.

Bài 8. Ta có: $\frac{-1}{7} = \frac{-3}{21}$; $\frac{-1}{8} = \frac{-3}{24}$

Tổng các phân số lớn hơn $\frac{-1}{7}$, nhỏ hơn $\frac{-1}{8}$ và có tử là -3 là: $\frac{-3}{22} + \frac{-3}{23} = \frac{-135}{506}$

Bài 9.

a) Ta có: $\frac{-1}{5} + \frac{4}{-5} = -1 < 1$ nên $\frac{-1}{5} + \frac{4}{-5} < 1$

b) Ta có: $\frac{2}{3} + \frac{-1}{5} = \frac{7}{15}$; $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ mà $\frac{7}{15} < \frac{9}{15}$ nên $\frac{3}{5} > \frac{2}{3} + \frac{-1}{5}$

c) Ta có: $\frac{3}{2} + \frac{-4}{3} = \frac{1}{6}$; $\frac{1}{10} + \frac{-4}{5} = \frac{-7}{10}$ mà $\frac{1}{6} > \frac{-7}{10}$ nên $\frac{3}{2} + \frac{-4}{3} > \frac{1}{10} + \frac{-4}{5}$

d) Ta có: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{29}{20} < 2$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} < 2$

Bài 10.

a) Ta có: $A = \frac{2017}{2018} + \frac{2018}{2019} > \frac{2017}{2019} + \frac{2018}{2019} = \frac{2017+2018}{2019}$

Mà $\frac{2017+2018}{2019} > \frac{2017+2018}{2018+2019} = B$. Vậy $A > B$

b) Ta có: $A = \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2020} > \frac{2018}{2020} + \frac{2019}{2020} = \frac{2018+2019}{2020} > \frac{2018+2019}{2019+2020} = B$. Vậy

$A > B$

Bài 11.

Lấy 4 quả táo, mỗi quả chia đôi được 8 phần, mỗi phần là $\frac{1}{2}$ quả táo.

Lấy 2 quả táo, mỗi quả chia đôi được 4 phần được 8 phần, mỗi phần là $\frac{1}{4}$ quả táo.

Lấy quả cuối cùng chia làm 8 phần. Như vậy mỗi em bé được 3 phần tổng cộng là $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ (quả táo).

Bài 12. Ta có $\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a} = \frac{a^2 + b^2 + a + b}{ab}$ có giá trị là số tự nhiên thì

$$a^2 + b^2 + a + b : ab$$

Lại có ƯCLN(a, b) = d thì $a : d; b : d$. Vậy: $a^2; b^2; ab$ đều chia hết cho d^2 .

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + a + b : d^2 \Rightarrow a + b : d^2 \Rightarrow a + b \geq d^2 \text{ (đpcm)}$$

Bài 13.

a) Có

$$A = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} \right) + \left(\frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right)$$

$$\text{Đặt } A_1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90}; A_2 = \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{10} > \frac{1}{90}; \frac{1}{11} > \frac{1}{90}; \frac{1}{12} > \frac{1}{90}; \dots; \frac{1}{89} > \frac{1}{90}$$

$$A_1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} > 81 \cdot \frac{1}{90}$$

$$A_1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} > \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{1}{91} > \frac{1}{100}; \frac{1}{92} > \frac{1}{100}; \dots; \frac{1}{99} > \frac{1}{100}$$

$$A_2 = \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > 10 \cdot \frac{1}{100}$$

$$A_2 = \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$A = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} = A_1 + A_2 > \frac{9}{10} + \frac{1}{10}$$

$$A = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > 1$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } B &< \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{2018.2019} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2019} < \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có: } C &= \frac{5^2}{20.25} + \frac{5^2}{25.30} + \dots + \frac{5^2}{295.300} = 5 \cdot \left(\frac{5}{20.25} + \frac{5}{25.30} + \dots + \frac{5}{295.300} \right) \\ &= 5 \cdot \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{295} - \frac{1}{300} \right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{300} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{60} < \frac{1}{4} \end{aligned}$$

PHẦN II. PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

VD 1.1. Các số đối là: $\frac{-2}{3}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{-6}{11}; 0; -1.$

VD 1.2. Các số đối là: $\frac{-a}{b}; \frac{a}{b}; \frac{a}{b}.$

VD 2.1.

$$\text{a) } \frac{-8}{18} + \frac{-15}{27} = \frac{-4}{9} + \frac{-5}{9} = -1$$

$$\text{b) } \frac{16}{20} - \frac{15}{25} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{c) } -5 + \frac{-2}{7} = \frac{-35}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{-37}{7}$$

$$\text{d) } \frac{27}{35} - 1 = \frac{27}{35} - \frac{35}{35} = \frac{-8}{35}$$

VD 2.2.

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{-5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3-5-1}{8} = \frac{-3}{8}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} - \frac{-1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\text{c) } \frac{-4}{10} + \frac{15}{25} + \frac{-2}{15} = \frac{-2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{-2}{15} = \frac{-6}{15} + \frac{9}{15} + \frac{-2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\text{d) } \frac{-7}{12} + \frac{-4}{30} - \frac{-1}{6} = \frac{-35}{60} + \frac{-8}{60} + \frac{10}{60} = \frac{-33}{60} = \frac{-11}{20}$$

VD 2.3.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{5}{8} + \frac{3}{17} + \frac{4}{18} + \frac{20}{-17} + \frac{-2}{9} + \frac{21}{56} &= \frac{5}{8} + \frac{3}{17} + \frac{2}{9} + \frac{-20}{17} + \frac{-2}{9} + \frac{3}{8} \\ &= \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \right) + \left(\frac{3}{17} + \frac{-20}{17} \right) + \left(\frac{2}{9} + \frac{-2}{9} \right) = 1 + (-1) + 0 = 0. \end{aligned}$$

$$b) \frac{-2}{11} + \frac{6}{7} + \frac{1}{2} + \frac{-9}{11} + \frac{1}{7} = \left(\frac{-2}{11} + \frac{-9}{11} \right) + \left(\frac{6}{7} + \frac{1}{7} \right) = -1 + 1 = 0.$$

$$c) \frac{8}{19} + \frac{4}{21} + \frac{2}{5} + \frac{17}{21} + \frac{-27}{19} = \left(\frac{8}{19} + \frac{-27}{19} \right) + \left(\frac{4}{21} + \frac{17}{21} \right) + \frac{2}{5} = -1 + 1 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}.$$

$$d) \frac{-5}{18} + \frac{7}{4} - \frac{-2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-10}{36} + \frac{63}{36} + \frac{24}{36} + \frac{30}{36} = \frac{107}{36}.$$

$$e) \frac{3}{8} - \frac{6}{18} + \frac{9}{27} + \frac{2}{16} = \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{16} \right) + \left(-\frac{6}{18} + \frac{9}{27} \right) = \left(\frac{6}{16} + \frac{2}{16} \right) + \left(-\frac{18}{54} + \frac{18}{54} \right) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}.$$

$$f) \frac{13}{26} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{7}{21} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = 0 + 0 = 0.$$

VD 2.4.

$$a) \frac{-17}{13} + \left(\frac{25}{101} + \frac{4}{13} \right) = \frac{-17}{13} + \frac{25}{101} + \frac{4}{13} = \left(\frac{-17}{13} + \frac{4}{13} \right) + \frac{25}{101} = -1 + \frac{25}{101} = \frac{-76}{101}.$$

b)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-5}{12} + \frac{6}{11} \right) + \left(\frac{7}{17} + \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \right) = \frac{-5}{12} + \frac{6}{11} + \frac{7}{17} + \frac{5}{11} + \frac{5}{12} = \left(\frac{-5}{12} + \frac{5}{12} \right) + \left(\frac{6}{11} + \frac{5}{11} \right) + \frac{7}{17} \\ & = 0 + 1 + \frac{7}{17} = 1\frac{7}{17} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{9}{16} + \frac{8}{-27} \right) + \left(1 + \frac{7}{16} + \frac{-19}{27} \right) = \frac{9}{16} + \frac{8}{-27} + 1 + \frac{7}{16} + \frac{-19}{27} = \left(\frac{9}{16} + \frac{7}{16} \right) + \left(\frac{-8}{27} + \frac{-19}{27} \right) + 1 \\ & = 1 + (-1) + 1 = 1 \end{aligned}$$

$$d) \left(\frac{13}{5} + \frac{7}{16} \right) - \left(\frac{15}{16} - \frac{6}{15} \right) = \frac{13}{5} + \frac{7}{16} - \frac{15}{16} + \frac{2}{5} = \left(\frac{13}{5} + \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{7}{16} - \frac{15}{16} \right) = 3 + \frac{-1}{2} = \frac{5}{2}.$$

$$e) -\left(\frac{3}{10} - \frac{6}{11} \right) - \left(\frac{21}{30} - \frac{5}{11} \right) = -\frac{3}{10} + \frac{6}{11} - \frac{7}{10} + \frac{5}{11} = \left(-\frac{3}{10} - \frac{7}{10} \right) + \left(\frac{6}{11} + \frac{5}{11} \right) = -1 + 1 = 0.$$

f)

$$\left(\frac{13}{5} + \frac{7}{16} \right) - \left(\frac{11}{16} - \frac{12}{10} \right) = \frac{13}{5} + \frac{7}{16} - \frac{11}{16} + \frac{6}{5} = \left(\frac{13}{5} + \frac{6}{5} \right) + \left(\frac{7}{16} - \frac{11}{16} \right) = \frac{19}{5} + \frac{-1}{4} = \frac{76}{20} + \frac{-5}{20} = \frac{71}{20}$$

VD 3.1.

$$\text{a) } x + \frac{2}{3} = \frac{-3}{4}$$

$$x = \frac{-3}{4} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{-9}{12} + \frac{8}{12}$$

$$x = \frac{-1}{12}$$

$$\text{b) } \frac{5}{4} - x = \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{5}{4} - \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{5}{4} + \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{11}{4}$$

$$\text{c) } \frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{5}{10}$$

$$x = 1$$

$$\text{d) } \frac{15}{x} - \frac{1}{3} = \frac{28}{51}$$

$$\frac{15}{x} = \frac{28}{51} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{15}{x} = \frac{28}{51} + \frac{17}{51}$$

$$\frac{15}{x} = \frac{45}{51}$$

$$x = 17$$

$$\text{e) } x - \frac{5}{12} - \frac{4}{9} = \frac{-13}{18}$$

$$x = \frac{-13}{18} + \frac{5}{12} + \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{-26}{36} + \frac{15}{36} + \frac{16}{36}$$

$$x = \frac{5}{36}$$

$$\text{f) } 2 - \left(x + \frac{3}{7}\right) = \frac{9}{-21}$$

$$2 - x - \frac{3}{7} = \frac{-3}{7}$$

$$-x = \frac{-3}{7} + \frac{3}{7} - 2$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

VD 3.2.

$$\text{a) } \left(\frac{-12}{27} + \frac{2}{3}\right) + \frac{-2}{9} < x \leq \left(\frac{11}{7} + \frac{2}{5}\right) + \frac{-7}{5} + \frac{3}{7}$$

$$\frac{-4}{9} + \frac{-2}{9} + \frac{2}{3} < x \leq \frac{11}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-7}{5} + \frac{3}{7}$$

$$\frac{-2}{3} + \frac{2}{3} < x \leq \left(\frac{11}{7} + \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{-7}{5}\right)$$

$$0 < x \leq 2 + (-1)$$

$$0 < x \leq 1$$

Mà x là số nguyên thì $x = 1$.

Vậy: $x = 1$

$$\text{b) } \left(\frac{-8}{13} + \frac{7}{17}\right) + \frac{21}{13} \leq x \leq \left(\frac{-9}{14} + 3\right) + \frac{5}{-14}$$

$$\frac{-8}{13} + \frac{7}{17} + \frac{21}{13} \leq x \leq \frac{-9}{14} + 3 + \frac{-5}{14}$$

$$\left(\frac{-8}{13} + \frac{21}{13}\right) + \frac{7}{17} \leq x \leq \left(\frac{-9}{14} + \frac{-5}{14}\right) + 3$$

$$1 + \frac{7}{17} \leq x \leq -1 + 3$$

$$\frac{24}{17} \leq x \leq 2$$

Mà x là số nguyên thì $x = 2$.

Vậy: $x = 2$.

$$\text{c) } \frac{-3}{29} - \frac{2}{29} \leq \frac{x}{29} < \frac{5}{29} - \frac{7}{29}$$

$$\frac{-5}{29} \leq \frac{x}{29} < \frac{-2}{29}$$

$$-5 \leq x < -2$$

Mà x là số nguyên thì $x \in \{-5; -4; -3\}$.

Vậy: $x \in \{-5; -4; -3\}$.

$$\text{d) } \frac{1}{6} - \frac{2}{5} < \frac{x}{30} \leq \frac{1}{2} - \frac{8}{15}$$

$$\frac{5}{30} - \frac{12}{30} < \frac{x}{30} \leq \frac{15}{30} - \frac{16}{30}$$

$$\frac{-7}{30} < \frac{x}{30} \leq \frac{-1}{30}$$

$$-7 < x \leq -1$$

Mà x là số nguyên thì

$$x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$$

Vậy: $x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

VD 4.1. Trong 1h chảy riêng vòi 1 chảy được $\frac{1}{5}$ h; vòi thứ 2 chảy được $\frac{1}{4}$ h; vòi thứ 3

chảy được $\frac{1}{6}$ h; vòi thứ 4 chảy được $\frac{1}{3}$ h. Vậy trong 1h cả bốn vòi chảy được

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{19}{20} \text{ (bể)}$$

-Vậy trong 1h 4 vòi không chảy đầy bể.

VD 4.2. Ta có $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ và $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$ nên $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$. Vậy người thứ nhất làm nhanh hơn người

thứ hai và nhanh hơn: $\frac{5}{6} - \frac{7}{9} = \frac{1}{18}$ (h)

VD 4.3. Coi cả quả bưởi là 1 phần. Bạn Nam ăn: $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{10}\right) = \frac{11}{30}$ (quả bưởi).

VD 4.4. Coi tổng thời gian một ngày là 1.

Thời gian còn lại của Lan chiếm $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24}\right) = \frac{7}{24}$ (tổng thời gian).

Vậy bạn Lan còn thời gian rồi.

VD 5.1. Vì các phân số trên đều có cùng mẫu số nên ta được:

$$\frac{1}{36} < \frac{7}{36} < \frac{13}{36} < \frac{24}{36} < \frac{36}{36} < \frac{43}{36}$$

VD 5.2. Viết lại các phân số dưới dạng mẫu dương: $\frac{11}{-48} = \frac{-11}{48}$; $\frac{13}{-48} = \frac{-13}{48}$; $\frac{9}{-48} = \frac{-9}{48}$.

Vì $-27 < -13 < -11 < -9 < -7 < -5$ nên $\frac{-27}{48} < \frac{-13}{48} < \frac{-11}{48} < \frac{-9}{48} < \frac{-7}{48} < \frac{-5}{48}$.

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $\frac{-5}{48}$; $\frac{-7}{48}$; $\frac{-9}{48}$; $\frac{-11}{48}$; $\frac{-13}{48}$; $\frac{-27}{48}$.

VD 5.3. Vì $-97 < -72 < -36 < -15 < -7 < 1 < 2$

nên $\frac{-97}{24} < \frac{-72}{24} < \frac{-36}{24} < \frac{-15}{24} < \frac{-7}{24} < \frac{1}{24} < \frac{2}{24}$

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $\frac{-97}{24}$; $\frac{-72}{24}$; $\frac{-36}{24}$; $\frac{-15}{24}$; $\frac{-7}{24}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{2}{24}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. 2 ; $-\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{-x}{y}$; $\frac{x}{y}$

Bài 2.

a) Có $\frac{6}{17} + \frac{3}{-17} = \frac{6}{17} + \frac{-3}{17} = \frac{3}{17}$ thì số đối là $\frac{-3}{17}$.

b) Có $\frac{-7}{18} + \frac{11}{-18} = \frac{-7}{18} + \frac{-11}{18} = -1$ thì số đối là: 1.

c) Có $\frac{11}{6} + \frac{1}{4} = \frac{22+3}{12} = \frac{25}{12}$ thì số đối là: $\frac{-25}{12}$.

d) Có $\frac{-3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{-15+16}{40} = \frac{1}{40}$ thì số đối là: $\frac{-1}{40}$.

Bài 3.

$$\text{a) } \frac{9}{7} - \frac{1}{5} = \frac{45-7}{35} = \frac{38}{35}$$

$$\text{b) } \frac{7}{11} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{7}{11} + \frac{1}{3} = \frac{21+11}{33} = 1$$

$$\text{c) } \frac{-11}{33} - \left(\frac{1}{-4}\right) = \frac{-1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{-4+3}{12} = \frac{-1}{12}$$

Bài 4.

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \frac{2}{9} + \frac{4}{5} + \frac{-11}{9} + \frac{3}{7} = \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{9} + \frac{-11}{9}\right) + \frac{3}{7} = 1 + (-1) + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\text{b) } \frac{-7}{31} + \frac{24}{17} + \frac{7}{31} + \frac{-5}{17} + 1 = \left(\frac{-7}{31} + \frac{7}{31}\right) + \left(\frac{24}{17} + \frac{-5}{17}\right) + 1 = 0 + \frac{19}{17} + 1 = \frac{36}{17}$$

$$\text{c) } \frac{5}{16} - \frac{7}{13} - \frac{3}{16} + \frac{-6}{13} = \left(\frac{5}{16} - \frac{3}{16}\right) + \left(\frac{-7}{13} + \frac{-6}{13}\right) = \frac{1}{8} + (-1) = \frac{-7}{8}$$

$$\text{d) } \frac{-5}{12} - \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{12} - \frac{2}{8}\right) = \frac{-5}{12} - \frac{3}{4} - \frac{7}{12} + \frac{2}{8} = \left(\frac{-5}{12} - \frac{7}{12}\right) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{2}{8}\right) = -1 + \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-3}{2}$$

$$\text{e) } \frac{5}{11} + \frac{-3}{7} + \frac{6}{11} + \frac{2}{3} + \frac{-4}{7} = \left(\frac{5}{11} + \frac{6}{11}\right) + \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7}\right) + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{f) } \frac{-4}{13} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{9}{13} + \frac{2}{5} = \left(\frac{-4}{13} + \frac{-9}{13}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{3} = (-1) + 1 + \frac{1}{3} = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Bài 5.

$$\text{a) } x - \frac{1}{2} = \frac{2}{9} + \frac{-1}{5}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{10}{45} + \frac{-9}{45}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{1}{45}$$

$$x = \frac{10}{45} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{20}{90} + \frac{45}{90} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}$$

$$\text{b) } \frac{x}{10} = \frac{3}{15} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{-9}{30}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{-3}{10}$$

$$x = -3$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x + \frac{3}{7} &= \frac{-2}{7} \\ x &= \frac{-2}{7} - \frac{3}{7} \\ x &= \frac{-5}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{1}{12} + x &= \frac{-2}{3} \\ x &= \frac{-2}{3} - \frac{1}{12} \\ x &= \frac{-8}{12} - \frac{1}{12} \\ x &= \frac{-9}{12} \\ x &= \frac{-3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{1}{4} - x &= \frac{1}{20} + (-2) \\ \frac{1}{4} - x &= \frac{-39}{20} \\ x &= \frac{1}{4} - \frac{-39}{20} \\ x &= \frac{5}{20} + \frac{39}{20} \\ x &= \frac{44}{20} \\ x &= \frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \frac{-2}{5} - x &= \frac{4}{15} + \frac{-1}{3} \\ \frac{-2}{5} - x &= \frac{-1}{15} \\ x &= \frac{-2}{5} - \frac{-1}{15} \\ x &= \frac{-6}{15} - \frac{-1}{15} \\ x &= \frac{-5}{15} \\ x &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

Bài 6.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{-6}{5} - \frac{2}{3} - \frac{-7}{15} &\leq x \leq \frac{1}{10} + \frac{4}{5} - \frac{-7}{10} \\ \frac{-18}{15} + \frac{-10}{15} + \frac{7}{15} &\leq x \leq \frac{1}{10} + \frac{8}{10} + \frac{7}{10} \\ \frac{-7}{5} &\leq x \leq \frac{16}{10} \end{aligned}$$

Vậy: $x \in \{-1; 0; 1\}$

$$\text{b)} \quad \frac{11}{3} - \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{15}{9} - \left(-\frac{39}{9} \right)$$

$$3 \leq x \leq 6$$

Vậy: $x \in \{3; 4; 5; 6\}$

$$\text{c)} \quad \frac{-5}{17} + \frac{3}{17} \leq \frac{x}{17} \leq \frac{13}{17} + \frac{-11}{17}$$

$$\text{d)} \quad \frac{5}{6} + \frac{-7}{8} \leq \frac{x}{24} \leq \frac{-5}{12} + \frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} \frac{-2}{17} &\leq \frac{x}{17} \leq \frac{2}{17} \\ -2 &\leq x \leq 2 \end{aligned}$$

Vậy: $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

$$\begin{aligned} \frac{-1}{24} &\leq \frac{x}{24} \leq \frac{5}{24} \\ -1 &\leq x \leq 5 \end{aligned}$$

Vậy: $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Bài 7. Chiều dài đám đất là: $\frac{1}{20} + \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$ (km)

Nửa chu vi đám đất là: $\frac{1}{20} + \frac{3}{10} = \frac{7}{20}$ (km)

Bài 8. Mỗi giờ vòi A chảy được $\frac{1}{5}$ bể, vòi B chảy được $\frac{1}{6}$ bể.

Vậy mỗi giờ vòi A chảy nhiều hơn vòi B là $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ bể.

Bài 9

a) với mọi số tự nhiên n thì $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$

$$b) A = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{19.20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$$

$$B = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{99.101} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101} = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}$$

$$C = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{97.100} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

Bài 10. Ta có

$$10A = \frac{10^{16} + 10}{10^{16} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{16} + 1}$$

$$10B = \frac{10^{17} + 10}{10^{17} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{17} + 1}$$

Vì $\frac{9}{10^{16} + 1} > \frac{9}{10^{17} + 1}$ nên $10A > 10B$. Vậy $A > B$.

Bài 11. Ta có $A = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}$

$$= \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{150} \right) + \left(\frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{200} \right)$$

$$> \frac{1}{150} \cdot 50 + \frac{1}{200} \cdot 50 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

Bài 12. Có $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7}$
 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} < 1$

Vậy: $S < 1$.

Bài 13. Có $B = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21}\right) + \left(\frac{1}{61} + \frac{1}{72} + \frac{1}{83} + \frac{1}{94}\right)$
 $< \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60}\right)$
 $< \frac{1}{3} + \frac{3}{15} + \frac{4}{60} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{3}{5}$

Vậy: $B < \frac{3}{5}$

Bài 14.

a) $A = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{98.99.100}$
 $= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} - \frac{1}{99.100}$
 $= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{99.100} = \frac{4949}{19800}$

b) $B = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{27.28.29.30}$
 $= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{2.3.4} - \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{27.28.29} - \frac{1}{28.29.30} \right)$
 $= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{28.29.30} \right) = \frac{1353}{8120}$

BÀI 26. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN SỐ

VD 1.1.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

b) $\frac{-3}{4} \cdot \frac{8}{-5} = \frac{6}{5}$

c) $\frac{12}{5} \cdot \frac{-6}{-8} = \frac{9}{5}$

d) $\frac{-10}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{-4}{21}$

d) $\frac{20}{-30} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-8}{15}$

f) $\frac{16}{-12} \cdot \frac{6}{-8} = 1$

VD 1.2.

a) $6 \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

b) $\frac{8}{-5} \cdot 10 = 8 \cdot (-2) = -16$

c) $(-12) \cdot \frac{6}{-7} = \frac{72}{7}$

d) $\frac{-16}{20} \cdot (-12) = 24$

e) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

f) $\left(\frac{6}{-8}\right)^2 = \frac{9}{16}$

VD 1.3.

$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{-11} \cdot 22 = \frac{-28}{3}$

$B = \frac{-9}{4} \cdot \frac{8}{-3} + \frac{1}{6} = \frac{37}{6}$

$C = (1-8) \cdot \frac{4}{7} = 4$

$D = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

$E = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{13}{24}$

$F = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{-2}\right) \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12}$

VD 2.1.

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{-6}{5} \cdot \frac{3}{4}$
 $x + \frac{1}{2} = \frac{-9}{10}$
 $x = \frac{-9}{10} - \frac{1}{2}$
 $x = \frac{-7}{5}$

b) $\frac{2}{5} + x = (-5)^2 \cdot \frac{3}{5}$
 $\frac{2}{5} + x = 15$
 $x = \frac{73}{5}$

c) $x - \frac{17}{36} = \frac{-15}{16} \cdot \frac{4}{27}$
 $x - \frac{17}{36} = \frac{-5}{36}$
 $x = \frac{-5}{36} + \frac{17}{36}$
 $x = \frac{1}{3}$

VD 2.2.

a) $\left(x - \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$
 $x - \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$
 $x - \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$
 $x = \frac{9}{10}$

b) $\left(x + \frac{-3}{4}\right) - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$
 $\left(x + \frac{-3}{4}\right) - \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$
 $x + \frac{-3}{4} = \frac{9}{10}$
 $x = \frac{33}{20}$

c) $x - \frac{2}{7} = \frac{-9}{14} \cdot \frac{-4}{3}$
 $x - \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$
 $x - \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$
 $x = \frac{8}{7}$

VD 3.1. $\frac{15}{16} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = 3 \cdot \frac{5}{16} = \frac{3}{16} \cdot 5 = \frac{15}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{2}$

VD 3.2. $\frac{2}{-25} = \frac{-1}{25} \cdot 2 = \frac{1}{25} \cdot (-2) = \frac{-1}{-25} \cdot (-2) = \frac{-1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{-2}{5}$

VD 4.1.

a) Tích của $\frac{1}{n}; \frac{1}{n+1}$ là $\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$. Hiệu của $\frac{1}{n}; \frac{1}{n+1}$ là

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$$

Vậy: $\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

b) Áp dụng kết quả trên ta có:

$$M = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} + \frac{1}{10.11}$$

$$M = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{3} - \frac{1}{11} = \frac{8}{33}$$

VD 4.2.

a) Cho hai phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{a}{c}$ có $a = b + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}, b \neq 0, c \neq 0$)

$$\text{Có } \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{c} = \frac{a^2}{bc} \text{ và } \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{ac + ab}{bc} = \frac{a(b+c)}{bc} = \frac{a^2}{bc}$$

Vậy: $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$

b) Với $a = 12; b = -5$ thì $c = 17$

$$\text{Có } \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{c} = \frac{12}{-5} \cdot \frac{12}{17} = \frac{-144}{85} \text{ và } \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{12}{-5} + \frac{12}{17} = \frac{-204}{85} + \frac{60}{85} = \frac{-144}{85}$$

Vậy: $\frac{12}{-5} \cdot \frac{12}{17} = \frac{12}{-5} + \frac{12}{17}$

PHẦN II: PHÉP CHIA

VD 1.1.

a) $\frac{-5}{7} : \frac{15}{31} = \frac{-5}{7} \cdot \frac{31}{15} = \frac{-31}{21}$

b) $\frac{-4}{13} : \frac{-5}{39} = \frac{-4}{13} \cdot \frac{39}{-5} = \frac{12}{5}$

c) $\frac{8}{15} : \frac{16}{45} = \frac{3}{2}$

d) $\frac{36}{25} : \frac{-27}{100} = \frac{-16}{3}$

e) $18 : \frac{9}{-7} = -14;$

f) $\frac{35}{9} : (-15) = \frac{-7}{27}.$

VD 1.2.

a) $\frac{46}{35} : \left(\frac{5}{14} + \frac{4}{21} \right) = \frac{46}{35} : \left(\frac{15}{42} + \frac{8}{42} \right) = \frac{46}{35} : \frac{23}{42} = \frac{46}{35} \cdot \frac{42}{23} = \frac{12}{5}$

$$b) \left(\frac{17}{6} - \frac{7}{10} \right) : \frac{-16}{15} = -2$$

VD 1.3.

$$a) \frac{10}{21} = \frac{2}{3} : \frac{7}{5} = \frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{5}{3} : \frac{7}{2} = \frac{5}{7} : \frac{3}{2}$$

$$b) \frac{14}{15} = \frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{7}{3} : \frac{5}{2} = \frac{7}{5} : \frac{3}{2}$$

VD 1.4.

$$a) A = \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{7} - \frac{3}{11}}{\frac{4}{5} + \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} = \frac{3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)}{4 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)} = \frac{3}{4}$$

$$b) C = \frac{-1}{2} : \frac{-2}{3} : \frac{-3}{4} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{3}{-2} \cdot \frac{4}{-3} = -1$$

$$c) D = \frac{-6}{5} : \frac{-5}{4} : \frac{-4}{3} = \frac{-6}{5} \cdot \frac{4}{-5} \cdot \frac{3}{-4} = \frac{-18}{25}$$

VD 1.5.

$$A = \left(1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2009} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdots \frac{2010}{2009} = 1005$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1000} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{999}{1000} = \frac{1}{1000}$$

$$C = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \cdots \left(\frac{1}{1963} - 1 \right)$$

$$= \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdots \frac{-1962}{1963} = \frac{1}{-2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{-4} \cdots \frac{-1962}{1963} = \frac{1}{1963}$$

VD 1.6.

$$a) C = \frac{4}{3.5} + \frac{4}{5.7} + \cdots + \frac{4}{97.99} = 2 \cdot \left(\frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \cdots + \frac{2}{97.99} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) = 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{99} \right) = \frac{64}{99}$$

$$b) D = \frac{18}{2.5} + \frac{18}{5.8} + \cdots + \frac{18}{203.206} = 6 \cdot \left(\frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \cdots + \frac{3}{203.206} \right)$$

$$= 6 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{203} - \frac{1}{206} \right) = 6 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{206} \right) = 6 \cdot \frac{102}{206} = \frac{306}{103}$$

VD 2.1. Chiều rộng của hình chữ nhật đó là: $\frac{15}{8} : \frac{5}{2} = \frac{3}{4}(m)$.

Chu vi của hình chữ nhật đó là: $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right) \cdot 2 = \frac{13}{2}(m)$.

VD 2.2. Lúc 6 giờ hai kim giờ và phút cách nhau $1/2$ vòng tròn.

Vận tốc của kim phút là: $\frac{1}{12}$ (vòng/h)

Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là: $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/h)

Vậy thời gian hai kim gặp nhau là: $\frac{1}{2} : \frac{11}{12} = \frac{6}{11}$ (giờ)

VD 2.3. Vận tốc xuôi dòng của canô là: $\frac{AB}{2}$ (km/h)

Vận tốc ngược dòng của canô là: $\frac{AB}{2,5}$ (km/h)

Vận tốc dòng nước là: $\left(\frac{AB}{2} - \frac{AB}{2,5}\right) : 2 = \frac{5AB - 4AB}{10} : 2 = \frac{AB}{20}$ (km/h)

Vận tốc bè trôi bằng vận tốc dòng nước, nên thời gian bè trôi từ A đến B là:

AB: $\frac{AB}{20} = AB \cdot \frac{20}{AB} = 20$ (giờ)

VD 2.4. Thời gian Việt đi là: 7 giờ 30 phút – 6 giờ 50 phút = 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ

Quãng đường Việt đi là: $15 \cdot \frac{2}{3} = 10$ (km)

Thời gian Nam đã đi là: 7 giờ 30 phút – 7 giờ 10 phút = 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ

Quãng đường Nam đã đi là $12 \cdot \frac{1}{3} = 4$ (km).

VD 2.5. Mỗi giờ hai vòi chảy vào được: $\frac{1}{24} + \frac{1}{28}$ (bể)

Thời gian để hai vòi chảy được $\frac{13}{21}$ bể là: $\frac{13}{21} : \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{28}\right)$ (giờ)

Ta có: $\frac{13}{21} : \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{28}\right) = \frac{13}{21} : \frac{13}{7 \cdot 24} = \frac{13 \cdot 7 \cdot 24}{21 \cdot 13} = 8$ (giờ)

VD 3.1.

$$\text{a) } x = \frac{20}{26} : \frac{-15}{39} \Rightarrow x = \frac{20}{26} \cdot \frac{39}{-15} = -2$$

$$\text{b) } x : \frac{46}{95} = \frac{20}{23} \Rightarrow x = \frac{20}{23} \cdot \frac{46}{95} = \frac{8}{19}$$

$$\text{c) } \frac{-85}{33} : x = \frac{25}{-11} \Rightarrow x = \frac{-85}{33} : \frac{25}{-11} = \frac{17}{15}$$

$$\text{d) } x \cdot \frac{72}{115} = \frac{36}{35} \Rightarrow x = \frac{36}{35} : \frac{72}{115} = \frac{23}{14}$$

VD 3.2.

<p>a)</p> $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} : x = \frac{-1}{2}$ $\frac{3}{4} : x = \frac{-1}{2} - \frac{2}{5}$ $\frac{3}{4} : x = \frac{-9}{10}$ $x = \frac{3}{4} : \frac{-9}{10}$ $x = \frac{-5}{6}$	<p>b)</p> $\frac{5}{7} - \frac{2}{3} \cdot x = \frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}x = \frac{5}{7} - \frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}x = \frac{-3}{35}$ $x = \frac{-3}{35} : \frac{2}{3}$ $x = \frac{-9}{70}$	<p>c)</p> $\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}x = \frac{-2}{3}$ $\frac{5}{10}x + \frac{6}{10}x = \frac{-2}{3}$ $\frac{11}{10}x = \frac{-2}{3}$ $x = \frac{-2}{3} : \frac{11}{10}$ $x = \frac{-20}{33}$	<p>d)</p> $\frac{4}{7}x - x = \frac{-9}{14}$ $\frac{4}{7}x - \frac{7}{7}x = \frac{-9}{14}$ $\frac{-3}{7}x = \frac{-9}{14}$ $x = \frac{-9}{14} : \frac{-3}{7}$ $x = \frac{3}{2}$
--	---	---	---

VD 3.3.

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2022}{2023}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{2022}{2023}$$

$$1 - \frac{1}{x+1} = \frac{2008}{2009}$$

$$\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{2022}{2023}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2023}$$

$$x+1 = 2023$$

$$x = 2022$$

VD 3.4.

$$\frac{x+1}{99} + \frac{x+2}{98} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+4}{96} = -4$$

$$\left(\frac{x+1}{99} + 1\right) + \left(\frac{x+2}{98} + 1\right) + \left(\frac{x+3}{97} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{96} + 1\right) = 0$$

$$\frac{x+100}{99} + \frac{x+100}{98} + \frac{x+100}{97} + \frac{x+100}{96} = 0$$

$$(x+100)\left(\frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{1}{97} + \frac{1}{96}\right) = 0$$

Vì $\frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{1}{97} + \frac{1}{96} \neq 0$ nên $x+100=0$ hay $x=-100$

Vậy: $x=-100$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1.

a) $\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{15}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{5}$

c) $\frac{9}{27} \cdot \frac{25}{10} = \frac{5}{6}$

d) $\frac{5}{8} \cdot 2 = \frac{5}{4}$

e) $4 \cdot \frac{6}{16} = \frac{3}{2}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Bài 2.

a) $\frac{-3}{7} \cdot \frac{14}{5} = \frac{-6}{5}$

b) $\frac{28}{17} \cdot \frac{68}{-14} = -8$

c) $\frac{35}{-46} \cdot \frac{23}{205} = \frac{-7}{82}$

d) $\frac{-8}{-7} \cdot \frac{-68}{4} = \frac{-136}{7}$

e) $3 \cdot \left(-\frac{18}{4}\right) = \frac{-27}{2}$

f) $(-3) \cdot \frac{18}{-6} = 9$

Bài 3.

x	$\frac{4}{7}$	$\frac{-3}{4}$	5	$\frac{-6}{-7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{7}$
$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{7}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{-15}{4}$	$\frac{-9}{14}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{25}{6}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{2}{-3}$	$\frac{-8}{21}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-10}{3}$	$\frac{-4}{7}$

Bài 4.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x - \frac{10}{3} &= \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{5} \\ x - \frac{10}{3} &= \frac{7}{25} \\ x &= \frac{7}{25} + \frac{10}{3} \\ x &= \frac{271}{75} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x + \frac{3}{22} &= \frac{27}{121} \cdot \frac{11}{9} \\ x + \frac{3}{22} &= \frac{3}{11} \\ x &= \frac{3}{11} - \frac{3}{22} \\ x &= \frac{3}{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{8}{23} \cdot \frac{46}{24} - x &= \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} - x &= \frac{1}{3} \\ x &= \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 1 - x &= \frac{49}{65} \cdot \frac{5}{7} \\ 1 - x &= \frac{7}{13} \\ x &= 1 - \frac{7}{13} \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad x - \frac{15}{17} &= \frac{-2}{9} \cdot \frac{-9}{17} \\ x - \frac{15}{17} &= \frac{2}{17} \\ x &= \frac{2}{17} + \frac{15}{17} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad x - (-3) \cdot \frac{9}{(-12)} &= \frac{6}{8} \\ x - \frac{9}{4} &= \frac{6}{8} \\ x &= \frac{6}{8} + \frac{9}{4} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Bài 5.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3 \cdot x}{13} &= \frac{45}{-26} \cdot \frac{-2}{5} \\ \frac{3 \cdot x}{13} &= \frac{9}{13} \\ 3 \cdot x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \left(\frac{13}{21} - \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{21}{13} + x &= \frac{4}{13} \\ \frac{-27}{42} \cdot \frac{21}{13} + x &= \frac{4}{13} \\ \frac{-27}{26} + x &= \frac{4}{13} \\ x &= \frac{4}{13} - \frac{-27}{26} \\ x &= \frac{35}{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad -\frac{5}{6} \cdot \frac{78}{25} + x &= \frac{4}{15} \cdot \frac{-3}{8} \\ \frac{-13}{5} + x &= \frac{-1}{10} \\ x &= \frac{-1}{10} - \frac{-13}{5} \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{9} - x &= 1 \\ \frac{7}{9} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) - x &= 1 \\ \frac{7}{9} - x &= 1 \\ x &= \frac{-2}{9} \end{aligned}$$

Bài 6. Ta có $\frac{-8}{-21} = \frac{8}{21} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{3} = \dots$

Bài 7. Ta có $\frac{-18}{55} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{9}{11} = \frac{-2}{11} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-9}{11} = \frac{2}{11} \cdot \frac{-9}{5} = \dots$

Bài 8.

a) Ta có $A = \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{15}$; $B = 4 \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$ mà $\frac{2}{15} < \frac{3}{2}$ nên $A < B$

b) Ta có $C = \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{5}$; $D = 6 \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$ mà $\frac{14}{5} > \frac{12}{5}$ nên $C > D$

Bài 9.

$$A = \frac{5}{6} \cdot \frac{11}{3} - \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{6} = \frac{55 - 40}{18} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} \qquad B = (-8) \cdot \frac{9}{144} = \frac{-1}{2}$$

$$C = \left(\frac{-2}{5} \cdot \frac{5}{8} \right) + 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

Có: $A = \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ $B = \frac{-1}{2} = \frac{-6}{12}$ $C = \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

Vậy: $A > C > B$

Bài 10.

Thời gian Lan đi từ A đến C là $8h55p - 8h15p = 40p = \frac{2}{3}h$.

Thời gian Nam đi từ B đến C là $8h55p - 8h35p = 20p = \frac{1}{3}h$.

Quãng đường AC là $30 \cdot \frac{2}{3} = 20$ (km/h).

Quãng đường BC là: $21 \cdot \frac{1}{3} = 7$ (km/h).

Quãng đường AB là $20 + 7 = 27$ km.

Bài 11.

a) Chu vi của mảnh vườn nhà Nam là: $\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{8} \right) \cdot 2 = \frac{47}{20}(m)$

b) Diện tích của mảnh vườn nhà Nam là: $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{10}(m^2)$

PHẦN II.**Bài 1:**

$$\text{a) } \frac{-11}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{-11}{15} \quad \text{b) } \frac{-3}{13} \cdot \frac{-7}{8} = \frac{21}{104} \quad \text{c) } \left(\frac{-2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49} \quad \text{d) } (-5) \cdot \frac{-10}{11} = \frac{50}{11}$$

Bài 2.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{13}{21} \cdot \frac{5}{2} = \frac{13.5}{21.2} = \frac{65}{42} & \text{b) } \frac{13}{45} \cdot \frac{15}{26} = \frac{13.15}{45.26} = \frac{1.1}{3.2} = \frac{1}{6} \\ \text{c) } \frac{7}{25} \cdot \frac{5}{21} = \frac{7.5}{25.21} = \frac{1.1}{5.3} = \frac{1}{15} & \text{d) } \frac{8}{16} \cdot \frac{25}{5} = \frac{8.25}{16.5} = \frac{1.5}{2.1} = \frac{5}{2} \\ \text{e) } \frac{19}{21} \cdot \frac{7}{12} = \frac{19.7}{21.12} = \frac{19.1}{3.12} = \frac{19}{36} & \text{f) } \frac{22}{17} \cdot \frac{3}{42} = \frac{22.3}{17.42} = \frac{11.3}{17.21} = \frac{11.1}{17.7} = \frac{11}{119} \end{array}$$

Bài 3.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{9}{14} = \left(\frac{15}{6} - \frac{8}{6}\right) \cdot \frac{9}{14} = \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{14} = \frac{1.3}{2.2} = \frac{3}{4} \\ \text{b) } \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{24} \\ \text{c) } \left(\frac{5}{2} + \frac{11}{8}\right) \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{20}{8} + \frac{11}{8}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{31}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{31.1}{2.3} = \frac{31}{6} \\ \text{d) } \frac{26}{36} \cdot \left(\frac{8}{13} + \frac{11}{2}\right) = \frac{26}{36} \cdot \left(\frac{16}{26} + \frac{143}{26}\right) = \frac{26}{36} \cdot \frac{159}{26} = \frac{159}{36} = \frac{53}{12} \end{array}$$

Bài 4.

$$\begin{array}{l} \text{a) } 5 \cdot \frac{7}{5} = \frac{5}{1} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{1} = 7 \\ \text{b) } \frac{6}{15} \cdot 35 \cdot \frac{(-3)}{7} \cdot \frac{(-5)}{12} = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \frac{(-5)}{4} = \frac{5}{2} \\ \text{c) } \frac{7}{33} \cdot 55 \cdot \frac{15}{21} \cdot \frac{4}{(-5)} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot \frac{15}{3} \cdot \frac{4}{(-5)} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot (-4) = \frac{-20}{3} \\ \text{d) } 101 \cdot \frac{21}{1111} = 101 \cdot \frac{21}{101.11} = \frac{21}{11} \\ \text{e) } \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{20} = \frac{4.1.15}{15.3.20} = \frac{1}{15} \\ \text{f) } \frac{-5}{8} \cdot \frac{-12}{29} \cdot \frac{8}{-10} \cdot \frac{29}{5} = \frac{(-5) \cdot (-12) \cdot 8 \cdot 29}{8 \cdot 29 \cdot (-10) \cdot 5} = \frac{-6}{5} \end{array}$$

Bài 5.

$x.y$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{-1}{6}$
$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

Bài 4:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{11}{22} - \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{18} \\ = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} \\ = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{4} \\ = \frac{2}{3} + 2 \\ = 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{7} + \frac{9}{14}\right) \\ = \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{7} + \frac{9}{14}\right) \\ = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{14} + \frac{9}{14}\right) \\ = 1 \cdot \frac{13}{14} = \frac{13}{14} \end{aligned}$$

Bài 5.

$$A = \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{6}{11} + \frac{5}{11}\right) + \frac{7}{12} = \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = 1$$

$$B = \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{15} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15} - 1\right) = \frac{4}{9} \cdot 0 = 0$$

$$C = \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{-4}{9} + \frac{2}{5}\right) - \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{-3}{5}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{-2}{45} - \frac{3}{10} \cdot \frac{-2}{45} = \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{-2}{45} - \frac{-2}{45}\right) = \frac{3}{10} \cdot 0 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= -\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{13} - \frac{9}{15}\right) - \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{13} = -\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{13} - \frac{3}{5}\right) - \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{13} = -\frac{2}{7} \cdot \frac{-14}{65} - \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{13} \\ &= \frac{-2}{7} \cdot \left(\frac{-14}{65} + \frac{8}{13}\right) = \frac{-2}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{-4}{35} \end{aligned}$$

Bài 6.

$$\text{a) } \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{11} + \frac{1}{10} \cdot \frac{8}{11} - \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{4}{11} + \frac{8}{11} - \frac{1}{11}\right) = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}$$

$$\text{b) } \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31}\right) \cdot \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31}\right) \cdot 0 = 0$$

$$c) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2010}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2009}{2010} = \frac{1}{2010}$$

$$d) \frac{4}{3.5} + \frac{4}{5.7} + \frac{4}{7.9} + \frac{4}{9.11} = \frac{4}{2} \left(\frac{5-3}{3.5} + \frac{7-5}{5.7} + \frac{9-7}{7.9} + \frac{11-9}{9.11} \right) \\ = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{11} \right) = 2 \cdot \frac{8}{33} = \frac{16}{33}$$

Bài 7.

$$a) \frac{10^2 - 5^2}{10^2 + 5^2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{10^2 - 5^2}{10^2 + 5^2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{100 - 25}{100 + 25} \cdot \frac{1}{3} = \frac{75}{125} \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

$$b) \left[\left(\frac{-1}{2} \right) \cdot \frac{0}{4} \right] \cdot \left[\left(\frac{-2}{3} \right) \cdot \frac{4}{5} \right] = 0 \cdot \left[\left(\frac{-2}{3} \right) \cdot \frac{4}{5} \right] = 0$$

$$c) \frac{17}{5} \cdot \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2^3} \cdot \frac{-31}{125} \cdot \frac{17}{5} \cdot \frac{-31}{125} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{17} \cdot \frac{-1}{2^3} = \frac{17}{5} \cdot \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2^3} \cdot \frac{-31}{125} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{8} \cdot \frac{-31}{125} = \frac{31}{1000}$$

$$d) \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{11}{4} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-9}{9} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{-11}{4} \cdot \frac{8}{33} = \frac{-1.2}{1.3} = \frac{-2}{3}$$

$$e) \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31} \right) \cdot \left(\frac{-5}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31} \right) \cdot \left(\frac{-5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} \right) \\ = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31} \right) \cdot \left(\frac{-5}{12} + \frac{5}{12} \right) = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31} \right) \cdot 0 = 0.$$

Bài 8.

$$a) \text{Diện tích một mảnh vườn đồ chơi hình chữ nhật: } \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{3} m^2$$

$$\text{Chu vi một mảnh vườn đồ chơi hình chữ nhật: } 2 \cdot \left(\frac{8}{3} + \frac{5}{4} \right) = \frac{47}{6} m.$$

$$b) \text{Quãng đường An đi từ A đến điểm gặp là: } \left(7\frac{3}{4} - 7 \right) \cdot 12 = 9 km$$

$$\text{Quãng đường Bình đi từ B đến điểm gặp là: } \left(7\frac{3}{4} - 7 \right) \cdot 5 = \frac{15}{4} km$$

$$\text{Quãng đường AB là } 9 + \frac{15}{4} = \frac{51}{4} km.$$

$$c) \text{Chiều dài hình chữ nhật là } 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} m$$

$$\text{Diện tích khu vườn là } \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16} m^2$$

$$\text{Mỗi lô có diện tích là } \frac{3}{16} : 3 = \frac{1}{16} m^2.$$

d) Quãng đường từ điểm xuất phát tới đích là $15 \cdot \frac{2}{5} = 6 \text{ km}$

Nếu bạn chạy với vận tốc 8 km/h thì từ điểm xuất phát đến đích bạn phải chạy mất thời gian là: $6 : 8 = \frac{3}{4} \text{ h} = 45'$.

e) Thời gian từ A đến B là: $9\text{h}53 - 7\text{h}05 = 4\text{h } 48 \text{ phút} = \frac{14}{5} \text{ giờ}$.

Quãng đường từ A đến B là: $\frac{75}{2} \cdot \frac{14}{5} = \frac{15 \cdot 7}{1} = 105 \text{ (km)}$

f) Người thứ nhất đi được quãng đường trước khi dừng nghỉ là: $\frac{36}{60} \cdot \frac{7}{2} = \frac{18 \cdot 7}{60} = \frac{21}{10} \text{ (km)}$

Người thứ hai đi được quãng đường trước khi dừng nghỉ là: $\frac{45}{60} \cdot \frac{10}{3} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \text{ (km)}$

Quãng đường AB dài là: $\frac{21}{10} + \frac{5}{2} + \frac{2}{5} = \frac{21 + 25 + 4}{10} = \frac{50}{10} = 5 \text{ (km)}$

g) Thời gian người đó đi hết số bậc là: $9\text{h}45 \text{ phút} - 9\text{h } 00 \text{ phút} = 45 \text{ phút}$

Thời gian thực tế người đó đi hết là: $45 - 15 = 30 \text{ phút} = 1800 \text{ giây}$

Số bậc từ cáp treo lên đỉnh Phan-xi-pang là: $1800 \cdot \frac{1}{3} = 600 \text{ bậc}$

Đáp số: 600 bậc

h) Gọi chiều dài hình chữ nhật là x (đơn vị dài)

Chiều rộng hình chữ nhật là y (đơn vị dài)

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là: $x \cdot y$

Chiều dài sau khi tăng là: $x + \frac{1}{5}x$

Chiều rộng sau khi giảm là: $y - \frac{1}{5}y$

Diện tích hình chữ nhật mới là: $\left(x + \frac{1}{5}x\right)\left(y - \frac{1}{5}y\right) = xy - \frac{1}{25}xy$

Diện tích hình chữ nhật giảm đi là: $xy - \left(xy - \frac{1}{25}xy\right) = \frac{1}{25}xy$

Vậy diện tích giảm đi $\frac{1}{25}$ lần so với diện tích ban đầu.

Bài 9.

$$a) \frac{-5x}{21} + \frac{-5y}{21} + \frac{-5z}{21} = \frac{-5}{21} \cdot (x + y + z) = \frac{-5}{21} \cdot (-z + z) = \frac{-5}{21} \cdot 0 = 0$$

$$b) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{a+1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{a}{a+1} = \frac{1}{a+1} = \frac{1}{21}$$

PHẦN III.

Bài 1. Số nghịch đảo là:

a) $\frac{1}{2}$ b) -2 c) 1 d) $\frac{34}{11}$

Bài 2.

$$a = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}. \text{ Số nghịch đảo của } a \text{ là } 6.$$

$$b = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{15} + 1 = \frac{16}{15}. \text{ Số nghịch đảo của } b \text{ là } \frac{15}{16}$$

$$c = \frac{2}{5} - \frac{1}{21} \cdot 3 = \frac{2}{5} - \frac{1}{7} = \frac{9}{35}. \text{ Số nghịch đảo của } c \text{ là } \frac{35}{9}$$

$$d = -6 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{3}\right) = -4. \text{ Số nghịch đảo của } d \text{ là } \frac{-1}{4}$$

$$\text{Bài 3. } P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

Nghịch đảo của P là 10.

Bài 4.

$$a) \frac{13}{15} : \frac{39}{25} = \frac{13 \cdot 25}{15 \cdot 39} = \frac{5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$$

$$b) \frac{2}{9} : \frac{27}{4} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 27} = \frac{8}{243}$$

$$c) \left(\frac{-85}{54}\right) : \frac{17}{63} = \frac{-85 \cdot 63}{54 \cdot 17} = \frac{-5 \cdot 7}{6} = \frac{-35}{6}$$

d)

$$\left(\frac{-3}{4}\right) : \left(\frac{-33}{8}\right) = \frac{-3 \cdot 8}{-33 \cdot 4} = \frac{2}{11}$$

$$e) \left(-\frac{7}{8}\right) : (-3) = \frac{-7}{8 \cdot (-3)} = \frac{7}{24}$$

$$f) (-1) : \frac{11}{5} = \frac{-5}{11}$$

$$g) \frac{-1}{2} : 3 = \frac{-1}{6}$$

$$h) 0 : \left(-\frac{5}{13}\right) = 0$$

Bài 5.

a) $\frac{8}{21} = \frac{4}{7} : \frac{3}{2}$ (hs có thể viết cách khác)
cách khác)

b) $\frac{420}{221} = \frac{42}{17} : \frac{13}{10}$ (hs có thể viết

Bài 6.

a) $\frac{-7}{5} \cdot x = \frac{2}{3}$

$$x = \frac{2}{3} : \frac{-7}{5}$$

$$x = \frac{-10}{21}$$

b) $-36 : x = \frac{30}{7}$

$$x = -36 : \frac{30}{7}$$

$$x = \frac{-42}{5}$$

c) $\frac{-28}{27} \cdot x = \frac{-12}{9}$

$$x = \frac{-12}{9} : \frac{-28}{27}$$

$$x = \frac{9}{7}$$

d) $\frac{34}{51} : x = \frac{38}{57}$

$$x = \frac{34}{51} : \frac{38}{57}$$

$$x = 1$$

e) $\frac{2}{3}x - \frac{4}{7} = \frac{1}{8}$

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{8} + \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{39}{56}$$

$$x = \frac{39}{56} : \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{117}{112}$$

f) $\frac{2}{7} - \frac{8}{9}x = \frac{2}{3}$

$$\frac{8}{9}x = \frac{2}{7} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{9}x = \frac{-8}{21}$$

$$x = \frac{-8}{21} : \frac{8}{9}$$

$$x = \frac{-3}{7}$$

g) $\frac{4}{7} + \frac{5}{9} : x = \frac{1}{5}$

$$\frac{5}{9} : x = \frac{1}{5} - \frac{4}{7}$$

$$\frac{5}{9} : x = \frac{-13}{35}$$

$$x = \frac{5}{9} : \frac{-13}{35}$$

$$x = \frac{-175}{117}$$

h) $\frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot x = \frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} \cdot x = 0$$

$$x = 0$$

Bài 7.

a) Trong 1 giờ Hưng đi được là: $4 : \frac{2}{5} = 10$ (km)

b) Quãng đường AB là: $40 : \frac{5}{4} = 50$ (km). Thời gian đi từ B đến A là: $50 : 45 = \frac{10}{9}$ (giờ)

Bài 8.

$$A = \left(\frac{3}{4} : \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{5} = \frac{9.5}{8.3} = \frac{15}{8}$$

$$B = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} : \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{4} : \frac{10}{9} = \frac{27}{40}$$

$$C = \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) : \frac{3}{5} = \frac{11.16.3}{12.33.5} = \frac{4}{15}$$

$$D = \left(\frac{5}{12} : \frac{21}{15}\right) : \frac{1}{4} = \frac{7}{12} : \frac{1}{4} = \frac{7}{3}$$

$$E = \left(\frac{2}{7} : \frac{5}{4}\right) : \left(\frac{5}{8} : 2\right) = \frac{8}{35} : \frac{5}{16} = \frac{1}{14}$$

$$F = \left(\frac{11}{15} : \frac{35}{44}\right) : \left(\frac{1}{7} : \frac{4}{13}\right)$$

$$= \frac{7}{12} : \frac{4}{7.13} = \frac{7.7.13}{12.4} = \frac{637}{48}$$

Bài 9.
$$M = \frac{\frac{2}{5} + \frac{2}{7} - \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{\frac{4}{5} + \frac{4}{7} - \frac{4}{9} - \frac{4}{11}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right)}{4 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right)} = \frac{1}{2}$$

BÀI 27. HAI BÀI TOÁN VỀ PHÂN SỐ

VD 1.1.

- a) $\frac{2}{5}$ của 40 là $\frac{2}{5} \cdot 40 = 16$.
- b) $\frac{5}{6}$ của 48000 là $\frac{5}{6} \cdot 48000 = 40000$.
- c) $4\frac{1}{2}$ của $\frac{2}{5}kg$ là $4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{5}(kg)$.
- d) $\frac{3}{10}$ của $1kg$ là $\frac{3}{10} \cdot 1 = \frac{3}{10}(kg)$.

VD 1.2.

- a) Số phút có trong $\frac{1}{6}$ giờ là: $\frac{1}{6} \cdot 60 = 10$ (phút)
- b) Số phút có trong $1\frac{1}{6}$ giờ là: $1\frac{1}{6} \cdot 60 = \frac{7}{6} \cdot 60 = 70$ (phút)
- c) Số phút có trong $\frac{3}{4}$ giờ là: $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ (phút)

d) Số phút có trong $\frac{2}{5}$ giờ là: $\frac{2}{5} \cdot 60 = 24$ (phút)

VD 1.3.

a) $3h30ph = 3 + \frac{30}{60} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (giờ)

b) $2h15ph = 2 + \frac{15}{60} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ (giờ)

c) $0h45ph = 0 + \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ (giờ)

d) $6h12ph = 6 + \frac{12}{60} = 6 + \frac{1}{5} = \frac{31}{5}$ (giờ)

VD 1.4.

a) $5,25h = 5$ giờ + $0,25$ giờ = 5 giờ + $0,25 \cdot 60$ phút = 5 giờ 15 phút.

b) $10,5h = 10$ giờ + $0,5$ giờ = 10 giờ + $0,5 \cdot 60$ phút = 10 giờ 30 phút.

c) $3,75h = 3$ giờ + $0,75$ giờ = 3 giờ + $0,75 \cdot 60$ phút = 5 giờ 45 phút.

d) $4,6h = 4$ giờ + $0,6$ giờ = 4 giờ + $0,6 \cdot 60$ phút = 5 giờ 36 phút.

VD 1.5. 16% của 25 chính là $25 \cdot \frac{16}{100} = \frac{25 \cdot 16}{100}$ còn 25% của 16 chính là

$16 \cdot \frac{25}{100} = \frac{25 \cdot 16}{100}$. Rõ ràng $25 \cdot \frac{16}{100} = 16 \cdot \frac{25}{100}$ nghĩa là muốn tính 16% của 25 , ta chỉ cần tính 25% của 16 .

Dựa vào nhận xét này, ta có thể tính nhanh (chú ý: $25\% = \frac{1}{4}$ và $50\% = \frac{1}{2}$)

a) 84% của 25 bằng 25% của 84 tức là bằng $84 \cdot \frac{1}{4} = 21$.

b) 48% của 50 bằng 50% của 48 tức là bằng $48 \cdot \frac{1}{2} = 24$.

VD 1.6. Ta có: $13,21 \cdot 3 = 39,63$ và $39,63 : 5 = 7,926$ suy ra

$$(13,21 \cdot 3) : 5 = 39,63 : 5 = 7,926.$$

Do đó $\frac{3}{5}$ của $13,21$ là: $\frac{3}{5} \cdot 13,21 = 7,926$. Ta lại có: $39,63 : 5 = 7,926$ suy ra:

$$7,926 \cdot 5 = 39,63$$

Mặt khác $13,21.3 = 39,63$ suy ra $39,63 : 3 = 13,21$. Do đó $\frac{5}{3}$ của $7,926$ là

$$\frac{5}{3} \cdot 7,926 = \frac{5 \cdot 7,926}{3} = 13,21.$$

VD 2.1.

a) Dũng được Tuấn cho 9 viên bi

b) Tuấn còn lại 12 viên bi.

VD 2.2. Ta có: Lấy một phần hai của một phần hai tức là: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ rồi đem chia cho

một phần hai, tức là: $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$. Vậy bạn An đã nói đúng.

VD 2.3. Đoạn đường mà xe lửa đã đi được: $\frac{3}{5} \cdot 102 = 61,2 (km)$

Xe lửa còn cách Hải Phòng là: $102 - 61,2 = 40,8 (km)$

VD 2.4.

Khối lượng hành cần để muối rau cải là: $2.5\% = 0,1 (kg)$

Khối lượng đường cần để muối rau cải là: $2 \cdot \frac{1}{1000} = 0,002 (kg)$

Khối lượng hành cần để muối rau cải là: $2 \cdot \frac{3}{40} = 0,15 (kg)$

Vậy cần $0,1kg$ hành; $0,002kg$ đường và $0,15kg$ muối.

VD 2.5. Giá mới bằng 90% giá cũ (đối với mỗi mặt hàng)

Trả lời: Các mặt hàng B, C, E được tính giá mới đúng.

VD 2.6. Tiền lãi của 12 tháng là: $1000000 \cdot 0,58\% = 69600$ (đồng)

Tiền vốn lẫn lãi sau 12 tháng là: $1000000 + 69600 = 1069600$ (đồng).

PHẦN II. TÌM MỘT SỐ BIẾN GIÁ TRỊ MỘT PHÂN SỐ CỦA NÓ

VD 1.1. Số đó là:

a) $300 : \frac{3}{4} = 400$

b) $\frac{5}{7} : \frac{20}{100} = \frac{25}{7}$

c) $-5 : 10,5 = \frac{-10}{21}$.

VD 1.2. Số đó là:

a) $\frac{-5}{7} : \frac{3}{7} = \frac{-5}{3}$

b) $-5\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} = \frac{-23}{6}$

c) $\frac{25}{100} : 3,5 = \frac{1}{14}$

VD 1.3.

$$\text{a) Ta có } \frac{\left(29\frac{7}{30} - 27\frac{5}{18}\right) : 4\%}{2\frac{2}{3}} = \frac{\frac{88}{45} : \frac{1}{25}}{\frac{8}{3}} = \frac{55}{3}. \text{ Suy ra: } A = \frac{55}{3} : \frac{11}{6} = 10$$

$$\text{b) Ta có } \frac{\left(13\frac{3}{5} - 10\frac{3}{14}\right) \cdot \frac{5}{2}}{(31 - 11,25) : 5\frac{5}{6}} = \frac{5}{2}. \text{ Suy ra: } B = \frac{5}{2} : \frac{25}{7} = \frac{7}{10}$$

VD 2.1.

a) $33\%x = 132$

$$\frac{33}{100}x = 132$$

$$x = 132 : \frac{33}{100}$$

$$x = 400$$

Vậy: $x = 400$

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{-1}{12}$$

$$x = \frac{-1}{12} : \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{-1}{8}$$

Vậy: $x = \frac{-1}{8}$

VD 2.2.

a) $\frac{-3}{5} : 2x = \frac{3}{2} + 75\%$

$$\frac{-3}{5} : 2x = \frac{3}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{-3}{5} : 2x = \frac{9}{4}$$

$$2x = \frac{-3}{5} : \frac{9}{4}$$

$$2x = \frac{-4}{15}$$

$$x = \frac{-4}{15} : 2$$

$$x = \frac{-2}{15}$$

b) $50\%x + \frac{2}{3}x = x + 4$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - x = 4$$

$$\frac{1}{6}x = 4$$

$$x = 4 : \frac{1}{6}$$

$$x = 24$$

Vậy: $x = 24$.

$$\text{Vậy: } x = \frac{-2}{15}$$

VD 2.3.

$$\text{a) } 2\frac{1}{3}x + 4\frac{1}{6} = 3\frac{1}{7} - 3\frac{1}{2}x$$

$$\frac{7}{3}x + \frac{25}{6} = \frac{22}{7} - \frac{7}{2}x$$

$$\frac{7}{3}x - \frac{7}{2}x = \frac{22}{7} - \frac{25}{6}$$

$$\frac{-7}{6}x = \frac{-43}{42}$$

$$x = \frac{-43}{42} : \frac{-7}{6}$$

$$x = \frac{43}{49}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{43}{49}.$$

$$\text{b) } \left(4\frac{1}{2} - 2x\right) \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{9}{2} - 2x = \frac{11}{15} : \frac{11}{2}$$

$$\frac{9}{2} - 2x = \frac{2}{15}$$

$$2x = \frac{9}{2} - \frac{2}{15}$$

$$2x = \frac{131}{30}$$

$$x = \frac{131}{30} : 2$$

$$x = \frac{131}{60}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{131}{60}.$$

$$\text{VD 3.1.} \text{ Mảnh vải dài } 9 : \frac{60}{100} = 15(m)$$

$$\text{VD 3.2.} \text{ Số bạn tham gia ban hát chiếm } 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ đội văn nghệ.}$$

$$\text{Vậy đội văn nghệ có số bạn là: } 20 : \frac{2}{5} = 50$$

VD 3.3.

Đoạn đường đội thứ hai sửa bằng $\frac{1}{6} : \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ đoạn đường đội thứ nhất sửa

Chiều dài đoạn đường cả hai đội sửa bằng $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ đoạn đường của đội thứ nhất

$$\text{Vậy đoạn đường đội thứ nhất sửa là } 200 : \frac{5}{3} = 120(m)$$

Đoạn đường đội thứ hai sửa là $200 - 120 = 80(m)$

PHẦN III. TÌM TỈ SỐ CỦA HAI SỐ

VD 1.

a) Ta có $a = \frac{3}{5}m = 0,6m = 60cm$. Tỉ số giữa 60 cm và 70 cm là $60 : 70 = \frac{60}{70} = \frac{6}{7}$

b) Ta có $0,2 \text{ tạ} = 20kg$. Tỉ số giữa 20 kg và 12 kg là $20 : 12 = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

VD 2. Ta có $12 \text{ km/h} = 200 \text{ m/ phút}$.

Tỉ số vận tốc của người đi bộ và người đi xe đạp là: $50 : 200 = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

VD 3.

a) Tỉ số giữa tuổi con và tuổi bố hiện nay là: $12 : 42 = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$

b) Trước đây 7 năm tuổi con là $12 - 7 = 5$ (tuổi)

Trước đây 7 năm tuổi bố là $42 - 7 = 35$ (tuổi)

Tỉ số tuổi con và tuổi bố trước đây 7 năm là: $5 : 35 = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

c) Sau 28 năm tuổi con là $12 + 28 = 40$ (tuổi)

Sau 28 năm tuổi bố là $42 + 28 = 70$ (tuổi)

Tỉ số tuổi con và tuổi bố sau 28 năm là: $40 : 70 = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$

VD 4.

a) $\frac{2\frac{3}{7} \cdot 100\%}{1\frac{13}{21}} = \frac{\frac{17}{7} \cdot 100}{\frac{34}{21}} \% = \left(\frac{17}{7} \cdot 100 \cdot \frac{21}{34} \right) \% = \frac{300}{2} \% = 150\%$

b) $0,3 \text{ tạ} = 30 \text{ kg}$. $\frac{30 \cdot 100\%}{50} = \frac{3000\%}{50} = 60\%$

VD 5. Quảng đường Hà Nội- Vinh dài:

$$29 : \frac{1}{1000000} = 29 \cdot 1000000 = 29000000(cm) = 290(km)$$

VD 6. Ta có $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}; \frac{b}{c} = \frac{21}{26}$. Vậy $\frac{a}{c} = \frac{a \cdot b}{c \cdot b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{26} = \frac{3}{13}$

VD 7. Gọi hai số đó là a và b . Ta có $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$. Theo bài ta có $\frac{a+35}{b} = \frac{11}{14}$. Suy ra

$$\frac{a}{b} + \frac{35}{b} = \frac{11}{14}$$

Suy ra $\frac{35}{b} = \frac{11}{14} - \frac{a}{b} = \frac{11}{14} - \frac{2}{7} = \frac{1}{2}$ hay $b = 35 \cdot 2 = 70$. Ta có $a = \frac{2}{7} \cdot b = \frac{2}{7} \cdot 70 = 20$

Vậy: $a = 20; b = 70$

VD 8. Gọi hai số cần tìm là m và n .

Ta có $\frac{m}{n} = \frac{2}{5}$ nên $m = \frac{2}{5}n$

$$\frac{2}{5}n \cdot n = 40$$

$$\frac{2}{5}n^2 = 40$$

$$n^2 = 100$$

$n = 10$ hoặc $n = -10$

Nếu $n = 10$ thì $m = \frac{2}{5} \cdot 10 = 4$

Nếu $n = -10$ thì $m = \frac{2}{5} \cdot (-10) = -4$

Vậy hai số cần tìm là $m = 4, n = 10$ hoặc $m = -4, n = -10$

VD 9. Ta có $\frac{a}{b} = 1\frac{1}{2}$ và $a - b = 8$. Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ hay $a = \frac{3b}{2}$. $a - b = \frac{3b}{2} - b = \frac{1}{2}b$

Vậy $\frac{1}{2}b = 8$ hay $b = 16$ và $a = 24$

IV. BÀI TẬP VỀ NHÀ

PHẦN I.

Bài 1.

a) $66 \cdot \frac{5}{6} = 55$ (kg)

b) $540 \cdot \frac{3}{9} = 180$ (cm)

c) $245 \cdot \frac{5}{7} = 175$ (km)

d) $115 \cdot 0,2 = 115 \cdot \frac{1}{5} = 23$ (g)

$$e) 20.47\% = 20\%.47 = \frac{1}{5}.47 = 9,4 \qquad f) 28.3\frac{1}{4} = 28.\frac{13}{4} = 91$$

Bài 2.

a) Theo đề bài, trong trường đó cứ 5 phần học sinh nam thì có 6 phần học sinh nữ. Như vậy, nếu học sinh trong toàn trường là 11 phần thì số học sinh nữ chiếm 6 phần, nên số học sinh nữ bằng $\frac{6}{11}$ số học sinh toàn trường. Số học sinh nam bằng $\frac{5}{11}$ số học sinh toàn trường.

b) Nếu toàn trường có 1210 học sinh thì:

$$\text{Số học sinh nữ là: } 1210 \times \frac{6}{11} = 660 \text{ (học sinh)}$$

$$\text{Số học sinh nam là: } 1210 \times \frac{5}{11} = 550 \text{ (hs)}$$

Bài 3.

$$\text{Chiều rộng hình chữ nhật: } 220 \cdot \frac{3}{4} = 165 \text{ (m)}$$

$$\text{Chu vi hình chữ nhật: } (220 + 165) \cdot 2 = 770 \text{ (m)}$$

$$\text{Số cây cần thiết là: } 770 : 5 = 154 \text{ (cây)}$$

Bài 4.

$$\text{Số học sinh lớp 6B bằng } \frac{9}{8} \text{ học sinh lớp 6A (hay bằng } \frac{18}{16} \text{)}$$

$$\text{Số học sinh lớp 6C bằng } \frac{17}{16} \text{ học sinh lớp 6A}$$

$$\text{Tổng số phần của 3 lớp : } 18 + 16 + 17 = 51 \text{ (phần)}$$

$$\text{Số học sinh lớp 6A là : } (102 : 51) \cdot 16 = 32 \text{ (học sinh)}$$

$$\text{Số học sinh lớp 6B là : } (102 : 51) \cdot 18 = 36 \text{ (học sinh)}$$

$$\text{Số học sinh lớp 6C là : } (102 : 51) \cdot 17 = 34 \text{ (học sinh)}$$

Bài 5.

$$\text{Số hs lớp 6A là: } 120.35\% = 42 \text{ (hs)}$$

$$\text{Số hs lớp 6B là: } 42 \cdot \frac{20}{21} = 40 \text{ (hs)}$$

$$\text{Số hs lớp 6C là: } 120 - 42 - 40 = 38 \text{ (hs)}$$

$$d) \frac{1}{5} \text{ của } 50 \text{ giờ là } 50 \cdot \frac{1}{5} = 10 \text{ giờ}$$

Bài 4. Tìm

$$a) \frac{4}{5} \text{ của } 35cm \text{ là } 35 \cdot \frac{4}{5} = 28cm$$

$$b) 40\% \text{ của } 84kg \text{ là } 84 \cdot 40\% = 210kg$$

$$c) 1\frac{4}{5} \text{ của } 1\frac{1}{8}m^2 \text{ là } 1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{8} = \frac{81}{40}m^2$$

$$d) \frac{1}{5} \text{ của } 50 \text{ giờ là } 50 \cdot \frac{1}{5} = 10 \text{ giờ}$$

Bài 5. Có bao nhiêu phút trong : $a) \frac{1}{3} \text{ giờ} = 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \text{ phút}$

$$b) \frac{1}{5} \text{ giờ} = 60 \cdot \frac{1}{5} = 12 \text{ phút}$$

$$c) \frac{5}{12} \text{ giờ} = 60 \cdot \frac{5}{12} = 25 \text{ phút}$$

$$d) \frac{7}{15} \text{ giờ} = 60 \cdot \frac{7}{15} = 28 \text{ phút}$$

Bài 6. Biểu thị các số đo thời gian sau bằng giờ và phút:\

$$a) 2,5 \text{ giờ} = 2 \text{ giờ } 30 \text{ phút}$$

$$b) 3,4 \text{ giờ} = 3 \text{ giờ } 24 \text{ phút}$$

$$c) 0,2 \text{ giờ} = 0 \text{ giờ } 12 \text{ phút}$$

$$d) 5,1 \text{ giờ} = 5 \text{ giờ } 6 \text{ phút}$$

Bài 7.

$$a) \text{ Chiều rộng mảnh vườn là: } 56 \cdot \frac{5}{8} = 35m$$

$$\text{Chu vi mảnh vườn là : } (56 + 35) \cdot 2 = 182m$$

$$\text{Diện tích mảnh vườn là : } 56 \cdot 35 = 1960m^2$$

$$b) \text{ Số cây trồng được trong ngày thứ nhất: } 56 \cdot \frac{3}{8} = 21 \text{ cây.}$$

$$\text{Số cây còn lại sau ngày thứ nhất trồng: } 56 - 21 = 35 \text{ cây.}$$

$$\text{Số cây trồng được trong ngày thứ hai: } 35 \cdot \frac{4}{7} = 20 \text{ cây.}$$

$$\text{Số cây trồng được trong ngày thứ ba: } 56 - 21 - 20 = 15 \text{ cây.}$$

c) Lượng nước trong 3 tấn củ tươi là: $3.60\% = \frac{9}{5}$ tấn.

Lượng nước sau khi phơi khô củ là: $\frac{9}{5}.80\% = \frac{36}{25}$ tấn.

Vậy số củ khô thu được là: $3 - \frac{36}{25} = \frac{39}{25}$ tấn.

PHẦN III.

Bài 1: Biết $23,5 \cdot 5 = 118,5$ và $118,5 : 3 = 39,5$

$16,8 \cdot 4 = 67,2$ và $67,2 : 7 = 9,6$.

a) Số cần tìm là: $23,5 : \frac{3}{5} = 23,5 \cdot \frac{5}{3} = 39,5$

b) Số cần tìm là: $39,5 : \frac{5}{3} = 39,5 \cdot \frac{3}{5} = 23,5$

c) Số cần tìm là: $9,6 : \frac{4}{7} = 9,6 \cdot \frac{7}{4} = 16,8$

d) Số cần tìm là: $16,8 : \frac{7}{4} = 16,8 \cdot \frac{4}{7} = 9,6$

Bài 2: Tìm một số biết: a) Số cần tìm là: $31,2 : \frac{4}{9} = 70,2$

b) Số cần tìm là: $52,2 : \frac{3}{4} = 69,6$

c) Số cần tìm là: $22,5 : \frac{3}{5} = 37,5$

d) Số cần tìm là: $34,6 : \frac{2}{3} = 51,9$

Bài 3: Tìm một số biết:

a) Số cần tìm là: $14,5 : 2\frac{1}{4} = 14,5 : \frac{1}{4} = 58$

b) Số cần tìm là: $20,3 : 1\frac{3}{4} = 20,3 : \frac{7}{4} = 11,6$

c) Số cần tìm là: $13 : 4\frac{2}{9} = 13 : \frac{30}{9} = 3,9$

Bài 4: Tìm x biết

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{3} & \text{b)} & \frac{5}{3} \cdot x = 30,5 \\ & x = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} & & \\ & x = \frac{1}{2} & & \\ \text{c)} & \frac{12}{17} \cdot x = 21,6 & \text{d)} & x \cdot \frac{5}{9} = 42,5 \\ & x = 21,6 : \frac{12}{17} & & \\ & x = 30,6 & & \\ & & & x = 42,5 : \frac{5}{9} \\ & & & x = 76,5 \end{array}$$

Bài 5.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \frac{x}{7} \cdot 2 = 21,6 & \text{b)} & \frac{x}{8} \cdot 7,2 = 21,6 \\ & 2x = 21,6 \cdot 7 & & 7,2x = 21,6 \cdot 8 \\ & x = \frac{21,6 \cdot 7}{2} = 75,6 & & x = \frac{21,6 \cdot 8}{7,2} = 24 \\ \text{c)} & \frac{x}{3} \cdot 1,2 = 3,2 & & \\ & 1,2 \cdot x = 3,2 \cdot 3 & & \\ & x = \frac{3,2 \cdot 3}{1,2} = 8 & & \end{array}$$

Bài 6.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \frac{11}{5} \cdot x + \frac{7}{4} = 11,5 & \text{b)} & \frac{13}{3} \cdot x - \frac{8}{9} = \frac{7}{3} \\ & \frac{11}{5} \cdot x = 11,5 - \frac{7}{4} & & \frac{13}{3} \cdot x = \frac{7}{3} + \frac{8}{9} \\ & \frac{11}{5} \cdot x = \frac{39}{4} & & \frac{13}{3} \cdot x = \frac{29}{9} \\ & x = \frac{39}{4} : \frac{11}{5} = \frac{195}{44} & & x = \frac{29}{9} : \frac{13}{3} = \frac{87}{117} \\ \text{c)} & \frac{15}{4} \cdot x + \frac{21}{4} \cdot x = 40,5 & & \\ & x \left(\frac{15}{4} + \frac{21}{4} \right) = 40,5 & & \\ & x \cdot \frac{36}{4} = 40,5 & & \\ & 9x = 40,5 & & \\ & x = 40,5 : 9 = 4,5 & & \end{array}$$

Bài 7.

a) Gọi số kg giấy vụn phải thu gom theo kế hoạch là x (kg)

Có 115% của x là 184 kg. Vậy: Số kg giấy vụn theo kế hoạch phải thu gom là: $x = 184 :$

$$\frac{115}{100} = 160 \text{ (kg)}$$

b) Sau khi bán $\frac{4}{7}$ số cam thì người đó còn số quả cam là: $2 + 46 = 48$ quả.

Số phần cam còn lại là: $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ (phần)

Số cam ban đầu mang đi bán là: $48 : \frac{3}{7} = 112$ (quả)

c) Lúc đầu số sách ở ngăn thứ nhất bằng $\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$ tổng số sách.

Sau khi chuyển số sách ở ngăn thứ nhất bằng $\frac{25}{23+25} = \frac{25}{48}$ tổng số sách

14 quyển sách ứng với số phần là: $\frac{25}{48} - \frac{3}{8} = \frac{7}{48}$ tổng số sách.

Vậy tổng số sách ở 2 ngăn là: $14 : \frac{7}{48} = 96$ (quyển).

d) Chiều dài của mảnh vải là: $12,75 : 50\% = 12,75 : \frac{50}{100} = 25,5$ (m).

e) Chiều dài của mảnh vải đó là: $45 : 75\% = 60$ (m). Số mét vải người ta cắt đi là:
 $60 \cdot \frac{3}{5} = 36$ (m).

Số mét vải còn lại là: $60 - 36 = 24$ (m).

f) Lớp 6A quyên góp được 36 bộ sách.

Lớp 6B quyên góp được số bộ sách là: $36 : \frac{9}{8} = 32$ bộ sách.

Lớp 6C quyên góp được số bộ sách là: $32 : 80\% = 40$ bộ sách.

Tổng số sách quyên góp được là: $36 + 32 + 40 = 108$ bộ sách.

PHẦN IV.

Bài 1.

a) Đổi $b = 70\text{cm} = \frac{7}{10}\text{m}$ nên tỉ số của a và b là: $a : b = \frac{3}{5} : \frac{7}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{7} = \frac{6}{7}$

b) Đổi $a = 0,2\text{m} = 20\text{cm}$ nên tỉ số của a và b là $\frac{a}{b} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$

c) Đổi $a = 0,75\text{ tạ} = 75\text{ yến}$; $b = 5\text{ tấn} = 500\text{ yến}$ nên tỉ số của a và b là $\frac{a}{b} = \frac{75}{500} = \frac{3}{20}$

d) Đổi $a = 3\text{m}^3 = 3000\text{lít}$ nên tỉ số của a và b là $\frac{a}{b} = \frac{3000}{200} = 15$

Bài 2.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{3,15}{5,45} = \frac{63}{109} & \text{b) } \frac{3}{5} : 2\frac{1}{7} = \frac{7}{25} & \text{c) } 3\frac{1}{3} : 0,25 = \frac{40}{3} \end{array} \quad \text{d)}$$

$$2\frac{1}{6} : 3\frac{2}{5} = \frac{65}{102}$$

Bài 3. Đổi $12km = 12000m$. Tỉ số vận tốc người đi bộ và người đi xe đạp là:

$$\frac{500}{12000} = \frac{1}{24}$$

Bài 4:

a) Tỉ số giữa tuổi của con và tuổi của bố hiện nay là: $\frac{12}{42} = \frac{2}{7}$

b) Tuổi con trước đây 7 năm là $12 - 7 = 5$ (tuổi)

Tuổi bố trước đây 7 năm là $42 - 7 = 35$ (tuổi)

Tỉ số giữa tuổi của con và tuổi của bố trước đây 7 năm là $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

c) Tuổi của con sau đây 28 năm là $12 + 28 = 40$ (tuổi)

Tuổi của bố sau đây 28 năm là $42 + 28 = 70$ (tuổi)

Tỉ số giữa tuổi của con và tuổi của bố sau đây 28 năm là: $\frac{40}{70} = \frac{4}{7}$

Bài 5: Tỉ số của hai số a và b bằng $3:5$ nên ta có a chiếm 3 phần và b chiếm 5 phần.

Ta lại có $a + b = -64$. Vậy 1 phần là -8. Vậy $a = -8 \cdot 3 = -24$ và $b = -8 \cdot 5 = -40$

Bài 6:

a) Tỉ số phần trăm của $\frac{3}{7}$ và $\frac{16}{21}$ là: $\frac{\frac{3}{7} \cdot 100}{\frac{16}{21}} \% = \frac{3}{7} \cdot 100 \cdot \frac{21}{16} \% = 56,25\%$

b) Đổi $0,3 \text{ tạ} = 30\text{kg}$. Tỉ số phần trăm của $0,3 \text{ tạ}$ và 50kg là: $\frac{30 \cdot 100}{50} \% = 60\%$

c) Đổi $0,2\text{km} = 200\text{cm}$. Tỉ số phần trăm của 30cm và $0,2\text{km}$ là: $\frac{30 \cdot 100}{200} \% = 15\%$

Bài 7. Tỉ số của hai số a và b bằng 120% nên ta có $\frac{a}{b} = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} \Rightarrow a = \frac{6}{5}b$

Ta lại có $a - b = -3 \Rightarrow \frac{6}{5}b - b = -3 \Rightarrow \frac{1}{5}b = -3 \Rightarrow b = -15$. Nên $a = \frac{6}{5} \cdot (-15) = -18$

Bài 8. Độ dài thực đoạn đường trong thực tế là:

$$29 : (1 : 1000000) = 29 \cdot 1000000 = 29000000 \text{ cm} = 290 \text{ km}$$

Bài 9. Gọi x (tuổi) là tuổi của người con hiện nay.

Vì Tỉ số tuổi con và tuổi mẹ hiện nay là 2:5 nên tuổi mẹ hiện nay là $\frac{5}{2}x$ (tuổi)

Cách đây 8 năm tuổi của con là $x - 8$ (tuổi); tuổi của mẹ là $\frac{5}{2}x - 8$ (tuổi)

Vì Cách đây 8 năm tỉ số tuổi con và tuổi mẹ là 1:4 nên ta có: $\frac{(x-8)}{\left(\frac{5}{2}x-8\right)} = \frac{1}{4}$

$$4x - 32 = \frac{5}{2}x - 8$$

$$\frac{3}{2}x = 24$$

$$x = 16$$

Vậy tuổi con là 16 tuổi, tuổi mẹ là $\frac{5}{2} \cdot 16 = 40$ (tuổi)

Bài 10. Gọi số học sinh của lớp 6A là x (học sinh)

Vì Tỉ số học sinh lớp 6A và 6B là 2:3 nên số học sinh lớp 6B là: $\frac{3}{2}x$ (học sinh)

Nếu tăng số học sinh lớp 6A thêm 8 học sinh thì số học sinh lớp 6A là $x + 8$ (học sinh)

Nếu tăng số học sinh lớp 6B thêm 4 học sinh thì số học sinh lớp 6B là $\frac{3}{2}x + 4$ (học sinh)

Vì tỉ số học sinh của hai lớp là 3:4 nên ta có: $\frac{x+8}{\frac{3}{2}x+4} = \frac{3}{4}$

$$4x + 32 = \frac{9}{2}x + 12$$

$$\frac{-1}{2}x = -20$$

$$x = 40$$

Vậy số học sinh lớp 6A là 40 học sinh, số học sinh lớp 6B là $\frac{3}{2} \cdot 40 = 60$ (học sinh)

Bài 11. Chú ý rằng số sách ở ngăn trên lúc đầu và lúc sau không thay đổi, ta lấy nó làm đơn vị để so sánh. Số sách ở ngăn dưới lúc đầu bằng $\frac{3}{4}$ số sách ngăn trên, lúc sau bằng $\frac{9}{10}$ số sách ở ngăn trên.

Số sách tăng thêm ở ngăn dưới bằng $\frac{9}{10} - \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$ số sách ở ngăn trên hay 30 cuốn

Vậy số sách ở ngăn trên lúc đầu là: $30 : \frac{3}{20} = 200$ (cuốn)

Số sách ở ngăn dưới lúc đầu là: $200 \cdot \frac{3}{4} = 150$ (cuốn)

Bài 12. Ta thấy $\frac{1}{3} < \frac{3}{4}$ nên số sản phẩm may đạt huy chương vàng nhiều nhất nếu tất cả huy chương vàng (chiếm $\frac{1}{3}$ tổng số) đều thuộc sản phẩm may. Khi đó, số sản phẩm may đạt huy

chương vàng so với số sản phẩm may chiếm: $\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{9} \approx 44\%$

Số sản phẩm may đạt huy chương vàng ít nhất nếu tất cả các sản phẩm khác may (chiếm $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ tổng số) đều đạt huy chương vàng (do $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$). Khi đó, số sản phẩm may đạt huy

chương vàng chiếm: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ tổng số.

Số sản phẩm may đạt huy chương vàng so với số sản phẩm may chiếm:

$\frac{1}{12} : \frac{3}{4} = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{9} \approx 11\%$

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 0,58 \cdot 7^2 - (-7) \cdot (-0,7) \cdot 15,8 \\ & = 0,58 \cdot 7^2 - 7^2 \cdot 0,1 \cdot 15,8 \\ & = 0,58 \cdot 7^2 - 7^2 \cdot 1,58 \\ & = 7^2(0,58 - 1,58) \\ & = 49 \cdot (-1) = -49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 0,05 : 0,5 + 7 : 0,7 + 0,9 : 0,009 \\ & = 0,1 + 10 + 100 = 110,1 \end{aligned}$$

$$\text{c)} \quad \frac{9}{11} \cdot \frac{92}{121} + \frac{2}{-121} \cdot \frac{9}{11} + \frac{31}{121} \cdot \frac{9}{11}$$

$$\text{d)} \quad \frac{20232023}{2023} \cdot \frac{2021}{20212021} \cdot \frac{2^3}{3^2} \cdot \frac{-3}{2^2}$$

$$= \frac{9}{11} \left(\frac{92}{121} - \frac{2}{121} + \frac{31}{121} \right)$$

$$= \frac{9}{11} \left(\frac{121}{121} \right) = \frac{9}{11}$$

e) $0,23 \cdot 5^2 + (-5) \cdot (-0,5) \cdot 17,7$

$$= 5^2 \cdot (0,23 + 1,77) = 25 \cdot 2 = 50$$

g) $1,75 - 2 \frac{1}{8} : 1 \frac{11}{40}$

$$= \frac{175}{100} - \frac{17}{8} : \frac{51}{40}$$

$$= \frac{7}{4} - \frac{17}{8} \cdot \frac{40}{51}$$

$$= \frac{7}{4} - \frac{5}{3} = \frac{21}{12} - \frac{20}{12} = \frac{1}{12}$$

i) $\left(4 - \frac{5}{12} \right) : 3 + \frac{7}{36}$

$$= \left(\frac{48}{12} - \frac{5}{12} \right) \cdot \frac{1}{3} + \frac{7}{36}$$

$$= \frac{43}{12} \cdot \frac{1}{3} + \frac{7}{36} = \frac{43}{36} + \frac{7}{36}$$

$$= \frac{50}{36} = \frac{25}{18}$$

$$= \frac{2023 \cdot 10001}{2023} \cdot \frac{2021}{2021 \cdot 10001} \cdot \frac{2}{-3}$$

$$= \frac{-2}{3}$$

f) $0,03 : 0,3 + 2 : 0,2 + 0,1 : 0,001$

$$= 0,1 + 10 + 100 = 110,1$$

h) $\left(1,08 - \frac{2}{15} \right) : \frac{4}{7}$

$$= \left(\frac{108}{100} - \frac{2}{15} \right) : \frac{4}{7} = \left(\frac{27}{25} - \frac{2}{15} \right) : \frac{4}{7}$$

$$= \left(\frac{81}{75} - \frac{10}{75} \right) \cdot \frac{7}{4} = \frac{71}{75} \cdot \frac{7}{4} = \frac{497}{300}$$

k) $1,25 : \frac{15}{20} + \left(25\% - \frac{5}{6} \right) : 4 \frac{2}{3}$

$$= \frac{125}{100} : \frac{15}{20} + \left(\frac{25}{100} - \frac{5}{6} \right) : \frac{14}{3}$$

$$= \frac{125}{100} \cdot \frac{20}{15} + \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{3}{14}$$

$$= \frac{5}{3} + \left(\frac{3}{12} - \frac{10}{12} \right) \cdot \frac{3}{14}$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{-7}{12} \cdot \frac{3}{14} = \frac{5}{3} + \frac{-1}{4} \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{-3}{8} = \frac{31}{24}$$

Bài 2.

a) $1,6 + (2,7 - 0,7 \cdot 6) - (94 \cdot 0,7 - 99 \cdot 2,7)$

$$= 1,6 + 2,7 - 0,7 \cdot 6 - 94 \cdot 0,7 + 99 \cdot 2,7$$

$$= 2,7 + 99 \cdot 2,7 - 0,7 \cdot 6 - 94 \cdot 0,7 + 1,6$$

$$= 2,7 \cdot (1 + 99) - 0,7 \cdot (6 + 94) + 1,6$$

$$= 2,7 \cdot 100 - 0,7 \cdot 100 + 1,6$$

b) $0,1 - 0,02 + 0,2 - 0,01 + 0,03 - 0,8$

$$= (0,03 - 0,02 - 0,01) + (0,1 + 0,2 - 0,8)$$

$$= 0 + (-0,5) = -0,5$$

$$= 100.(2,7 - 0,7) + 1,6$$

$$= 100.2 + 1,6 = 200 + 1,6 = 201,6.$$

$$\text{c) } \left(\frac{-5}{116} + \frac{-117}{232} - \frac{71}{464} \right) \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{-5}{116} + \frac{-117}{232} - \frac{71}{464} \right) \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right)$$

$$= \left(\frac{-5}{116} + \frac{-117}{232} - \frac{71}{464} \right) \cdot 0 = 0$$

$$\text{d) } 2 \left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} \right) \cdot \left(\frac{10.13}{3} - \frac{2^2}{3} - \frac{5^3}{3} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) \cdot \left(\frac{130}{3} - \frac{4}{3} - \frac{125}{3} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{7} \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$$

Bài 3.

$$\text{a) } A = \frac{-5}{11} \cdot \frac{4}{7} + \frac{-5}{11} \cdot \frac{2}{7} + \frac{-5}{11} \cdot \frac{1}{7}$$

$$= \frac{-5}{11} \cdot \left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \right)$$

$$= \frac{-5}{11} \cdot \frac{7}{7}$$

$$= \frac{-5}{11}$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31} \right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31} \right) \cdot \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{19}{68} - \frac{11}{22} + \frac{16}{31} \right) \cdot 0$$

$$= 0$$

$$\text{c) } C = \frac{-3}{13} + \frac{7}{12} - \frac{10}{13} + \frac{5}{12} + \frac{-9}{5}$$

$$= \left(\frac{-3}{13} - \frac{10}{13} \right) + \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12} \right) + \frac{-9}{5}$$

$$= \frac{-13}{13} + \frac{12}{12} + \frac{-9}{5}$$

$$= (-1) + 1 + \frac{-9}{5}$$

$$= \frac{-9}{5}$$

$$\text{d) } D = \frac{-3}{17} + \frac{11}{26} - \left(\frac{5}{13} - \frac{3}{17} \right)$$

$$= \frac{-3}{17} + \frac{11}{26} - \frac{5}{13} + \frac{3}{17}$$

$$= \left(\frac{-3}{17} + \frac{3}{17} \right) + \left(\frac{11}{26} - \frac{5}{13} \right)$$

$$= 0 + \frac{11}{26} - \frac{10}{26}$$

$$= \frac{1}{26}$$

$$\text{e) } E = 1,2.17 + 0,23 + 83.1,2$$

$$= 1,2.17 + 0,23 + 83.1,2$$

$$= 1,2.(17 + 83) + 0,23$$

$$= 1,2.100 + 0,23$$

$$= 120 + 0,23 = 120,23$$

$$\text{f) } d) F = (-3,26) + 7,45 + 3,26$$

$$= [(-3,26) + 3,26] + 7,45$$

$$= 0 + 7,45$$

$$= 7,45$$

Bài 4.

a) $-3x + 7 = 12 - 125$

$-3x + 7 = -113$

$-3x = -113 - 7$

$-3x = -120$

$x = -120 : (-3)$

$x = 40$

Vậy $x = 40$

b) $\frac{1}{3} : (2x - 1) = \frac{-4}{21}$

$2x - 1 = \frac{1}{3} : \frac{-4}{21}$

$2x - 1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{-4}$

$2x - 1 = \frac{-7}{4}$

$2x = \frac{-7}{4} + 1$

$2x = \frac{-7}{4} + \frac{4}{4}$

$2x = \frac{-3}{4}$

$x = \frac{-3}{4} : 2$

$x = \frac{-3}{8}$

Vậy $x = \frac{-3}{8}$.

c) $[124 - (20 - 4x)] : 20 = 12$

$[124 - (20 - 4x)] = 12 \cdot 20$

$124 - 20 + 4x = 240$

$104 + 4x = 240$

$4x = 240 - 104$

$4x = 136$

$x = 136 : 4$

$x = 34$

Vậy $x = 34$

d) $[150 - (30 - 3x)] : 15 = 20$

$150 - (30 - 3x) = 20 \cdot 15$

$150 - (30 - 3x) = 300$

$30 - 3x = 150 - 300$

$30 - 3x = -150$

$3x = 30 - (-150)$

$3x = 180$

$x = 180 : 3$

$x = 60$

Vậy $x = 60$.

$$e) \quad x - \frac{1}{5} = \frac{4}{25} \cdot \frac{5}{4}$$

$$x - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{5}$$

$$f) \quad (x-3,2) : 2\frac{1}{3} - 9\frac{2}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$(x-3,2) : 2\frac{1}{3} = -\frac{2}{5} + 9\frac{2}{5}$$

$$(x-3,2) : 2\frac{1}{3} = 9$$

$$x-3,2 = 9 \cdot 2\frac{1}{3}$$

$$x-3,2 = 15$$

$$x = 15 + 3,2$$

$$x = 18,2$$

$$\text{Vậy } x = 18,2$$

$$g) \quad \left(\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) \cdot x = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{3-2}{2.3} + \frac{4-3}{3.4} + \dots + \frac{9-8}{8.9} + \frac{10-9}{9.10} \right) x = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) x = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right) \cdot x = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{5}{10} - \frac{1}{10} \right) \cdot x = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5} \cdot x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{2}$$

$$h) \quad \left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} \right) \cdot x = \frac{1}{11}$$

$$\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \cdot x = \frac{1}{11}$$

$$\left(1 - \frac{1}{11} \right) \cdot x = \frac{1}{11}$$

$$\frac{10}{11} \cdot x = \frac{1}{11}$$

$$x = \frac{1}{11} : \frac{10}{11}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{1}{10}$$

Bài 5.

$$a) \text{ Ta có: } \frac{-5}{16} = \frac{-10}{32}; \frac{-17}{8} = \frac{-68}{32} \text{ thì } \frac{-17}{8} < \frac{-11}{32} < \frac{-5}{16} < 0$$

$$\text{Ta có: } \frac{17}{21} = \frac{34}{42} \text{ thì } 0 < \frac{17}{21} < \frac{35}{42}$$

$$\text{Lại có } \frac{35}{42} < 1 < \frac{71}{62}$$

Vậy: $\frac{-17}{8} < \frac{-11}{32} < \frac{-5}{16} < \frac{17}{21} < \frac{35}{42} < \frac{71}{62}$

b) Ta có: $-6,2314 < -3,761 < -1,002 < 0,001 < 1,01 < 7,5$

c) $-3,2 < -2,5 < -0,35 < 0,12 < 1,02 < 1,75$.

d) Ta có: $\frac{-1}{9} = \frac{-3}{27}; \frac{-2}{3} = \frac{-18}{27}$ thì $\frac{-2}{3} < \frac{-5}{27} < \frac{-1}{9} < 0$.

Ta có: $\frac{4}{5} = \frac{100}{125}; \frac{7}{25} = \frac{35}{125}$ thì $0 < \frac{8}{125} < \frac{7}{25} < \frac{4}{5}$

Vậy: $\frac{-2}{3} < \frac{-5}{27} < \frac{-1}{9} < \frac{8}{125} < \frac{7}{25} < \frac{4}{5}$

Bài 6. Ta có: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} + \frac{1}{2^{2021}}$

$$2A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} + \frac{1}{2^{2021}} \right)$$

$$2A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2019}} + \frac{1}{2^{2020}}$$

$$2A - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2019}} + \frac{1}{2^{2020}} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} + \frac{1}{2^{2021}} \right)$$

Suy ra: $A = 1 - \frac{1}{2^{2021}}$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{13}{60} = \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{13}{60} = \frac{60}{60} = 1$$

Vì $A = 1 - \frac{1}{2^{2021}} < 1; B = 1$ nên $A < B$.

Bài 7.

a) Sử dụng tính chất: Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m} (\forall a, b, m \in \mathbb{N}^*)$

Ta có: $A = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} < \frac{10^{10} + 1 + 9}{10^{11} + 1 + 9} = \frac{10^{10} + 10}{10^{11} + 10} = \frac{10^9 + 1}{10^{10} + 1} = B$

Vậy $A = B$.

b) Sử dụng tính chất: Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m} (\forall a, b, m \in \mathbb{N}^*)$

$$\text{Ta có: } A = \frac{10^{2021} + 1}{10^{2022} + 1} < \frac{10^{2021} + 1 + 9}{10^{2022} + 1 + 9} = \frac{10^{2021} + 10}{10^{2022} + 10} = \frac{10^{2020} + 1}{10^{2021} + 1} = B$$

Vậy $A < B$.

Bài 8.

a) Quả bưởi nặng là $\frac{3}{4} \cdot 2,4 = 1,8$ (kg)

b) Thùng dầu nặng là $180 \cdot \frac{1}{2} = 90$ (kg)

c) Số bì của bạn Bình là $12 \cdot \frac{5}{6} = 10$ (viên). Số bì của bạn An là $12 - 10 = 2$ (viên)

d) Số bì của bạn Bình là $18 \cdot \frac{4}{9} = 8$ (viên). Số bì của bạn An là $18 - 8 = 10$ (viên)

e) Số táo Lan ăn là: $25 \cdot \frac{20}{100} = 5$ (quả)

Số táo Linh ăn là: $\frac{7}{10} \cdot (25 - 5) = 14$ (quả)

Số táo còn lại là: $25 - (14 + 5) = 6$ (quả)

f) Số đường phèn cần là: $\frac{4}{5} \cdot 5 = 4$ (kg). Số mật ong cần là: $\frac{95}{100} \cdot 5 = 4,75$ (kg)

g) Đã biết chiều dài mảnh vườn. Để tính chu vi, diện tích mảnh vườn cần phải biết chiều rộng của nó. $\frac{2}{7}$ chiều dài mảnh vườn là: $70 \cdot \frac{2}{7} = 20$ (m)

Chiều rộng của mảnh vườn là: $20 : \frac{40}{100} = 20 \cdot \frac{100}{40} = 50$ (m)

Chu vi của mảnh vườn là: $(70 + 50) \cdot 2 = 240$ (m)

Diện tích của mảnh vườn là: $70 \cdot 50 = 3500$ (m²)

h) Số tiền lãi sau mỗi tháng là: $2\,000\,000 \cdot \frac{0,52}{100} = 2\,000\,000 \cdot \frac{52}{10\,000} = 10\,400$ (đồng)

Số tiền lãi hết kì hạn là: $24 \cdot 10\,400 = 249\,600$ (đồng)

Hết kì hạn, mẹ Linh lấy được: $2\,000\,000 + 249\,600 = 2\,249\,600$ (đồng).

g) **Cách 1:**

$$\text{Số nước bơm ra mỗi ngày: } 400 \cdot \frac{5}{8} = 250 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Số nước còn lại: } 400 - 250 = 150 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Số nước sạch thay vào: } \frac{2}{3} \cdot 150 = 100 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Số nước trong bể sau hai lần thay đổi: } 150 + 100 = 250 \text{ (m}^3\text{)}$$

Cách 2:

$$\text{Số nước còn lại sau khi bơm ra là: } 400 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right) = 400 \cdot \frac{3}{8} = 150 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Lượng nước trong bể sau khi thay nước sạch là: } 150 \cdot \frac{2}{3} + 150 = 250 \text{ (m}^3\text{)}$$

j) Số tiền của chiếc tivi theo chương trình giảm giá là: $\frac{10}{100} \cdot 15\,000\,000 = 1\,500\,000$
(đồng)

Sau khi giảm giá số tiền mỗi chiếc tivi là: $15\,000\,000 - 1\,500\,000 = 13\,500\,000$ (đồng)

k) Vận tốc ô tô thứ hai là: $\frac{3}{4} \cdot 44 = 33 \text{ km/h}$. Thời gian hai ô tô khởi hành cùng một lúc và gặp nhau là: $140 : (44 + 33) = \frac{20}{11} = 1\frac{9}{11}$ (giờ)

Bài 9.

a) Số tuổi hiện nay của An là: $6 : \frac{2}{3} = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9$ (tuổi)

b) Số phần đoạn đường còn lại là: $1 - \frac{4}{9} = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$. Đoạn đường dài là:

$$100 : \frac{5}{9} = 100 \cdot \frac{9}{5} = 180 \text{ (m)}$$

c) Số phần sản xuất thêm là: $1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$. Số sản phẩm xí nghiệp được giao theo

kế hoạch là: $180 : \frac{2}{7} = 180 \cdot \frac{7}{2} = 630$ (sản phẩm)

d) Gọi số kg giấy vụn phải thu gom theo kế hoạch là $x(kg)$. Nên 15% của x là $184kg$. Suy ra số kg giấy vụn phải theo kế hoạch thu gom là:

$$x = 184 : \frac{15}{100} = 184 \cdot \frac{100}{15} = 160 (kg)$$

e) Sau khi bán $\frac{4}{7}$ số cam thì người đó còn số quả cam là: $2+46=48$ (quả)

$$\text{Số phần cam còn lại là: } 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7} \text{ (phần)}$$

$$\text{Số cam ban đầu mang đi bán là: } 48 : \frac{3}{7} = 112 \text{ (quả)}$$

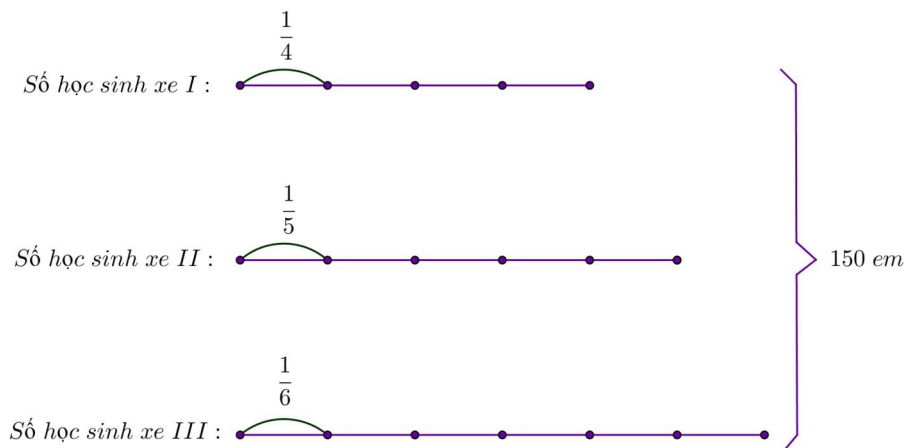
f) Lúc đầu số sách ở ngăn thứ nhất bằng $\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$ tổng số sách.

$$\text{Sau khi chuyển số sách ở ngăn thứ nhất bằng } \frac{25}{23+25} = \frac{25}{48} \text{ tổng số sách}$$

$$14 \text{ quyển sách ứng với số phần là: } \frac{25}{48} - \frac{3}{8} = \frac{7}{48} \text{ tổng số sách.}$$

$$\text{Vậy tổng số sách ở 2 ngăn là: } 14 : \frac{7}{48} = 96 \text{ (quyển)}$$

g) Do $\frac{1}{4}$ số học sinh đi xe I = $\frac{1}{5}$ số học sinh đi xe II = $\frac{1}{6}$ số học sinh đi xe III, nên:



$$\text{Số học sinh đi xe III bằng: } \frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{2} \text{ số học sinh đi xe I}$$

$$\text{Số học sinh đi xe II bằng: } \frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4} \text{ số học sinh đi xe I}$$

Số học sinh ở ba xe bằng $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$ số học sinh đi xe I và bằng 150 em.

Vậy số học sinh đi xe I là: $150 : \frac{15}{4} = 40$ (em)

Số học sinh đi xe II là: $\frac{5}{4} \cdot 40 = 50$ (em)

Số học sinh đi xe III là: $\frac{3}{2} \cdot 40 = 60$ (em)

h) Ngày thứ ba đội đó sửa được $1 - \frac{5}{9} - \frac{1}{4} = \frac{7}{36}$ đoạn đường.

Do đội thứ ba sửa 7 m tương ứng với $\frac{7}{36}$ đoạn đường

Nên độ dài đoạn đường $7 : \frac{7}{36} = 36$ m

i)

+) Số học sinh giỏi của lớp 6A là: $\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$ (học sinh).

+) Số học sinh tiên tiến của lớp 6A là: $8 : \frac{2}{5} = 8 \cdot \frac{5}{2} = 20$ (học sinh).

+) Số học sinh trung bình của lớp 6A là: $40 - (10 + 20) = 10$ (học sinh).

Tỉ số phần trăm của số học sinh trung bình so với tổng số học sinh của lớp 6A là:

$$\frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%.$$

Bài 10.

a) Do bạn Nam dành $\frac{4}{6}$ tiếng để làm bài tập nên thời gian chiêm: $12 \cdot \frac{4}{6} = 8$ (tiếng)

Thời gian học lý thuyết: $12 - 8 = 4$ (tiếng)

b) Đội tuyển học sinh giỏi khối 6 có 50 bạn, trong đó có $\frac{3}{10}$ là học sinh giỏi môn Văn,

$\frac{2}{5}$ số học sinh giỏi môn Toán, 20% số học sinh giỏi môn Khoa học tự nhiên, còn lại giỏi môn Tiếng Anh. Tính số học sinh giỏi mỗi môn.

c) Khoảng cách thực tế của hai thành phố là:

$$4 : \frac{1}{100000} = 4.100000 = 400000(cm) = 4(km)$$

d) Một khu vườn hình chữ nhật có 30% chiều dài bằng $\frac{3}{4}$ chiều rộng và bằng 30m.

Tính diện tích khu vườn.

e)

Cách 1: Mảnh vải dài là: $9 : \frac{60}{100} = 9 : \frac{3}{5} = 9 \cdot \frac{5}{3} = 15(m)$

Cách 2: Giới thiệu cách tính tam suất: Nhân chéo chia ngang

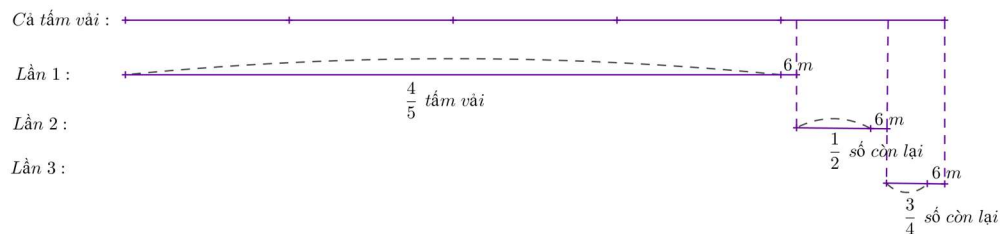


Mảnh vải dài là: $x = \frac{9 \cdot 100}{60} = 15(m)$

f) Một cửa hàng vải bán lần thứ nhất được $\frac{4}{5}$ tấm vải và 6m. Lần thứ hai bán được $\frac{1}{2}$ số

vải còn lại và 6m. Lần thứ ba bán được $\frac{3}{4}$ số vải còn lại sau hai lần bán và 6m cuối

cùng. Hỏi tấm vải dài bao nhiêu mét?



Số vải bán lần thứ ba là: $6 : \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 24(m)$

Số vải bán lần thứ hai là: $(24 + 6) : \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 60(m)$

$$\text{Cả tấm vải dài: } (60+6) : \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 330(m)$$

Bài 11.

a) Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}} &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{50} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}} = 1 \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\frac{\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{199.200}}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}} = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200}}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{199}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}\right)}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}} \\
 &= \frac{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{199}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}\right)}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}} \\
 &= \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{199} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{100} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}} \\
 &= \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}\right)}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}} = 1.
 \end{aligned}$$

Bài 12.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{9.10} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{5}\right) \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{2}{6.10} + \frac{2}{7.9} + \frac{1}{8.8} \right) \\
 &= \frac{1}{8} \left(\frac{16}{6.10} + \frac{16}{7.9} \right) + \frac{1}{8.8} \\
 &= \frac{1}{8} \left(\frac{6}{6.10} + \frac{10}{6.10} + \frac{7}{7.9} + \frac{9}{7.9} \right) + \frac{1}{8.8} \\
 &= \frac{1}{8} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) \\
 &= \frac{1}{8} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right)
 \end{aligned}$$

Ta có
$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}}{\frac{1}{8} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right)} = 8$$

Bài 13.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{50} \right) \\
 &= \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{51.100} + \frac{1}{52.99} + \dots + \frac{1}{99.52} + \frac{1}{100.51} \\
 &= \frac{1}{151} \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{100} + \frac{1}{52} + \frac{1}{99} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{52} + \frac{1}{100} + \frac{1}{51} \right) \\
 &= \frac{2}{151} \left(\frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{100} \right)
 \end{aligned}$$

Vậy:
$$\frac{A}{B} = \frac{151}{2}$$

Bài 14.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{199.200} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{199}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{200}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{200}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100}\right) \\
 &= \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{200}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{101.200} + \frac{1}{102.199} + \dots + \frac{1}{199.102} + \frac{1}{200.101} \\
 &= \frac{1}{301} \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{200} + \dots + \frac{1}{200} + \frac{1}{101} \right) \\
 &= \frac{1}{301} \left(\frac{2}{101} + \dots + \frac{2}{200} \right) \\
 &= \frac{2}{301} \left(\frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{200} \right)
 \end{aligned}$$

Ta có $\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{2}{301} \left(\frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{200} \right)} = \frac{301}{2}$

Bài 15.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{999.1000} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{999} - \frac{1}{1000} \\
 &= \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{999}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1000}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{1000}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{500}\right) \\
 &= \frac{1}{501} + \dots + \frac{1}{1000}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{501 \cdot 1000} + \frac{1}{502 \cdot 999} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 502} + \frac{1}{1000 \cdot 501} \\
 &= \frac{1}{1501} \left(\frac{1}{501} + \frac{1}{1000} + \dots + \frac{1}{1000} + \frac{1}{501} \right) \\
 &= \frac{1}{1501} \left(\frac{2}{501} + \dots + \frac{2}{1000} \right) \\
 &= \frac{2}{1501} \left(\frac{1}{501} + \dots + \frac{1}{1000} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{501} + \dots + \frac{1}{1000}}{\frac{2}{1501} \left(\frac{1}{501} + \dots + \frac{1}{1000} \right)} = \frac{1501}{2}$$

Bài 16.

a) Ta có
$$A = \frac{1}{1.300} + \frac{1}{2.301} + \frac{1}{3.302} + \dots + \frac{1}{101.400}$$

$$A = \frac{1}{299} \cdot \left(\frac{299}{1.300} + \frac{299}{2.301} + \frac{299}{3.302} + \dots + \frac{299}{101.400} \right)$$

$$A = \frac{1}{299} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{300} + \frac{1}{2} - \frac{1}{301} + \frac{1}{3} - \frac{1}{302} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{400} \right)$$

$$A = \frac{1}{299} \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{101} \right) - \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{301} + \dots + \frac{1}{400} \right) \right]$$

b) Ta có
$$A = \frac{1}{1.102} + \frac{1}{2.103} + \dots + \frac{1}{299.400}$$

$$A = \frac{1}{101} \cdot \left(\frac{101}{1.102} + \frac{101}{2.103} + \frac{101}{3.104} + \dots + \frac{101}{299.400} \right)$$

$$A = \frac{1}{299} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{102} + \frac{1}{2} - \frac{1}{103} + \frac{1}{3} - \frac{1}{104} + \dots + \frac{1}{299} - \frac{1}{400} \right)$$

$$A = \frac{1}{101} \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{101} \right) - \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{301} + \dots + \frac{1}{400} \right) \right]$$

c) Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{1.300} + \frac{1}{2.301} + \frac{1}{3.302} + \dots + \frac{1}{101.400}}{\frac{1}{1.102} + \frac{1}{2.103} + \frac{1}{3.104} + \dots + \frac{1}{299.400}} \\ &= \frac{\frac{1}{299} \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{101} \right) - \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{301} + \dots + \frac{1}{400} \right) \right]}{\frac{1}{101} \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{101} \right) - \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{301} + \dots + \frac{1}{400} \right) \right]} \\ &= \frac{\frac{1}{299}}{\frac{1}{101}} = \frac{101}{299} \end{aligned}$$

Bài 17.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{1}{198} + \frac{1}{197} + \dots + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{200 \cdot \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{199} + \frac{1}{198} + \frac{1}{197} + \dots + \frac{1}{2} \right)} \\ &= \frac{1}{200} \end{aligned}$$

Bài 18.

Ta có: $\frac{1}{101} > \frac{1}{102}$

$$\frac{1}{101} > \frac{1}{103}$$

$$\frac{1}{101} > \frac{1}{104}$$

...

$$\frac{1}{101} > \frac{1}{200}$$

$$\text{Ta được: } \underbrace{\frac{1}{101} + \frac{1}{101} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{101}}_{99 \text{ số } \frac{1}{101}} > \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \frac{1}{104} + \dots + \frac{1}{200}$$

$$\text{hay } \underbrace{\frac{1}{101} + \frac{1}{101} + \frac{1}{101} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{101}}_{\text{Có } 100 \text{ số } \frac{1}{101}} > \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \frac{1}{104} + \dots + \frac{1}{200}$$

$$\text{Do đó } \frac{100}{101} > A$$

$$A < \frac{100}{101}$$

$$\text{mà } \frac{100}{101} < 1$$

Vậy $A < 1$ (dpcm).

$$\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{149} + \frac{1}{150} > \frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{151} > \frac{1}{200}$$

$$\frac{1}{152} > \frac{1}{200}$$

$$\frac{1}{153} > \frac{1}{200}$$

...

$$\frac{1}{199} > \frac{1}{200}$$

$$\text{Ta được: } \frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{199} > \underbrace{\frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \dots + \frac{1}{200}}_{\text{Có } 49 \text{ số } \frac{1}{200}}$$

$$\text{hay } \frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} > \underbrace{\frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \dots + \frac{1}{200} + \frac{1}{200}}_{\text{Có } 50 \text{ số } \frac{1}{200}}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} > \frac{50}{200}$$

$$\frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} > \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{150} + \frac{1}{151} + \frac{1}{152} + \dots + \frac{1}{200} > \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$A > \frac{7}{12}$$

Vậy $A > \frac{7}{12}$ (dpcm)

Bài 19. Ta có: $\frac{1}{150} < \frac{1}{101}$

$$\frac{1}{150} < \frac{1}{102}$$

$$\frac{1}{150} < \frac{1}{103}$$

...

$$\frac{1}{150} < \frac{1}{149}$$

Ta được: $\underbrace{\frac{1}{150} + \frac{1}{150} + \frac{1}{150} + \dots + \frac{1}{150}}_{\text{Có 49 số } \frac{1}{150}} < \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{149}$

hay $\underbrace{\frac{1}{150} + \frac{1}{150} + \frac{1}{150} + \frac{1}{150} + \dots + \frac{1}{150}}_{\text{Có 50 số } \frac{1}{150}} < \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{149} + \frac{1}{150}$

Do đó $\frac{50}{150} < A \Rightarrow \frac{1}{3} < A$

Vậy $A > \frac{1}{3}$ (dpcm).

Bài 20.

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2021.2022} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} = 1 - \frac{1}{2022} < 1$$

Vậy $A < 1$.

Bài 21.

1)

Ta có: $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{2.2} < \frac{1}{1.2}$

$$\frac{1}{3^2} = \frac{1}{3.3} < \frac{1}{3.2}$$

...

$$\frac{1}{2023^2} = \frac{1}{2023 \cdot 2023} < \frac{1}{2022 \cdot 2023}$$

Ta được $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2022^2} + \frac{1}{2023^2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2023}$

Vậy: $A < B$

$$2) \quad B = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2023} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} = 1 - \frac{1}{2023} < 1$$

Vì $A < B$ nên $A < 1$. Vậy $A < 1$